Método dos Elementos Finitos e de algoritmos genéticos na otimização acústica de um silenciador reativo simplificado

Cordeiro, B. S.[1]; Fagundes Neto, M. G.[2]; Rodrigues, M. V. S.[3]

[1] Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, Brasil, cordeirosilva@discente.br
[2] Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, Brasil, marlipe@ufg.br
[3] Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, Brasil, vinicius.marcos@aluno.unb.br

Resumo

Este trabalho apresenta uma metodologia integrada entre o Método dos Elementos Finitos e algoritmo genético para a otimização acústica de um silenciador reativo simplificado. O modelo numérico tridimensional foi empregado na avaliação da perda de transmissão sonora entre 0 e 3000 Hz. A otimização considerou como variáveis de projeto o diâmetro dos furos da chapa separadora entre as câmaras internas e sua posição longitudinal, sendo o algoritmo genético integrado ao modelo em elementos finitos para automatizar a geração e avaliação das configurações. Após a otimização, a geometria resultante foi fabricada e avaliada experimentalmente em tubo de impedância. A comparação numérico-experimental apresentou coeficiente de correlação de Pearson de 0,852 e $\boldsymbol{NSE}$ de 0,674, indicando boa correspondência quanto à tendência global das curvas. Entretanto, foram obtidos MAE de 6,06 dB e RMSE de 7,95 dB, evidenciando diferenças quantitativas entre as respostas. Os resultados demonstram o potencial da metodologia para automatização do projeto de silenciadores, ao mesmo tempo que indicam oportunidades de aprimoramento da modelagem numérica para maior correspondência experimental.

Palavras-chave: otimização, algoritmo genético, método dos elementos finitos, silenciador reativo, transmissão sonora

Finite Element Method and Genetic Algorithms for the Acoustic Optimization of a Simplified Reactive Silencer

Abstract

This study presents an integrated methodology combining the Finite Element Method and a genetic algorithm for the acoustic optimization of a simplified reactive silencer. A three-dimensional numerical model was used to evaluate sound transmission loss over the frequency range from 0 to 3000 Hz. The design variables comprised the diameter of the holes in the plate separating the internal chambers and its longitudinal position. The genetic algorithm was integrated with the finite element method model to automate the generation and evaluation of candidate configurations. After optimization, the resulting geometry was manufactured and experimentally evaluated using an impedance tube. The numerical-experimental comparison yielded a Pearson correlation coefficient of 0.852 and an NSE of 0.674, indicating good agreement in the overall trends of the curves. However, an MAE of 6.06 dB and an RMSE of 7.95 dB revealed relevant quantitative differences between the responses. The results demonstrate the potential of the proposed methodology for automated silencer design while highlighting opportunities to improve the numerical model and achieve closer agreement with experimental measurements.

Keywords: optimization; genetic algorithm; finite element method; reactive silencer; sound transmission.

1. Introdução

O controle de ruído em sistemas mecânicos é um tema de grande relevância em aplicações industriais e urbanas, especialmente em equipamentos como grupos geradores, que podem emitir níveis superiores a 100 dB. Em ambientes sensíveis, como hospitais e áreas residenciais, normas técnicas, como a NBR 10151 [1], estabelecem limites significativamente mais baixos para níveis de pressão sonora, evidenciando a necessidade de soluções eficientes de atenuação acústica. Nesse contexto, os silenciadores acústicos desempenham papel fundamental na mitigação do ruído gerado por motores, especialmente no sistema de escape, como ilustrado na Figura 1:

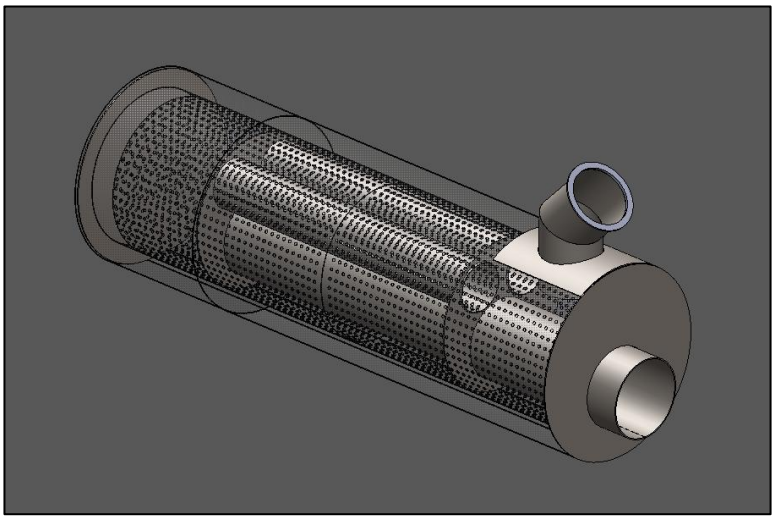


Figura 1: Silenciador real de grupo gerador

Entre os diferentes tipos, os silenciadores reativos são amplamente utilizados devido à sua capacidade de atenuação baseada em fenômenos de reflexão e interferência de ondas sonoras, sendo particularmente eficazes em faixas de frequência mais baixas [2]. No entanto, o desempenho desses dispositivos depende fortemente de parâmetros geométricos, como dimensões das câmaras, configurações das conexões e obstáculos internos, o que torna o processo de projeto complexo e aberto para inúmeras configurações geométricas que podem explorar de formas diferentes o espectro de ruído.

Dessa forma, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem sido amplamente empregado na análise acústica de silenciadores, permitindo a modelagem de geometrias complexas e a resolução da equação de onda em domínios tridimensionais. Essa abordagem possibilita a obtenção de indicadores de desempenho, como a perda de transmissão sonora, ao longo de uma faixa de frequências, fornecendo uma avaliação detalhada do comportamento acústico do projeto [3]. Contudo, a elevada demanda computacional associada a simulações sucessivas limita a aplicação direta de métodos exploratórios no espaço de projeto.

Nesse cenário, técnicas de otimização baseadas em algoritmos evolutivos têm se mostrado eficazes na busca por soluções ótimas em problemas não lineares e multimodais, uma vez que a associação entre métodos numéricos e algoritmos de otimização permite determinar parâmetros geométricos capazes de maximizar a perda de transmissão em faixas específicas de frequência [4]. Os algoritmos genéticos, em particular, destacam-se por sua capacidade de explorar eficientemente o espaço de soluções sem a necessidade de derivadas, sendo amplamente aplicados em problemas de engenharia [5, 6]. Esses métodos utilizam operadores inspirados na seleção natural para evoluir populações de soluções candidatas ao longo de sucessivas gerações.

Estudos anteriores demonstram que a modificação sistemática de parâmetros geométricos pode proporcionar ganhos significativos no desempenho de silenciadores reativos. Lima, Lenzi e Barbieri [4] associaram MEF e algoritmo genético à otimização da perda de transmissão em faixas específicas de frequência, enquanto Gavit e Wani [7] aplicaram algoritmos genéticos à otimização geométrica de um silenciador, seguida de avaliação experimental. Abordagens recentes também têm utilizado métodos paramétricos associados à modelagem numérica e à validação experimental para otimização de elementos internos e maximização da perda de transmissão sonora (*Transmission Loss* – TL), [8–10]. Esses resultados evidenciam o potencial da integração entre simulação, otimização e experimentação no desenvolvimento de silenciadores reativos.

Dessa forma, a integração entre modelos acústicos baseados em MEF e algoritmos genéticos constitui uma abordagem promissora para o projeto otimizado de silenciadores. O uso combinado de ferramentas computacionais, como *Ansys* e rotinas em Python, permite automatizar o processo de simulação e otimização, viabilizando a busca por configurações geométricas que maximizem a perda de transmissão sonora em faixas de interesse. Assim, este trabalho propõe o desenvolvimento de uma metodologia integrada para análise e otimização de um silenciador reativo simplificado, visando ao aprimoramento de seu desempenho acústico.

2. Fundamentação teórica

Silenciadores reativos promovem atenuação sonora principalmente por meio de mudanças de impedância acústica, responsáveis pela reflexão e interferência das ondas durante sua propagação. Seu desempenho depende diretamente da geometria interna, incluindo dimensões das câmaras, mudanças de seção e elementos de separação. Em uma câmara de expansão simples, a interação entre as ondas incidentes e refletidas resulta em uma curva de perda de transmissão sonora caracterizada pela ocorrência periódica de máximos e mínimos de atenuação em função da frequência [2]. A eficiência acústica desses dispositivos pode ser quantificada pela TL, definida pela relação entre as potências acústicas incidente e transmitida:

$$TL = 10\log_{10}\left(\frac{W_i}{W_t}\right), \tag{1}$$

em que W_i e W_t representam, respectivamente, as potências acústicas incidente e transmitida. A TL constitui uma medida particularmente adequada para caracterização de silenciadores por representar uma propriedade do dispositivo independente da intensidade da fonte sonora [2].

Para geometrias complexas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) permite discretizar o domínio acústico e determinar numericamente a distribuição da pressão sonora. Considerando propagação harmônica em um meio homogêneo, a resposta acústica pode ser descrita pela equação de Helmholtz [3]:

$$\nabla^2 \mathrm{p} + \mathrm{k}^2 \mathrm{p} = 0, \tag{2}$$

sendo p a pressão acústica e $k = \omega/c$o número de onda. A discretização dessa equação possibilita avaliar numericamente a resposta do silenciador em diferentes frequências, inclusive para geometrias nas quais soluções analíticas tornam-se limitadas. Essa abordagem fundamenta o modelo tridimensional empregado neste trabalho.

A otimização geométrica é realizada por algoritmo genético (GA), método evolutivo inspirado nos mecanismos de seleção natural e evolução, no qual populações de soluções são modificadas por operadores de seleção, cruzamento e mutação [5]. Por não exigir o cálculo de derivadas e apresentar capacidade de exploração de espaços de busca complexos, algoritmos evolutivos são adequados a problemas de otimização não linear e com múltiplas soluções de interesse [6], sendo que Algoritmos genéticos têm sido empregados na otimização de parâmetros geométricos de silenciadores, permitindo

aumentar a TL e reduzir a necessidade de sucessivas modificações manuais do projeto [7]. Neste estudo, cada indivíduo representa uma configuração geométrica do silenciador, cuja aptidão é determinada pela resposta acústica calculada pelo MEF, estabelecendo a integração entre simulação numérica e otimização.

Para o ensaio foi utilizado a norma ASTM E2611-24 [11] que estabelece um método baseado em tubo de impedância e matriz de transferência para determinação da perda de transmissão sonora. Embora direcionada principalmente à caracterização de materiais porosos, sua metodologia pode ser adaptada à avaliação de silenciadores, utilizando o método de duas cargas. Neste trabalho, a norma foi utilizada como referência para o procedimento experimental, considerando as adaptações necessárias ao aparato de ensaio.

3. Metodologia

O trabalho foi subdividido em 3 etapas: a modelagem MEF, otimização por Algoritmo Genético e ensaio do silenciador otimizado em um tubo de impedância.

3.1 Modelagem via MEF

A modelagem acústica do silenciador reativo foi realizada por meio do Método dos Elementos Finitos. Uma vez adotado a hipótese de parede rígida, foi considerando um domínio tridimensional preenchido por ar, assumido como fluido homogêneo, invíscido e com comportamento linear. As propriedades acústicas foram definidas como constantes, com base em condições padrão (densidade do ar igual a $1{,}2\ \mathrm{kg/m^3}$, velocidade do som igual a $343{,}24\ \mathrm{m/s}$, impedância característica de $413{,}3\ \mathrm{Pa \cdot s/m}$), incluindo densidade do ar, velocidade do som e impedância característica do meio.

A geometria analisada corresponde a um silenciador reativo simplificado, composto por uma câmara de expansão conectada a dutos de entrada e saída, sendo suas dimensões parametrizadas por variáveis geométricas (diâmetros e comprimentos) e um anteparo com furos que divide essa câmara, como mostra a Figura 2:

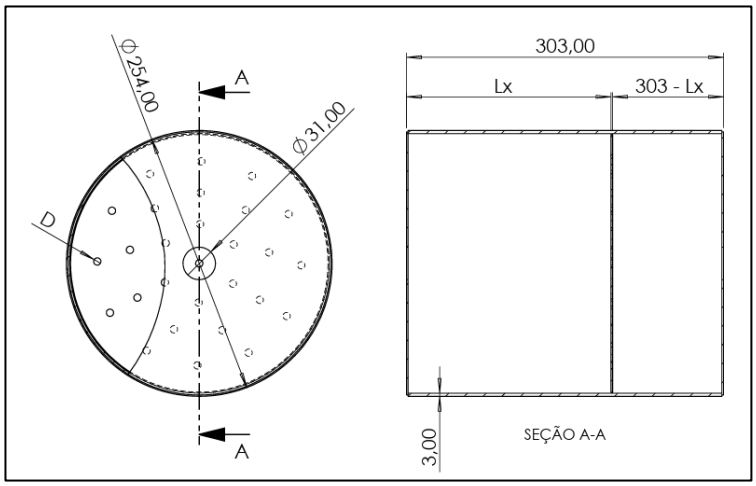


Figura 2: Desenho técnico do modelo simplificado de silenciador reativo

A discretização do domínio foi realizada com elementos acústicos tetraédricos tridimensionais, tendo a pressão acústica como variável nodal. O tamanho dos elementos foi definido em função do comprimento de onda associado à maior frequência analisada, assegurando a adequada resolução espacial, de acordo com a Eq. 3 [3]:

$$h \leq \lambda_{min}/10. \tag{3}$$

As condições de contorno foram estabelecidas de modo a representar a propagação de ondas planas nas regiões de entrada e saída. Na entrada, foi imposta uma velocidade normal harmônica, enquanto na saída foi adotada uma condição anecoica, modelada por meio da impedância característica do meio, minimizando reflexões indesejadas. A solução foi obtida no domínio da frequência por meio de análise harmônica, considerando uma faixa de frequências de interesse.

O desempenho acústico foi avaliado por meio da perda de transmissão, determinada a partir da relação entre as potências acústicas incidente e transmitida, sendo calculada ao longo da faixa de frequências analisada.

3.2 Otimização por Algoritmo Genético

A otimização geométrica do silenciador foi conduzida utilizando um algoritmo genético (GA), com o objetivo de maximizar o desempenho acústico do sistema em duas faixas de frequência simultaneamente, ao variar o diâmetro dos furos (D) do anteparo numa faixa de 5 mm a 30 mm e a distância deste da tampa (L_x) numa faixa de 30,0 mm a 270,0 mm. Parâmetros estes observados na Figura 2. Cada indivíduo da população representa um conjunto destes dois parâmetros geométricos do silenciador, codificados como variáveis contínuas.

A função objetivo foi definida com base na maximização da perda de transmissão média em duas faixas de frequência de interesse, entre 500–800 Hz e 1400–1700 Hz. Essas faixas foram escolhidas arbitrariamente de modo a representar, dentro do intervalo analisado, uma região de menor frequência e outra de frequência intermediária, sendo a função expressa como:

$$\text{fitness} = 0{,}70 \cdot (\overline{\text{TL}} + \overline{\text{TL}_2}) + 0{,}30 \cdot (\text{TL}_{\text{min}} + \text{TL}_{2\,\text{min}}), \quad (4)$$

em que $\overline{\text{TL}}$ e $\overline{\text{TL}_2}$ são as médias da perda de transmissão obtida numericamente e TL_{min} e $\text{TL}_{2\,\text{min}}$ são os menores valores nas respectivas faixas de frequência de interesse. Os coeficientes 0,70 e 0,30 são pesos distribuídos de maneira que as médias tenham uma influência de 70% enquanto os mínimos 30% sobre o valor *fitness* que deve ser maximizado.

O algoritmo evolutivo foi conduzido por operadores de seleção, cruzamento e mutação, permitindo a busca eficiente em um espaço de soluções não linear. A Tabela 1 apresenta os principais parâmetros adotados no algoritmo genético.

Tabela 1: Parâmetros do algoritmo genético

Parâmetro	Descrição	Valor
$\mathbf{N_{pop}}$	Tamanho da população	6
$\mathbf{N_{gen}}$	Número de gerações	10
$\mathbf{N_{genes}}$	Número de variáveis de projeto	2
Taxa de mutação	Probabilidade de mutação	20%
Método de seleção	Escolha dos melhores indivíduos	Steady-State
Tipo de crossover	Operador de recombinação	Single point
Tipo de mutação	Altera aleatoriamente os genes	Random

A integração entre o algoritmo genético e o modelo numérico foi realizada de forma automatizada via script em Python ao unir *Ansys APDL* e a biblioteca *PyGAD*, permitindo que, a cada iteração, os parâmetros geométricos fossem atualizados no modelo em MEF, seguido da simulação acústica, modelo evolutivo e avaliação da função objetivo. Esse procedimento possibilitou a busca sistemática por configurações geométricas que maximizassem a atenuação sonora do silenciador.

3.3 Ensaio do silenciador otimizado

O silenciador otimizado resultante foi fabricado utilizando chapas de aço carbono SAE 1020 cortadas em máquina de corte a laser e soldadas em um tubo de aço de 10 polegadas.

A fim de avaliar o modelo numérico, foram realizados diversos ensaios em um tubo de impedância utilizando o método de duas cargas. O tubo de impedância possui diâmetro interno de 30,0 mm e foi instrumentado com dois microfones, considerando uma distância entre microfones de 50,0 mm. Como o procedimento estabelecido pela ASTM E2611-24 [11] requer medições em quatro posições distintas dos microfones e o aparato dispunha de apenas dois, um deles foi mantido em uma posição fixa, enquanto o outro microfone foi alternado entre as posições de medição requeridas, o que consequentemente gera 3 medições para cada terminação (anecoica e reflexiva), totalizando 6 medições para obtenção de uma única curva de TL para um silenciador. O esquema visual segundo a norma e o aparato experimental é mostrado na Figura 3:

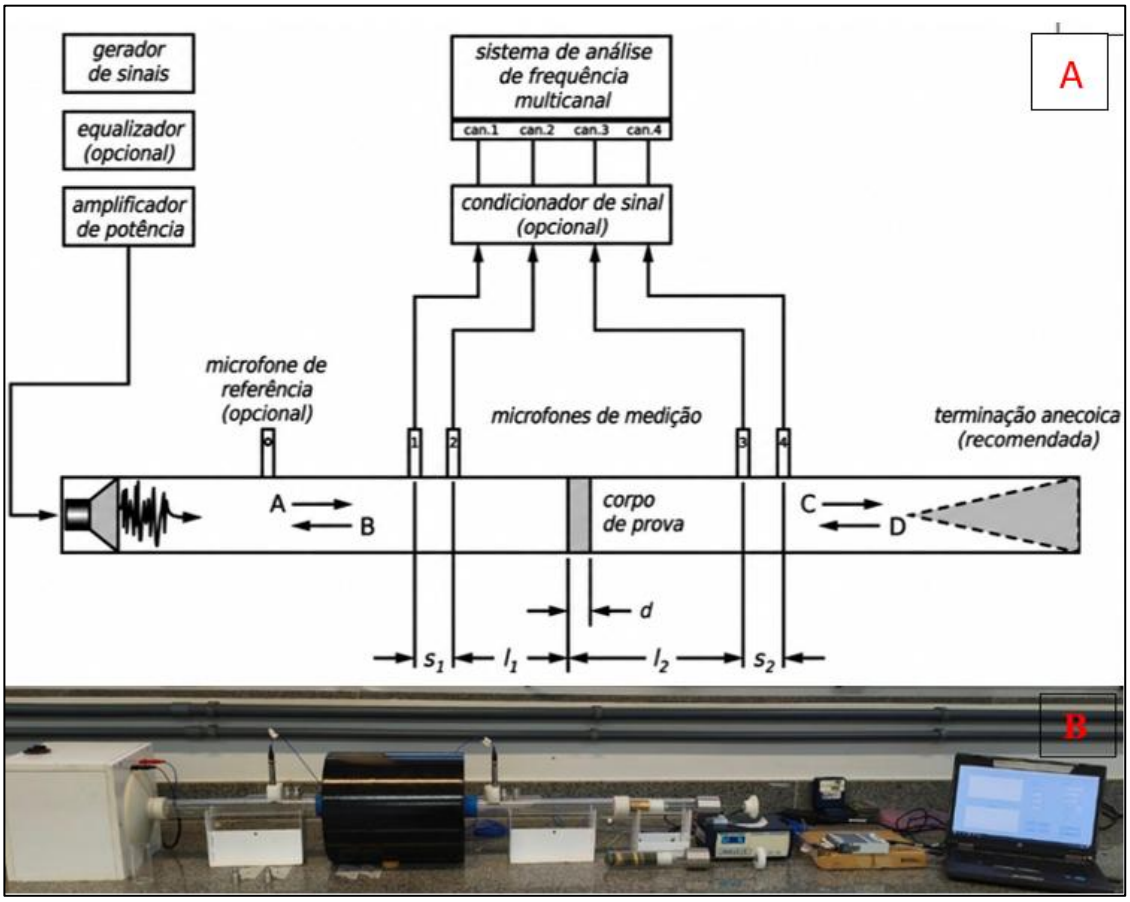


Figura 3: (A) Esquema visual adaptado da ASTM E2611-24 [11]; (B) sistema experimental utilizado para a medição da perda de transmissão (TL) em tubo de impedância.

O aparato experimental consistiu de:
• Gerador de sinais Brüel & Kjaer Power Amplifier Ttype 2734;
• Amplificador de sinais Leacs CA500;
• Placa de aquisição National Instruments NI USB – 9162 e NI-9234 ;
• Dois microfones PCB 377A21;
• Microcomputador

Vale ressaltar que a faixa de frequência válida para este tubo de impedância, segundo as limitações geométricas do tubo estabelecidos pela norma [11], está entre 348 – 3090 Hz.

O mesmo silenciador otimizado foi ensaiado três vezes a fim de aumentar a confiabilidade da medição e evitar erros aleatórios. Após a obtenção das três curvas experimentais, calculou-se a perda de transmissão média em cada frequência. Com o objetivo de reduzir oscilações associadas ao ruído experimental, a curva média foi posteriormente submetida a um filtro de Savitzky–Golay [12], utilizando polinômio de terceira ordem e janela de 51 pontos. Esse procedimento foi escolhido por proporcionar suavização dos dados mantendo, em comparação com métodos simples de média móvel, as principais características locais da resposta, como picos e vales.

Posteriormente, foram calculados indicadores quantitativos, como Erro Médio Absoluto (MAE) e Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE), para avaliar a concordância entre as respostas numérica e experimental filtrada.

4. Resultados

O processo de otimização resultou em $D = 6{,}991\ mm$ e $Lx = 195{,}324\ mm$, com fitness de 65,33, que por motivos de facilitar a fabricação foram aproximadas para $D = 7{,}00\ mm$ e $L_x = 195{,}50$ mm, como ilustra a Figura 4:

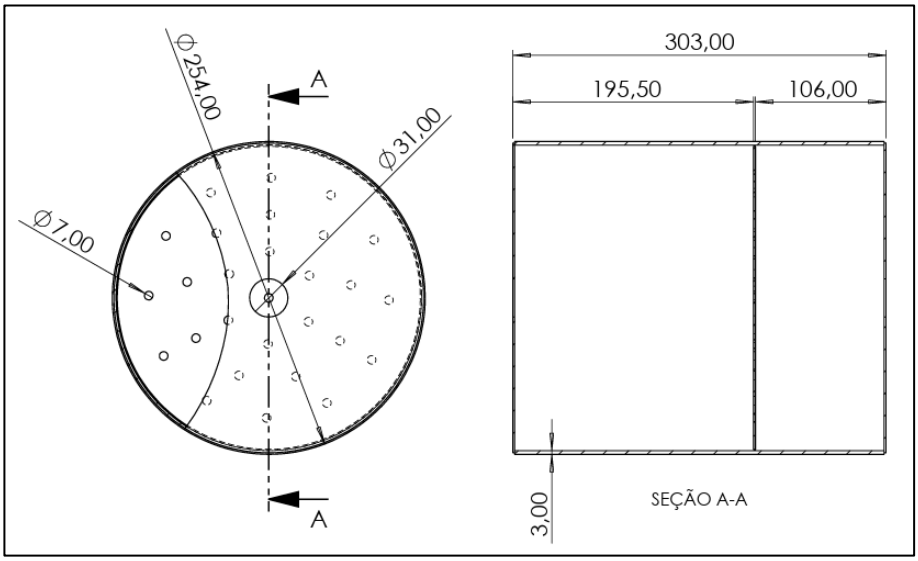


Figura 4: Desenho técnico do silenciador otimizado

O gráfico de geração por valores *fitness* mostra convergência dos valores de melhor *fitness* de cada geração a partir da geração 4, ilustrado na Figura 5:

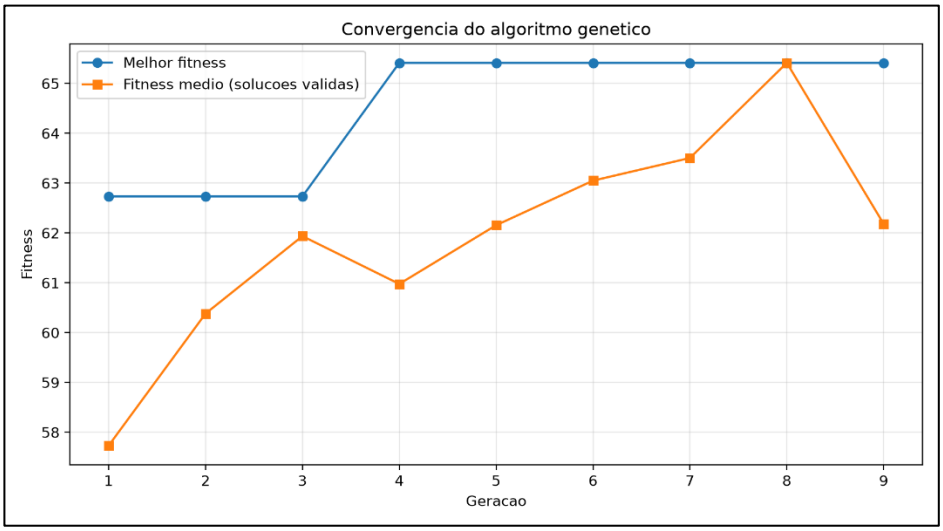


Figura 5: gráfico de convergência

O silenciador fabricado seguindo esses parâmetros ficou de acordo com a Figura 6:

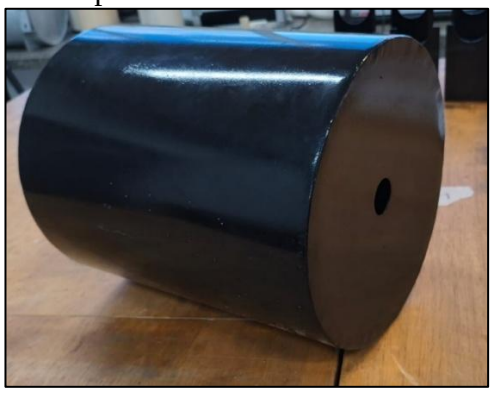


Figura 6: Silenciador otimizado fabricado

As três curvas experimentais e a respectiva média filtrada são apresentadas na Figura 7. Observa-se boa repetibilidade entre os ensaios, com comportamento semelhante ao longo da faixa de frequência analisada. A curva tratada preserva as principais tendências das medições, reduzindo as oscilações associadas ao ruído experimental.

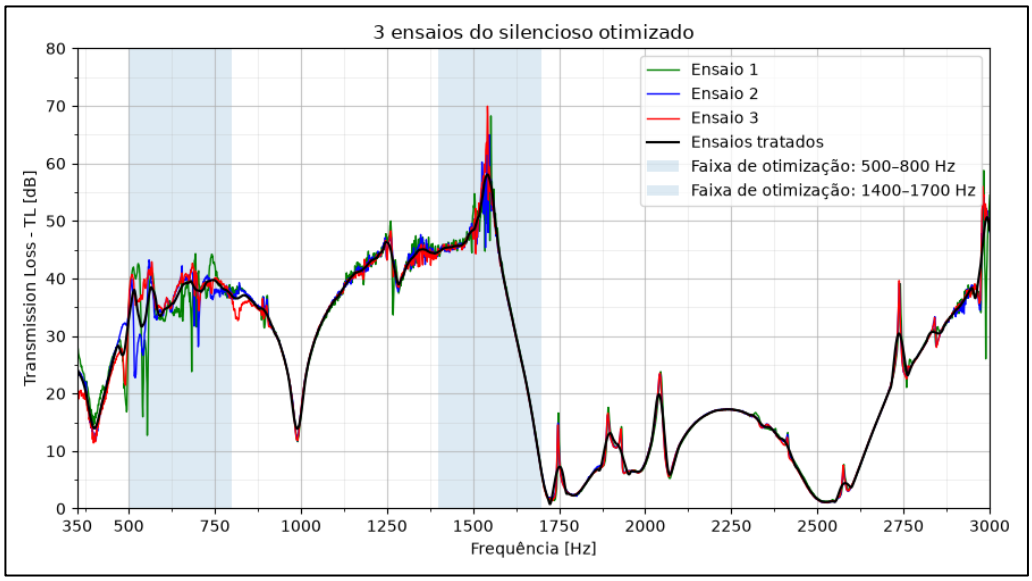


Figura 7: Ensaios e média filtrada

O comparativo entre a curva ensaiada tratada e o resultado numérico é mostrado na Figura 8:

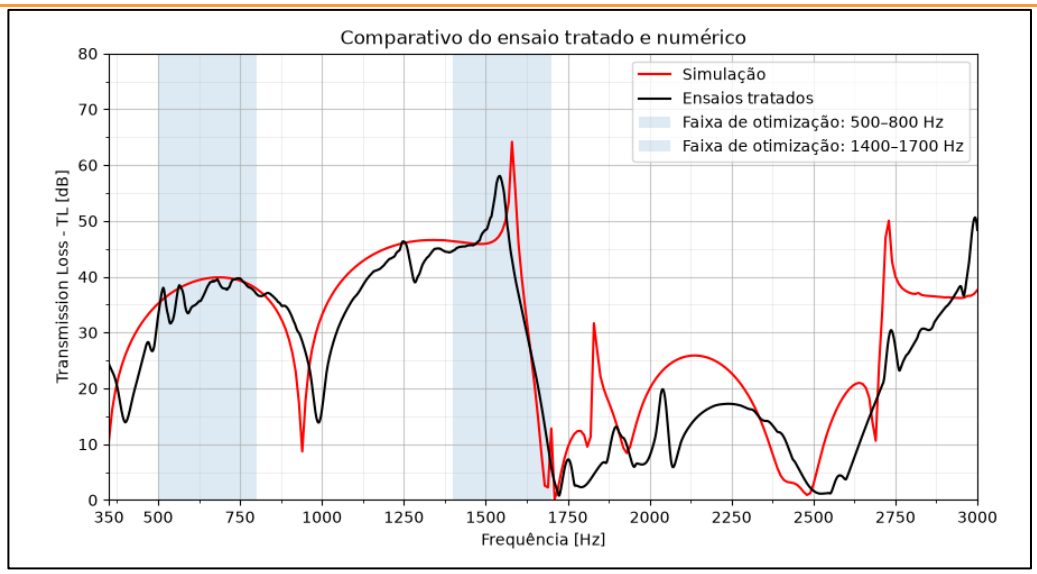


Figura 8: Comparativo das curvas de TL ensaiado tratado e numérico

Os resultados quantitativos desta comparação indicam uma concordância razoável de tendência, mas ainda com diferenças relevantes, como mostra a Tabela 2:

Tabela 2: Indicadores quantitativos da comparação entre curvas ensaiada tratada e numérica

Indicadores	**Resultados**
MAE (*Mean Absolute Error*)	6,057 dB
RMSE (*Root Mean Square Error*)	7,945 dB
Bias Médio	2,823 dB
Erro máximo	27,063 dB
Freq. Erro Máximo	1830,0 Hz
Correlação Pearson	0,8519
NSE (Coef. de Eficiência de Nash-Sutcliffe)	0,6736

A comparação quantitativa apresentou MAE de 6,06 dB e RMSE de 7,95 dB, indicando discrepâncias relevantes entre as amplitudes obtidas numericamente e experimentalmente. O bias de 2,82 dB evidencia uma tendência de superestimação da TL pelo modelo numérico. Apesar dessas diferenças, o coeficiente de correlação de Pearson de 0,852 demonstra boa correspondência entre o comportamento global das curvas, enquanto $NSE = 0{,}674$ indica que aproximadamente 67% da variabilidade experimental é representada pelo modelo. A maior discrepância, de 27,06 dB em 1830 Hz, está associada a diferenças locais entre picos e vales da resposta acústica.

Apesar da boa correspondência observada entre as curvas, considera-se que as diferenças mais acentuadas podem estar associadas às tolerâncias construtivas do silenciador otimizado fabricado. Adicionalmente, essas divergências podem decorrer das simplificações adotadas no modelo acústico numérico, da utilização de uma condição anecoica idealizada como condição de contorno e de possíveis deslocamentos das frequências de ressonância entre os modelos numérico e experimental que podem ser causados por modos estruturais não contabilizado no modelo numérico.

5. Conclusão

Este trabalho apresentou uma metodologia integrada entre o Método dos Elementos Finitos e algoritmo genético para a otimização acústica de um silenciador reativo simplificado, seguida da fabricação e avaliação experimental da geometria obtida. A integração computacional permitiu automatizar a alteração dos parâmetros geométricos e a avaliação da perda de transmissão, possibilitando a busca sistemática por configurações de melhor desempenho acústico.

A comparação entre os resultados numéricos e experimentais apresentou boa correspondência quanto ao comportamento global das curvas, com coeficiente de correlação de Pearson de 0,852, embora tenham sido observadas diferenças de amplitude, com MAE de 6,06 dB e RMSE de 7,95 dB. O bias de 2,82 dB indicou tendência de superestimação da perda de transmissão pelo modelo numérico. Esses resultados demonstram o potencial da metodologia proposta, mas também evidenciam a necessidade de aprimoramento do modelo para maior correspondência quantitativa com o comportamento experimental.

Como continuidade, recomenda-se investigar as fontes das discrepâncias observadas, realizar análise de independência de malha e incorporar ao modelo efeitos físicos e condições de contorno mais representativos do ensaio, como terminação não idealizada. A ampliação do espaço de projeto para outras variáveis geométricas também poderá contribuir para a obtenção de configurações com maior desempenho acústico.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGMEC) da Universidade Federal de Goiás (UFG) pelo suporte acadêmico e pela contribuição para o desenvolvimento deste trabalho. Agradecem, também, à empresa Brasil Geradores (BRG) pelo apoio técnico, como a fabricação e doação do silenciador otimizado utilizado nos ensaios experimentais.

Referências

1. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 10151:2019: Acústica — Medição e avaliação de níveis de pressão sonora em áreas habitadas — Aplicação de uso geral. 2. ed. Versão corrigida: 31 mar. 2020. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

2. MUNJAL, M. L. *Acoustics of ducts and mufflers*. 2. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2014. ISBN 978-1-118-44312-5.

3. HOWARD, C. Q.; CAZZOLATO, B. S. *Acoustic analyses using MATLAB and ANSYS*. Boca Raton: CRC Press, 2015. ISBN 978-1-4822-2325-5.

4. LIMA, K. F.; LENZI, A.; BARBIERI, R. The study of reactive silencers by shape and parametric optimization techniques. *Applied Acoustics*, v. 72, n. 4, p. 142–150, 2011. DOI: 10.1016/j.apacoust.2010.11.008.

5. GOLDBERG, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Reading: Addison-Wesley, 1989. ISBN 978-0-201-15767-3.

6. DEB, K. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. Chichester: John Wiley & Sons, 2001. ISBN 978-0-471-87339-6.

7. GAVIT, R.; WANI, K. Muffler transmission loss optimization for a vehicle using genetic algorithm. *International*

Journal of Engineering Sciences, v. 14, n. 4, 2022. DOI: 10.36224/ijes.140405.

8. KALITA, U.; SINGH, M. Optimization of reactive muffler through pressure acoustic analysis and Taguchi approach. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 45, n. 2, 2023. DOI: 10.1007/s40430-023-04023-1.

9. RAHIMI JOKANDAN, M.; SAFARI VARIANI, A.; AHMADI, S. Study of acoustic and aerodynamic performance of reactive silencer with different configurations: theoretical, modeling and experimental. *Heliyon*, v. 9, n. 9, e20058, 2023. DOI: 10.1016/j.heliyon.2023.e20058.

10. KULKARNI, S.; KULKARNI, M. Optimization of internal geometry for maximum transmission loss in a reactive muffler. *Building Acoustics*, v. 33, n. 1, p. 45–66, 2026. DOI: 10.1177/1351010X251389683.

11. ASTM INTERNATIONAL. *ASTM E2611-19: Standard test method for normal incidence determination of porous material acoustical properties based on the transfer matrix method*. West Conshohocken, PA: ASTM International, 2019. DOI: 10.1520/E2611-19.

12. SAVITZKY, A.; GOLAY, M. J. E. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures. *Analytical Chemistry*, v. 36, n. 8, p. 1627–1639, 1964. DOI: 10.1021/ac60214a047.