



Um estudo numérico baseado na teoria constructal aplicado a dissipadores de calor

Gustavo Silva Pereira Junior^{*}; Gustavo Poll¹ Marcus Pereira² Paulo Lessa³ Pedro Mutoni⁴ Otavio Duarte⁵ Jeferson Ávila Souza⁶

Resumo: A medida que os dispositivos eletrônicos se tornam menores e mais potentes, com o aumento de sua densidade energética, o desenvolvimento de dissipadores de calor mais eficientes e especializados torna-se uma questão essencial de projeto. Nesse contexto, o presente trabalho realiza um estudo numérico sobre o projeto de aletas de um sistema de resfriamento de dispositivos eletrônicos. O estudo é baseado na teoria construtal e propõe um método determinístico para prever as configurações entre o espaçamento e a largura das aletas para uma determinada condição de escoamento. O objetivo é obter trocadores de calor com desempenho térmico aprimorado, levando em consideração a queda de pressão do escoamento. As geometrias foram criadas a partir de um domínio vazio, e a evolução do sistema da superfície sólida dependeu de uma função de construção das aletas, baseada na velocidade do fluido e na temperatura. O problema físico foi resolvido por meio de simulações numéricas utilizando o software de código aberto OpenFOAM, baseado no método dos volumes finitos. Resultados preliminares indicaram que geometrias próximas do ideal podem ser construídas "crescendo" as aletas a partir de uma geometria elementar. Isso foi feito resolvendo os problemas térmicos e de escoamento de fluido e calculando a melhor posição e tamanho para a próxima aleta a ser adicionada. Também foi observado que, ao aumentar a quantidade de material sólido, a eficiência térmica aumenta, entretanto, existe um limite (volume sólido máximo).

Palavras-chave: dissipadores de calor, dispositivos eletrônicos, lei constructal.

^{*} [Universidade Federal de Rio Grande/gustavopereira8991@gmail.com](mailto:gustavopereira8991@gmail.com)

¹ Universidade Federal de Rio Grande/gtv.poll@gmail.com

² Universidade Federal do Paraná/marcusvap15@gmail.com

³ Universidade Federal de Rio Grande/pauloluislessa12@gmail.com

⁴ Universidade Federal de Rio Grande/pedrolho.mutoni@gmail.com

⁵ Universidade Federal de Rio Grande/otaviooduarte@gmail.com

⁶ Universidade Federal de Rio Grande/jasouza1974@gmail.com

1 INTRODUÇÃO

O contínuo avanço dos materiais eletrônicos leva à criação de componentes com alta densidade energética. Em muitos casos, o aumento da temperatura causado pela geração interna de calor, devido ao efeito Joule, compromete a operação e eficiência desses produtos. Por isso, é necessário que os dissipadores de calor evoluam para atender às demandas de dissipação térmica, assegurando o resfriamento adequado dos componentes eletrônicos, reduzindo os custos de produção e diminuindo o tamanho dos dissipadores.

Uma abordagem comum na modelagem de dispositivos eletrônicos envolve simplificar o problema ao considerar uma geometria mais simples com uma ou poucas fontes de calor. Problemas de cavidade (ou aletas invertidas) representam uma dessas abordagens, onde apenas o dissipador de calor é levado em consideração. Alguns estudos se concentram na otimização da geometria das aletas, resolvendo um problema de condução com geração interna de calor (p.e. Hajmohammadi, 2018). Algumas pesquisas focam na otimização da geometria do componente sujeito a uma condição de escoamento (Kumar e Jayavel, 2018).

A teoria construtal já foi utilizada para construir geometrias próximas do ideal em problemas de transferência de calor. Um exemplo é o trabalho de Viana *et al.* (2018), que apresenta um novo algoritmo baseado na Teoria Construtal para otimizar a forma de cavidades isotérmicas em corpos sólidos com geração de calor, visando reduzir a temperatura no domínio sólido. Diferentemente das abordagens tradicionais que utilizam métodos de otimização, como busca exaustiva ou algoritmos genéticos, o algoritmo proposto permite que a forma geométrica básica, chamada de Elemental Constructal (EC), evolua de forma determinística a partir de uma forma fundamental. O estudo demonstra que o desempenho térmico obtido com o método proposto é comparável às melhores formas encontradas na literatura e revela que a forma da cavidade evolui de configurações simples para mais complexas, como formatos em I, T, Y e até em forma de peixe.

Além disso, trabalhos mais recentes, como o de Moura *et al.* (2023), aplicaram o mesmo princípio para avaliar a evolução construtiva de microcanais para dissipação de calor. Para esse fim, os autores utilizaram simulações numéricas e um indicador de desempenho que considera os efeitos térmicos e hidrodinâmicos do escoamento em um microcanal. A cada etapa construtiva, o indicador de desempenho determinava a posição onde a próxima aleta deveria ser criada, visando melhorar o desempenho térmico e reduzir a queda de pressão no dissipador de calor.

Ambos os trabalhos utilizaram os princípios da Teoria Construtal (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008) para acompanhar o aspecto construtivo da evolução do sistema ao longo do tempo, com base nas condições determinadas no projeto, e, para aplicações de engenharia, encontrar a melhor opção para a aplicação física.

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo avaliar a evolução de um sistema de dissipação de calor sólido-ar utilizando uma abordagem baseada na Teoria Construtal. Para isso, foi definida uma função de crescimento que considera os efeitos

hidrodinâmicos e térmicos do dissipador de calor sobre o fluido, determinando como e onde as novas aletas devem ser criadas. Para avaliar o desempenho das novas geometrias, a cada etapa construtiva a geometria foi comparada com um modelo comercial atualmente utilizado em dispositivos eletrônicos. Os resultados demonstram que o algoritmo é eficiente no desenvolvimento de novas geometrias, e sua aplicação na engenharia resulta em maior eficiência energética na criação de novos dissipadores de calor, além de uma redução no volume de material utilizado.

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A construção do dissipador de calor começou a partir de uma configuração primitiva preestabelecida (etapa 01), com a área da base igual à área ocupada pelas aletas (Fig. 1b) no dissipador de calor comercial de referência. A adição de aletas foi determinada por meio de uma função de crescimento que considera os efeitos térmicos (temperatura) e hidrodinâmicos (velocidade) do escoamento, dada por

$$C = u \cdot T \quad (1)$$

onde C é a função construtiva [$\text{K} \times \text{m/s}$], u é a velocidade local [m/s] e T é a temperatura local [K]. A função tem como objetivo criar uma única variável capaz de representar de maneira equitativa a temperatura e a velocidade em um determinado ponto.

Com base nessa função, n_{max} etapas construtivas foram avaliadas para quatro espessuras diferentes de aletas, seguindo o algoritmo de crescimento:

- 1) solução das equações governantes;
- 2) aplicação da função de crescimento (produto da velocidade e temperatura) para determinar a nova posição das aletas;
- 3) adição das novas aletas. Elas são posicionadas conectando a base aos pontos com o valor máximo da função de crescimento e devem estar localizadas dentro da limitação espacial delineada pelas linhas laranjas na Fig. 1(b);
- 4) se a etapa construtiva for menor que n_{max} , retornar ao passo 1.

É importante observar que, devido à simetria do problema, em todas as etapas construtivas, exceto na primeira, duas aletas são adicionadas em cada evolução da geometria. Para o presente caso, n_{max} é 5.

O objetivo inicial é avaliar um novo dissipador de calor, construído a partir de uma evolução natural do sistema, que melhore a geometria de um modelo comercial atualmente utilizado em um inversor fotovoltaico. O modelo comercial, assim como a etapa construtiva inicial, é mostrado na Fig. 1.

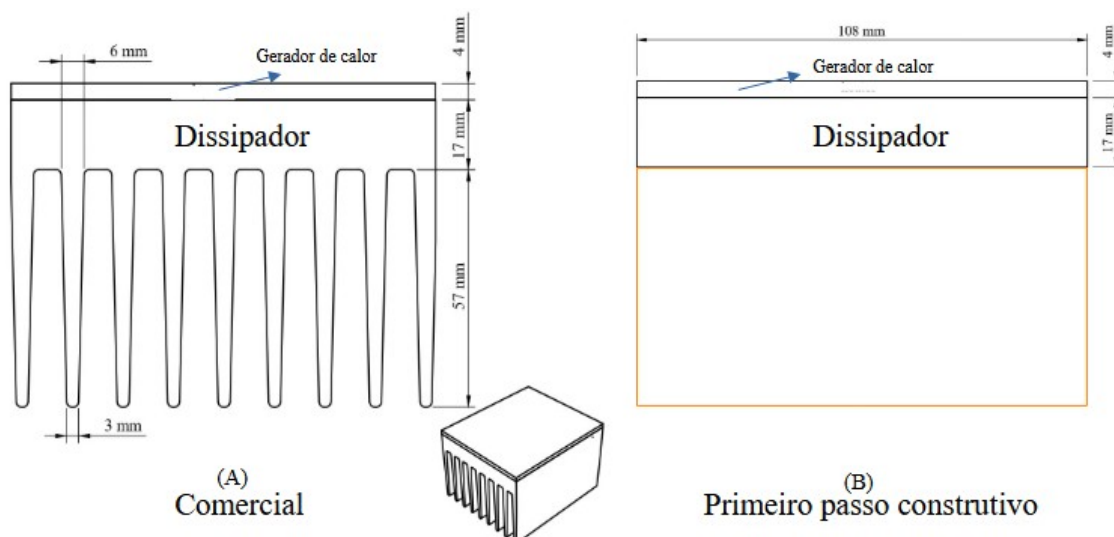


Figura 1: esboço dos trocadores de calor: (a) representação bidimensional do modelo comercial e (b) representação bidimensional da etapa construtiva inicial.

O modelo comercial atualmente utilizado possui uma base de 4 x 17 x 126 mm e 9 aletas com formatos trapezoidais e pontas arredondadas (6 mm próximo à base e 3 mm na área mais distante). O tamanho máximo das aletas é de 57 mm e o volume total do dissipador de calor comercial é de 524,4 cm³, sem contar os espaços entre as aletas. Na Fig. 1, os desenhos "a" e "b" mostram o gerador de calor, com a mesma área de base do dissipador e uma altura de 4 mm. O modelo de construção inicial tem o mesmo volume de base que o dissipador comercial (4 x 108 mm). A área designada para a construção das aletas foi definida para que os novos dissipadores não ocupem um volume maior do que o atualmente utilizado, com uma altura máxima de 57 mm a partir da base.

As novas aletas a serem construídas assumiram formas trapezoidais, sem pontas arredondadas, com uma espessura da base (A) de 4 mm afunilando-se até o topo com uma espessura B. Foram avaliados 4 diferentes razões entre o valor de B/A: 0,25, 0,5, 0,75 e 1. O valor de A, foi adotado como constante e igual a 4 mm. Para cada uma dessas razões, foi aplicado o algoritmo exposto na seção 2.

O "Passo 1" corresponde à etapa inicial, o "Passo 2" inclui apenas 1 aleta e, a partir daí, pares de aletas foram adicionados até o "Passo 5". A Fig. 2 mostra de forma esquemática os casos analisados.

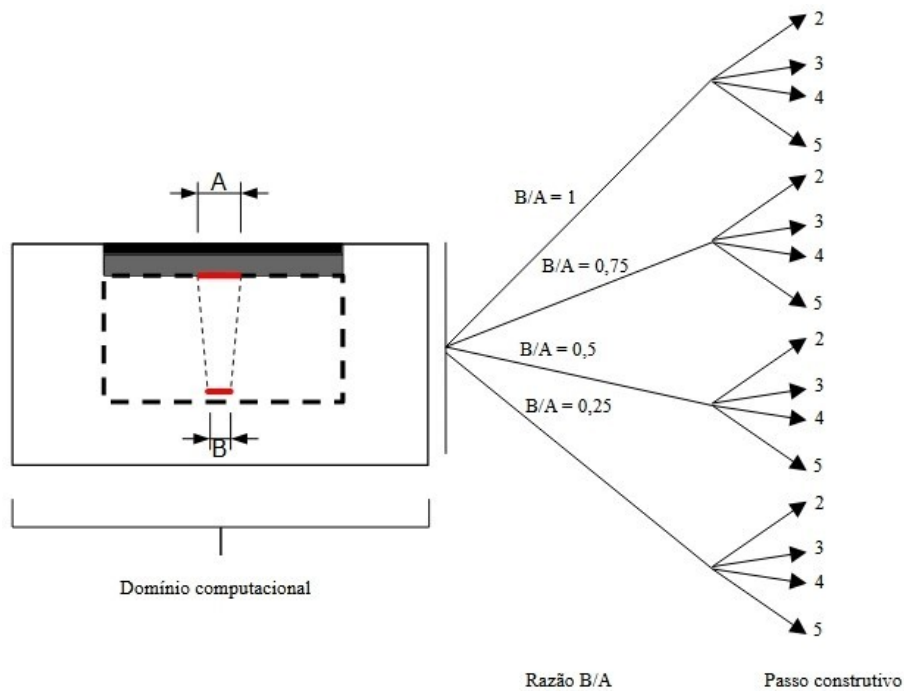


Figura 2: panorama geral das simulações realizadas

2.1 Modelo matemático e modelagem numérica

O domínio computacional do modelo é mostrado na Fig. 3. O modelo consiste em três regiões principais: dois sólidos (o dissipador de calor (1) e o gerador de calor (2)), concêntricos em um túnel de vento, através do qual um fluido (ar (3)) flui, com dimensões de 208 x 110 x 226 mm.

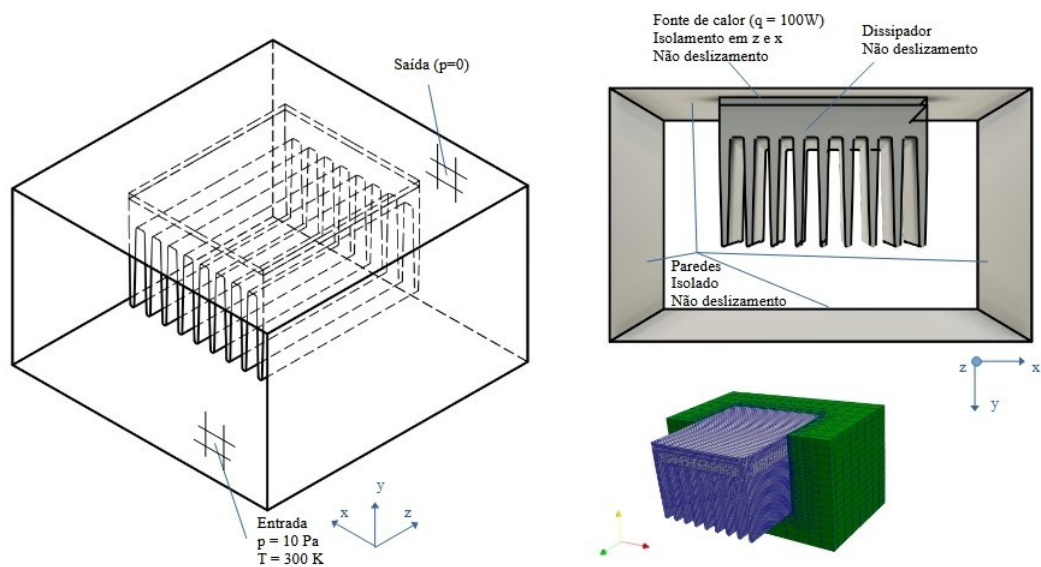


Figura 3: domínio computacional, condições de contorno e representação de uma das malhas para as três regiões do domínio computacional.

O ar entra no domínio com uma pressão de 10 Pa e uma temperatura de 300 K, absorve calor do dissipador de calor e sai do domínio pela saída onde a pressão é prescrita e igual a 0 Pa. As paredes do túnel são isoladas, e a condição de não deslizamento (no-slip) foi aplicada à velocidade. O gerador de calor produz 100 W e libera carga térmica apenas para o dissipador de calor. Para resolver o modelo, foi utilizado o software OpenFOAM (Weller, 2024), que é baseado no método dos volumes finitos (Versteeg e Malalasekera, 2007).

Os termos do gradiente foram discretizados usando um esquema de interpolação CDS (Central Difference Scheme) de segunda ordem, e esquemas upwind foram aplicados aos termos divergentes. O acoplamento velocidade-pressão foi resolvido utilizando o algoritmo PIMPLE (Holzmann, 2017).

Na modelagem matemática da região de ar, tanto a convecção natural quanto a forçada são consideradas. O escoamento é assumido como incompressível, com todas as propriedades físicas constantes, e a aproximação de Boussinesq (Bejan, 1995) é usada para levar em conta os efeitos da convecção natural. A turbulência é modelada usando as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds, com o modelo κ - ε (Wilcox, 2002) para fechamento. As equações de conservação (médias ponderadas no tempo) de massa e quantidade de movimento são dadas, respectivamente, por

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \rho g_i [1 - \beta (T - T_\infty)] \quad (3)$$

onde \bar{u} é a velocidade média [m/s], t é o tempo [s], p a pressão [Pa], x as coordenadas cartesianas [m], g a aceleração da gravidade [m/s²], μ a viscosidade [m²/s], μ_t a viscosidade turbulenta [m²/s], ρ é a massa específica do fluido [kg/m³] e β o coeficiente de expansão térmica [1/K]. Os índices i, j e k correspondem às direções x, y e z .

A viscosidade turbulenta pode ser expressa por

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

onde κ é a energia cinética turbulenta [m²/s²], ε é a taxa de dissipação viscosa [m²/s³], e $C_\mu = 0,09$ é uma constante do modelo.

O modelo de turbulência κ - ε é fechado com mais duas equações de transporte (Laund-
er e Spalding, 1972). A primeira equação, para a energia cinética turbulenta, é dada por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \kappa) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{u}_i \kappa) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \right) + 2\mu_t S_{ij} - \rho \varepsilon \quad (5)$$

onde

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

S_{ij} é a taxa de deformação média [1/s].

A segunda equação, para a taxa de dissipação viscosa, é dada por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{u}_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{\kappa} 2\mu_t S_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \quad (7)$$

onde as constantes do modelo são: $\sigma_\kappa = 1.00$, $\sigma_\varepsilon = 1.30$, $\sigma_{1\varepsilon} = 1.44$ and $\sigma_{2\varepsilon} = 1.92$.

A conservação de energia é modelada por

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_i \bar{T}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\alpha + \alpha_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right] \quad (8)$$

onde T é a temperatura [K].

Nas regiões sólidas, todas as propriedades físicas são constantes e apenas uma equa-
ção é modelada para a condução de calor.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\alpha_s \frac{\partial T_s}{\partial x_i} \right) + q''' = 0 \quad (9)$$

onde T_s é a temperatura do sólido [K], α é a difusividade térmica [m²/s] e q''' é a geração
de calor interna volumétrica [W/m³].

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados qualitativos da construção dos novos dissipadores de calor são mostra-
dos na Fig. 4, onde é representado o campo de temperatura do fluído e do conjunto dis-
sipador e fonte de calor. Para obter as imagens da Fig. 4, uma seção foi feita no ponto
médio entre a entrada e a saída do fluido. Nesta região as temperaturas são mais homo-
gêneas. A área da seção transversal do dissipador de calor é retratada na representação
da diferença de temperatura do dissipador de calor comercial, e a área da seção transver-
sal do túnel de vento é a área de um retângulo 208 x 110 mm.

Pode-se perceber que mesmo nos casos onde os dissipadores se tornam mais afinados
(B/A = 0,25), a homogeneidade na distribuição da temperatura se mantém. A temperatu-
ra máxima observada no passo construtivo 5 fica entre 55 °C e 58 °C.

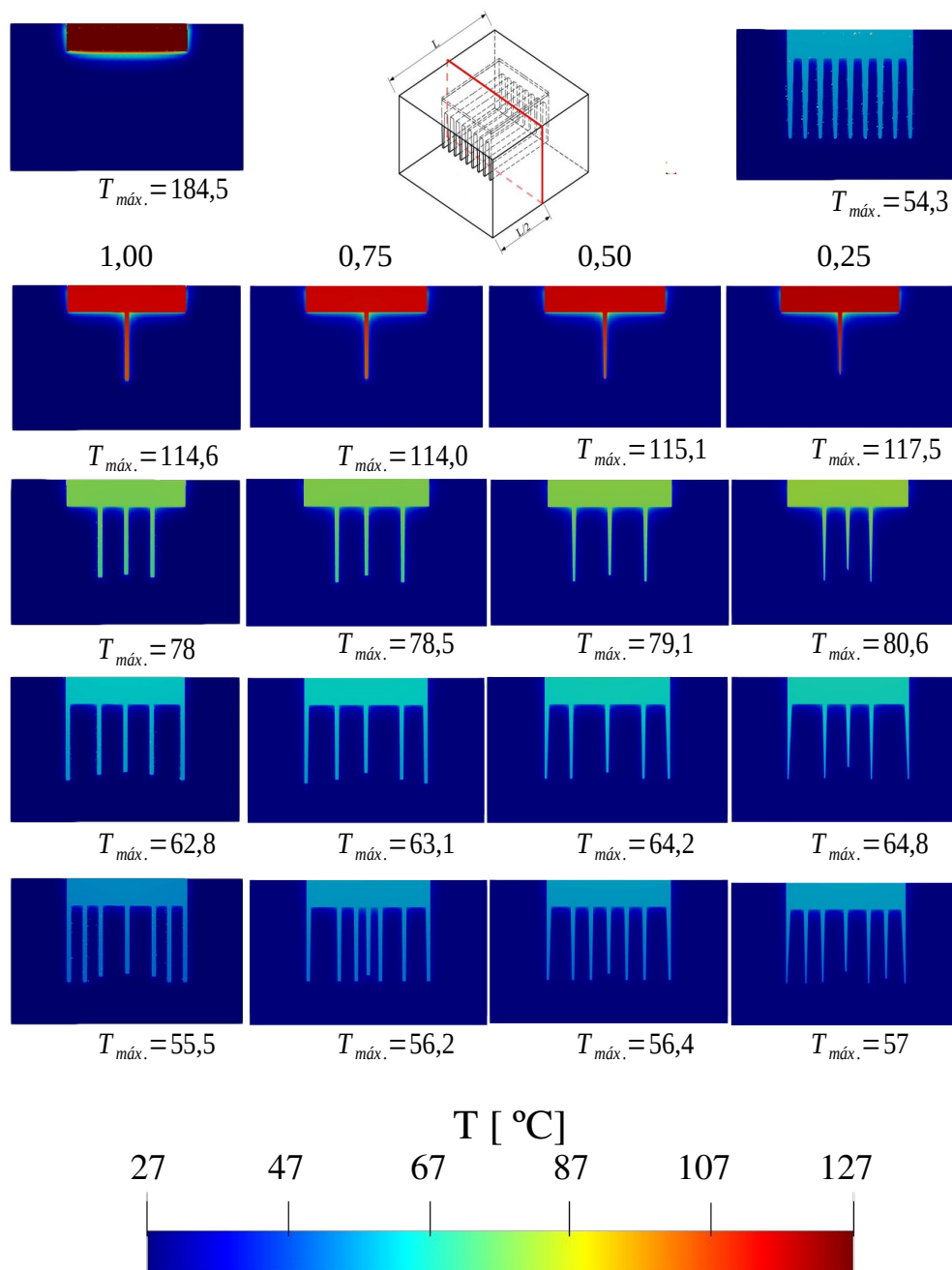


Figura 4: Comportamento térmico para cada passo construtivo em função de cada razão testada. Abaixo da imagem, é apontado a temperatura máxima observada.

Na figura 5, é possível avaliar a temperatura máxima e a vazão em cada uma das situações. No eixo Y à direita (cor vermelha), pode-se avaliar a vazão no túnel de vento, e no eixo Y à esquerda (cor azul), a temperatura máxima observada no dissipador de calor. As curvas devem ser lidas em seus respectivos eixos coloridos. O eixo X representa a etapa de construção para cada espessura de aleta estudada. A linha pontilhada indica o comportamento do dissipador de calor comercial em relação à temperatura máxima e à vazão observadas. No título de cada gráfico está descrito a razão B/A utilizada. De

modo geral, a temperatura média observada nos dissipadores de calor variou aproximadamente $\pm 2^{\circ}\text{C}$ em relação à temperatura máxima em todos os casos.

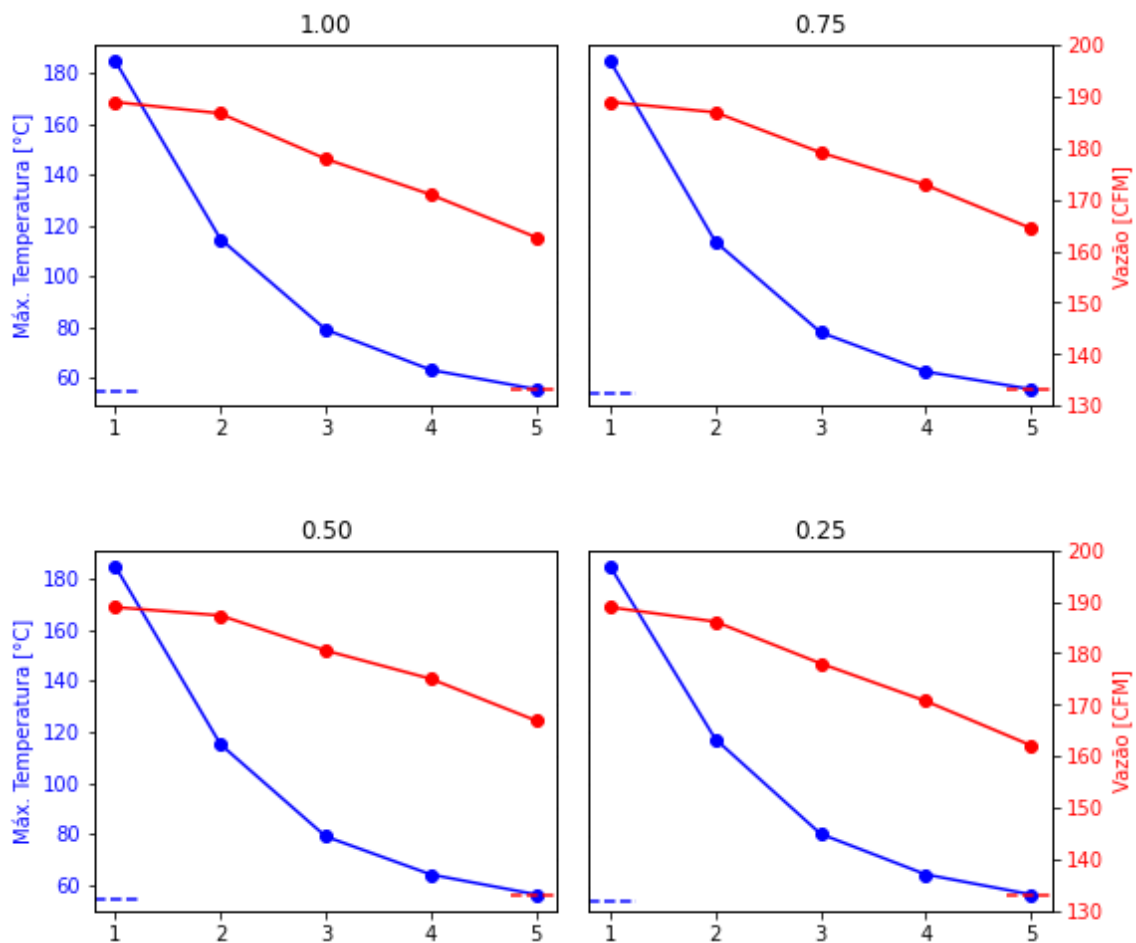


Figura 5: temperatura máxima (linhas vermelhas) e vazão (linhas azuis) em função do passo construtivo para cada uma das razões testadas no estudo.

Todas as espessuras de aletas exibiram tendências de desempenho térmico semelhantes, convergindo para o mesmo comportamento de temperatura máxima até a etapa de construção 5. Portanto, qualquer uma das três espessuras de aleta a partir da etapa de construção 5 poderia ser usada para alcançar o mesmo desempenho térmico no dispositivo.

Em termos de desempenho hidrodinâmico, todas as geometrias recém-criadas apresentaram um desempenho superior ao observado no dissipador de calor comercial, com desempenho notável na etapa de construção 5, atingindo eficiência térmica similar à do dissipador comercial. A melhoria no desempenho hidrodinâmico se deve principalmente à redução da área de contato entre o ar e o dissipador de calor, resultando em menor efeito das forças viscosas do fluido.

O gráfico mostrado na Fig. 6 apresenta o desempenho térmico em função do volume do dissipador. No eixo Y, é apresentada a temperatura máxima, e no eixo X, o volume do dissipador em centímetros cúbicos. A legenda indica as cores das respectivas razões entre B/A, e uma estrela preta demarca o comportamento do dissipador comercial. Observa-se que o modelo é capaz de identificar dissipadores com desempenho térmico melhor ou semelhante, reduzindo a quantidade de material utilizada.

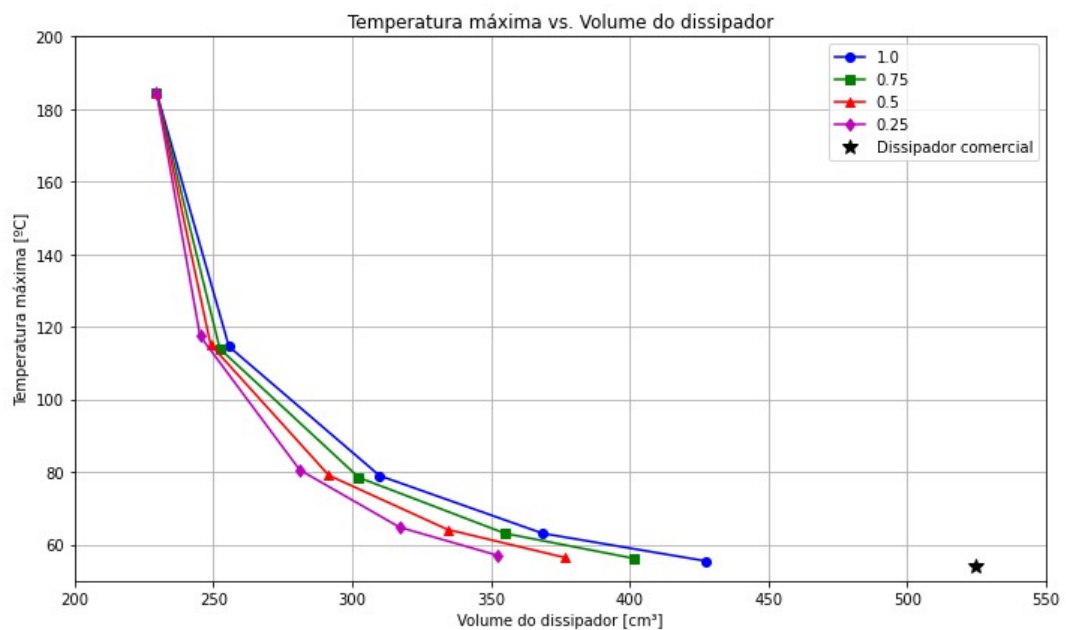


Figura 6: temperatura máxima em função do volume do dissipador.

4 CONCLUSÃO

Neste estudo, foi avaliado um método construtivo baseado na Lei Constructal para analisar a evolução de dissipadores de calor sob condições específicas de fluxo. O algoritmo construtivo considera o desempenho térmico e hidrodinâmico do fluxo entre as aletas do dissipador de calor, e a construção de cada aleta é avaliada em cada etapa do processo de construção.

Cinco etapas de construção foram simuladas para quatro diferentes espessuras de aletas, juntamente com um dissipador de calor comercial atualmente usado em um produto do mercado. No total, foram realizadas 22 simulações.

Os resultados mostram que o uso do algoritmo torna possível criar dissipadores de calor com menor volume e desempenho térmico equivalente em comparação com o dissipador comercial. Além disso, esses dissipadores de calor apresentam aspectos de construção mais simples de fabricar. Considerando uma densidade média do alumínio de 2,7 g/cm³, é possível reduzir o peso de um dissipador de calor em até 540 g em comparação

com o dissipador comercial, como no caso do dissipador com razão B/A de 0,25 na etapa de construção 5.

Os dissipadores de calor convencionais encontrados no mercado brasileiro são comumente fabricados de maneira homogênea, seja devido a limitações de fabricação ou para reduzir o volume de material a ser removido da matéria-prima usada na produção. Este artigo apresenta um algoritmo aplicado em uma situação específica para remover calor de eletrônicos, demonstrando que é possível reduzir a quantidade de material utilizado, mantendo o desempenho térmico.

Além disso, todos os casos mostraram uma melhoria no desempenho hidrodinâmico à medida que a taxa de fluxo dentro do túnel de vento aumentava. Isso pode ser atribuído à redução da área de contato entre o ar e as aletas do dissipador de calor, o que consequentemente reduziu os efeitos viscosos, permitindo maiores velocidades do ar próximas ao dissipador. Um aumento de 30 a 50 CFM (pés cúbicos por minuto) foi observado, dependendo do caso.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo apoio financeiro à pesquisa (processos: 305994/2022-0 e 140385/2024-0)

REFERÊNCIAS

- Bejan, A. (1995). *Convection heat transfer* (2ª ed.). Wiley, New York.
- Bejan, A., & Lorente, S. (2008). *Design with constructal theory*. John Wiley & Sons.
- Bejan, A. (2000). *Shape and structure, from engineering to nature*. Cambridge University Press.
- Kumar, R. S., & Jayavel, S. (2018). “Forced convective air-cooling effect on electronic components of different geometries and orientations at flow shedding region”. *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, pp. 1–9. <https://doi.org/10.1109/TCPMT.2018.2797185>
- Hajmohammadi, M. R. (2018). “Optimal design of tree-shaped inverted fins”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 116, pp. 1352–1360. <https://doi.org/10.1016/j.ijheat-masstransfer.2017.09.042>
- Holzmann, T. (2017). *Mathematics, numerics, derivations and OpenFOAM* (4ª ed.). Leoben.

- Launder, B. E., & Spalding, D. B. (1974). “The numerical computation of turbulent flows”. *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(2), pp. 269–289. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(74\)90029-2](https://doi.org/10.1016/0045-7825(74)90029-2)
- Moura, A., Maliska, E. D. S., & J. A. S. (2023). “Numerical study of three-dimensional microchannel using the Constructal Law”. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 146.
- Versteeg, H., & Malalasekera, W. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method* (2^a ed.). Prentice Hall.
- Vianna, J. C. B., Maliska, E. D. S., & J. A. S. (2018). “A new Constructal Theory based algorithm applied to thermal problems”. *International Journal of Thermal Sciences*, 126, pp. 118–124.
- Weller, H., Greenshields, C., & de Rouvray, C.. The OpenFOAM Foundation Ltd. In: OpenFOAM. Retrieved from <https://openfoam.org/>
- Wilcox, D. C. (2002). *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, La Canada, USA.