

O tema do Problema de Monty Hall aplicado a questões de múltipla escolha

Sidney Pinheiro Duarte Santana¹

PROFMAT UFJF, Juiz de Fora, MG

Rodrigo dos Anjos Azevedo²

PROFMAT UFJF, Juiz de Fora, MG

Roseli Corrêa Santana Duarte³

UNIGRANRIO AFYA, Duque de Caxias, RJ

Resumo. Neste trabalho será apresentado o problema de Monty Hall e uma generalização no número de portas em relação ao original. Buscaremos apresentar o conceito de probabilidade que é um conceito importantíssimo em Matemática aliado ao conceito de tomada de decisão. Para isso, buscaremos aplicar uma generalização do Monty Hall em problemas de concursos. Além disso, tentaremos mostrar o uso de conectivos lógicos e tentar construir essa ponte desse problema também com a Lógica Matemática. É fácil encontrar simuladores já montados do problema na internet, já que existem diversas páginas que tratam do problema original na internet. Esperamos que os alunos se motivem a olhar para a probabilidade como uma ferramenta de tomada de decisão em suas vidas.

Palavras-chave. Monty Hall; Probabilidade; Generalizações.

1 Introdução

Neste trabalho, buscamos apresentar aplicações práticas para o Problema de Monty Hall, ampliando o tema para Grandes Números e fazendo uso de conectivos lógicos. O Problema de Monty Hall surgiu em programas de TV de auditórios nos EUA, originalmente no programa apresentado por Monty Hall, na década de 60 do Século XX, onde um prêmio de valor estava oculto atrás de uma de três portas e nas outras duas portas estavam também ocultos algo sem valor, segundo [2]. A dinâmica é composta por etapas, por análise e modelagem matemática que serão descritas ao longo do trabalho.

A partir das três portas do problema original, pode-se fazer uma expansão do tema em questão para n portas, onde n é maior ou igual a 3, levando o tema a ser analisado na perspectiva de Grandes Números. Por expansão, temos uma aplicação para o tema, onde um aluno deve escolher e marcar uma opção em 4 possíveis opções em uma questão de múltipla escolha, onde só uma opção está correta, fazendo uso do tema de Monty Hall, associando as 4 opções com 4 portas fechadas, será analisado, descrito e modelado uma dinâmica afim de maximizar as chances do aluno acertar a opção correta da questão. Será feita em seguida, seguindo os mesmos procedimentos, com uma questão de múltipla escolha com 5 opções. Por fim, será unido o tema com a lógica e aos conectivos lógicos.

¹sidneypinheiroduartesantana@gmail.com

²rodrigodosanjosazevedo@id.uff.br

³rose2020eng@gmail.com

2 Metodologia

Esse é um estudo que buscou generalizar, aplicar na prática e modelar matematicamente o tema do Problema de Monty Hall que surgiu fora do mundo acadêmico. Esse trabalho foi realizado assim:

- i) Explicar a dinâmica do problema original do tema de Monty Hall, segundo [2], que teve origem em programas de auditório;
- ii) Explicar a análise probabilística e matemática do problema original do tema de Monty Hall, que teve origem em programas de auditório;
- iii) Fazer uso de diagramas, gráficos, formulações, equações, conceitos de análise combinatória e probabilidade, segundo [1], bem como [3] e outras ferramentas matemática, o tema de Monty Hall original (3 portas) será explicado e expandindo para um número qualquer de portas maior do que 3;
- iv) Através de uma questão de múltipla escolha, a ser marcada por um aluno, onde temos 4 ou 5 opções para marcar, com somente uma opção correta, associá-la com o tema de Monty Hall expandido para 4 ou 5 portas;
- v) Elaborar uma dinâmica a ser seguida pelo aluno, dentro do tema de Monty Hall, afim de maximizar as chances do aluno de acertar a questão de múltipla escolha com 4 ou com 5 opções, onde só uma é a correta;
- vi) Realizar na prática, na sala de aula, a dinâmica de Monty Hall que eram feitas nos programas de TV, fazendo uso de prêmio como: bombons, doces, bonés, camisetas entre outros. Executando a dinâmica várias vezes, afim de verificar sua validade na prática;
- vii) Realizar na prática, na sala de aula, a dinâmica de Monty Hall, agora com questões de múltipla escolha com 4 ou 5 opções, estando somente uma certa, executando a dinâmica várias vezes, afim de verificar sua validade na prática;
- viii) Analisar, descrever e discutir em sala de aula o tema de Monty Hall para questões de múltipla escolha com 4 ou 5 opções, estando só uma certa, em conectivos lógicos.

3 Resultados e Discussão

Apresentaremos agora alguns resultados e discussões que surgiram nos desdobramentos desse trabalho:

- I) A dinâmica de Monty Hall, em programas de TV, se realizava seguindo as etapas:
 - i) Primeiramente, o apresentador pede ao concorrente que escolha uma das três portas, somente escolhendo-a e não abrindo-a, sendo essa porta a que o participante acredita estar o prêmio;
 - ii) Em segundo lugar, o apresentador abre uma das duas portas restantes, não escolhidas pelo concorrente, sendo que a porta que será aberta nessa etapa obrigatoriamente terá atrás dela um objeto sem valor. Ao término dessa etapa, restarão sempre duas portas fechadas, uma escolhida pelo participante e outra que o apresentador não abriu;
 - iii) Na terceira etapa, o apresentador perguntará ao concorrente se deseja mudar sua escolha, referente a porta escolhida, ou não;
 - iv) Após a escolha do concorrente, o apresentador abrirá a porta que o concorrente decidiu e será revelado se o prêmio foi ganho ou não pelo concorrente.
- Essas etapas podem ser analisadas matematicamente assim:
- iva) Analisando primeiramente, a chance do concorrente ganhar o prêmio tendo escolhido a porta premiada, caso venha a decidir não trocar de porta, após uma das duas portas restantes não escolhidas serem abertas. Teremos $1/3$ chance de ganhar o prêmio, caso decida trocar teremos $1 - 1/3 = 2/3$ de chance de não ganhar o prêmio;

ivb) Analisando agora, a chance do concorrente ganhar o prêmio não tendo escolhido a porta premiada, caso venha a decidir não trocar de porta, após uma das duas portas restantes não escolhidas ser aberta. Teremos $1/3$ chance de não ganhar o prêmio, caso decida trocar teremos $1 - 1/3 = 2/3$ de chance de ganhar o prêmio. Sendo assim, a melhor decisão para o concorrente, afim de ganhar o prêmio, será sempre trocar de porta. Essa representação, feita acima, também pode ser feita através de uma figura em forma de árvore ou por um mapa mental.

II) Através de um experimento mental, podemos expandir o número de portas para n , onde n é maior do que 3. Estando todas as portas fechadas, atrás de somente uma delas estará oculto um prêmio e nas demais nada de valor terá.

Seguindo a dinâmica de Monty Hall, podemos observar que sendo n muito grande (tendendo a infinito), a chance do concorrente acertar a porta premiada com a escolha da primeira etapa será muito pequena (tendendo a zero), sendo assim a chance do prêmio estar entre as $(n - 1)$ portas, não escolhidas pelo participante, é enorme (tende a 1). Dando prosseguimento, o apresentador abrirá $(n - 2)$ portas das $(n - 1)$ portas não escolhidas pelo concorrente, sendo que todas as $(n - 2)$ portas que serão abertas obrigatoriamente não terão o prêmio atrás delas, sendo assim é enorme a chance do prêmio estar atrás da porta que não foi escolhida pelo concorrente e nem foi aberta pelo apresentador. Então, quando o apresentador perguntar ao concorrente se ele fica com a porta escolhida ou troca, pela a análise descrita o concorrente deverá trocar, pois a escolha dele estará com chance de acerto tendendo a zero e a porta que está sendo oferecida a ele em troca estará com chance tendendo a infinito de ser premiada.

III) Consideremos uma questão de múltipla escolha de uma prova com 4 ou 5 opções a serem marcadas, onde só uma é a certa. Um aluno ao tentar acertá-la, poderá associar as 4 ou 5 opções com as 4 ou 5 portas fechadas do tema de Monty Hall. Como mostra a Figura 1 para o caso de 4 opções, através do Teorema de Bayes, o aluno será levado a tomar as seguintes decisões lógicas:

- i) Se sabe, então conclua marcando a opção certa com convicção;
- ii) Se não sabe, então marque aleatoriamente uma opção;
- iii) Se marcou aleatoriamente uma opção e a seguir (por fonte confiável, não intuitiva e não por auto eliminação), conseguiu eliminar pelo menos uma opção restante, então (fazendo uso do tema de Monty Hall como uma ferramenta) conclua mudando a opção marcada aleatoriamente por alguma outra restante;
- iv) Se marcou aleatoriamente uma opção e a seguir não conseguiu eliminar pelo menos uma opção restante, então não mude a opção.

IV) Consideremos uma questão de múltipla escolha de uma prova com 5 opções a serem marcadas, onde só uma é a certa. Um aluno ao tentar acertá-la, poderá associar as 5 opções com as 5 portas fechadas do tema de Monty Hall. Como mostra a Figura 2, através do Teorema de Bayes, o aluno será levado a tomar as seguintes decisões lógicas:

- i) Se sabe, então conclua marcando a opção certa com convicção;
- ii) Se não sabe, então marque aleatoriamente uma opção;
- iii) Se marcou aleatoriamente uma opção e a seguir (por fonte confiável, não intuitiva e não por auto eliminação), conseguiu eliminar pelo menos uma opção restante, então (fazendo uso do tema de Monty Hall como uma ferramenta) conclua mudando a opção marcada aleatoriamente por alguma outra restante;
- iv) Se marcou aleatoriamente uma opção e a seguir não conseguiu eliminar pelo menos uma opção restante, então não mude a opção.

É possível fazer uso de conectivos lógicos para fazer a representação dos passos descritos anteriormente.

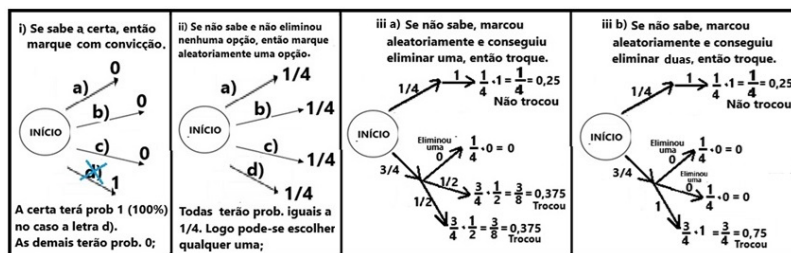


Figura 1: Pelo Teorema de Bayes as 4 portas de Monty Hall e Lógica aplicados a questão de marcar com 4 opções . Fonte: Os Autores.

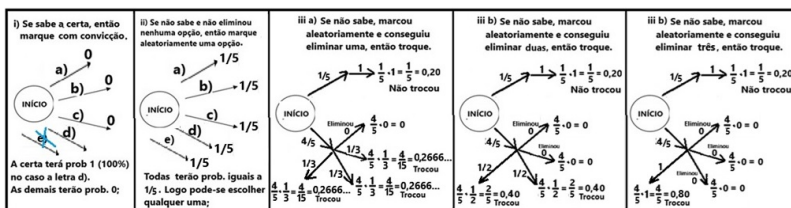


Figura 2: – Pelo Teorema de Bayes as 5 portas de Monty Hall e Lógica aplicados a questão de marcar com 4 opções . Fonte: Os Autores.

4 Considerações Finais

Através desse trabalho, por meio do tema de Monty Hall, os alunos poderão adquirir conhecimentos e compreensão sobre vários temas de contexto matemático como: Probabilidade, Grandes Números, Lógica e Conectivos Lógicos. Com isso, o professor poderá levar esses temas aos discentes do Ensino Médio de forma contextualizada, com interligação dos temas, com aplicação prática e dando ao aluno uma opção inovadora de adquirir conhecimentos matemáticos e gosto por esses estudos.

Referências

- [1] A. e outros Morgado. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 6a. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2004. ISBN: 85-85818-01-8.
- [2] Jason Rosenhouse. “The Monty Hall Problem: The Remarkable Story of Math’s Most Contentious Brain Teaser”. Dissertação de mestrado. Oxford University Press: Oxford, 2009.
- [3] Edward R. Scheinerman. **Matemática Discreta - Uma Introdução**. 1a. ed. Brasil: Brasil: Cengage, 2003. ISBN: 85-221-0291-0.