

Modelagem de Funções Periódicas com IA: Análise das Variações Climáticas em São Luís-MA

João de Deus Mendes da Silva,¹ Napoleão Campos Everton Sobrinho²

DEMAT UFMA, São Luís, MA

Valeska Martins de Souza³

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO - UFMA, São Luís, Maranhão

Resumo. Este trabalho apresenta a modelagem de funções periódicas aplicadas ao estudo de variações de temperatura em São Luís, Maranhão. Utilizando funções trigonométricas, modelamos a variação diária e anual da temperatura, baseados em dados reais obtidos da cidade. As funções trigonométricas representam fenômenos climáticos de maneira precisa, sendo ideais para introduzir o conceito de periodicidade no ensino de matemática aplicada. Além disso, são apresentadas tabelas e gráficos para corroborar a validade dos modelos.

Palavras-chave. Modelagem Matemática, Inteligência Artificial, Educação Matemática, Sequência Didática. Funções Periódicas.

1 Introdução

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC [2] destaca a importância da modelagem matemática como uma ferramenta pedagógica para o desenvolvimento de competências, especialmente na resolução de problemas que envolvem o uso da matemática em contextos do cotidiano. A modelagem permite aos alunos não apenas compreender os conceitos matemáticos, mas também aplicá-los em situações reais. Dentro desse contexto, a tecnologia educacional, em especial, a Inteligência Artificial - IA [5], desempenha um papel crucial na mediação desses processos, permitindo maior interatividade e personalização das atividades de ensino.

Diversos pesquisadores têm usado a modelagem matemática para o ensino de funções periódicas. De acordo com Lobato [3], os documentos oficiais que orientam o cenário educacional brasileiro destacam a importância de incluir no currículo escolar os fenômenos periódicos, além de relacioná-los aos conteúdos das Ciências Naturais, especialmente da Física. No entanto, esses documentos enfatizam o estudo das funções trigonométricas seno e cosseno, deixando em segundo plano outros conhecimentos relacionados às funções periódicas.

Já Munhoz [4], propôs uma série de atividades que combinam tecnologia, utilizando, o software GeoGebra e a modelagem matemática, para ensinar os conceitos das funções trigonométricas. Essas atividades buscaram atingir os diferentes tipos de modo de aprendizagem: o visual, o auditivo e o cinestésico.

Neste contexto, propomos nesse trabalho uma metodologia de ensino que busque equilibrar o uso de tecnologia ancorado na modelagem matemática de fenômenos reais[1], como uma aplicação na sala de aula da Educação Básica. A sequência proposta busca aproximar os alunos da matemática.

¹jdm.silva@ufma.br

²napoleaosobrinho@yahoo.com.br

³valeska.martins@ufma.br

⁴Este template foi baseado no modelo de trabalho completo do CNMAC 2024, disponível no Overleaf.

Este trabalho se propõe a modelar variações de temperatura, com foco na cidade de São Luís-MA, utilizando funções trigonométricas para representar padrões periódicos. Funções seno e cosseno são comumente empregadas para descrever fenômenos cíclicos, como o ciclo diário de aquecimento e resfriamento, bem como as variações sazonais ao longo do ano.

São Luís, capital do estado do Maranhão, possui um clima tropical com variações sazonais e diárias de temperatura que podem ser modeladas de forma eficaz por funções periódicas. A partir de dados históricos, ajustamos modelos que possibilitam uma visão prática da aplicação das funções periódicas, oferecendo uma sequência didática que interliga o aprendizado de funções trigonométricas à compreensão de fenômenos climáticos. Além disso, exploramos o uso da IA como uma ferramenta de suporte no processo educacional, auxiliando na análise e simulação de cenários reais.

2 Metodologia

A metodologia utilizada é a modelagem matemática de problemas reais da cidade de São Luís. De um modo geral, as cidades, e em especial São Luís-MA, apresentam diversos fenômenos naturais e sociais que podem ser modelados por funções periódicas, como as funções trigonométricas. Numa primeira conversa com a IA, realizamos uma pesquisa sobre os fenômenos que podem ser modelados por esse tipo de função, resultando numa lista interessante que inclui:

- **Variação da Temperatura ao Longo do Dia:** A temperatura em São Luís segue um padrão típico de cidades tropicais, variando ao longo do dia com picos no início da tarde e quedas à noite.
- **Ciclo das Marés:** A cidade é conhecida por ter uma das maiores amplitudes de maré do Brasil, o que segue um ciclo periódico influenciado pela lua.
- **Ciclos de Chuvas ao Longo do Ano:** A cidade possui estações bem definidas de chuva e seca, que também seguem um padrão periódico anual.
- **Consumo de Energia Elétrica:** O consumo de energia ao longo do dia e do ano é influenciado pela temperatura e pelo uso de aparelhos de ar-condicionado, seguindo um padrão de variação periódica.
- **Movimento das Marés no Porto de Itaqui:** As operações no porto são influenciadas pelas marés, que seguem um padrão periódico previsível.

3 Resultados e Discussão

A função que descreve a variação periódica da temperatura tem a forma geral dada por,

$$f(t) = T_m + A \sin\left(\frac{2\pi}{P}t + \varphi\right) \quad (1)$$

em que:

- T_m é a temperatura média.
- A é a amplitude da variação.
- P é o período da função (24 horas para a variação diária e 365 dias para a variação anual).

- φ é a fase da função, ajustada para garantir que o pico da temperatura ocorra no horário ou época correta.

A amplitude A representa a oscilação máxima da temperatura em torno da média. É obtida como a diferença entre a temperatura máxima e a média:

$$A = T_{\max} - T_m.$$

O período P representa o tempo necessário para completar um ciclo de variação. Para a variação diária, $P = 24$ horas; para a variação anual, $P = 365$ dias. A fase φ é ajustada para garantir que o valor máximo da função ocorra no momento correto. No caso da variação diária, o valor máximo de temperatura deve ocorrer ao meio-dia. Já para a variação anual, o pico de temperatura deve corresponder aos meses mais quentes.

3.1 Modelagem da Temperatura ao Longo de um Dia

A variação da temperatura ao longo de um dia pode ser modelada pela função (1), uma vez que o ciclo de aquecimento e resfriamento segue um padrão periódico de 24 horas. A função seno é adequada para descrever esse comportamento cíclico. Com base nos dados diários, apresentados na Tabela 1, foram calculados os parâmetros T_m , A , P e φ , ajustados para representar as condições climáticas de São Luís. Os valores resultantes para essa cidade são:

$$T_d(t) = T_m + A \sin\left(\frac{2\pi}{P}t + \varphi\right)$$

em que:

- $T_d(t)$ é a temperatura em graus Celsius no tempo t (em horas).
- $T_m = 27^\circ\text{C}$ é a temperatura média diária.
- $A = 6^\circ\text{C}$ é a amplitude da variação da temperatura.
- $P = 24$ é o período.
- t é o tempo em horas a partir da meia-noite.
- $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ é a fase que ajusta o pico da temperatura para o meio-dia.

Buscamos os dados reais de temperatura, usando a IA, os quais podem ser visualizados na Tabela 1.

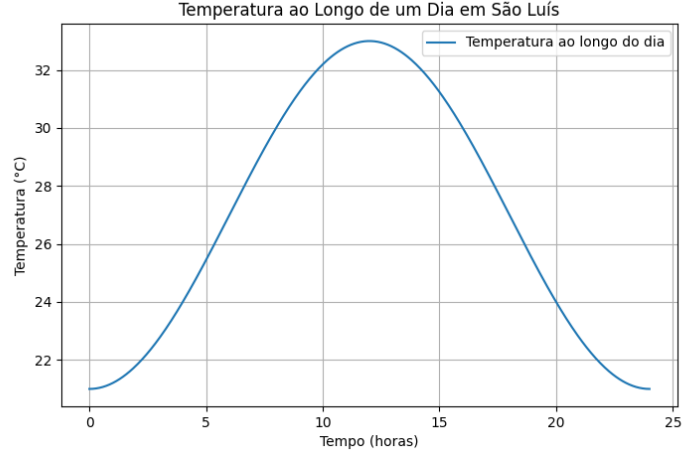
Tabela 1: Temperatura Diária Típica em São Luís, Maranhão ($^\circ\text{C}$)

Hora	Temp. Máx.	Temp. Mín.	Temp. Média
00:00	26.8	26.0	26.4
06:00	27.5	26.3	26.9
12:00	30.1	28.5	29.3
18:00	28.0	27.0	27.5
24:00	27.0	26.5	26.75

Fonte: <https://www.timeanddate.com/weather/brazil/sao-luis/climate>

Os dados tabelados fornecem informações sobre as temperaturas em diferentes períodos do dia e ao longo do ano. Esses dados são essenciais para ajustar as funções periódicas que descrevem

Figura 1: Gráfico da variação da temperatura ao longo de um dia em São Luís.



Fonte: feita pelos autores

a variação da temperatura. No caso da variação diária, utilizamos temperaturas registradas em horários específicos (00h, 06h, 12h, 18h). Logo, o modelo para um dia típico em São Luís é:

$$T_d(t) = 27 + 6 \sin \left(\frac{2\pi}{24}t - \frac{\pi}{2} \right)$$

cujos gráfico pode ser visualizado na Figura 1.

3.2 Modelagem da Temperatura ao Longo do Ano

A variação da temperatura ao longo do ano apresenta um padrão sazonal, alternando entre períodos de maior calor e períodos mais amenos, conforme mostrado nos dados da Tabela 2. Esse comportamento pode ser modelado pela função periódica anual (2).

$$T_a(t) = T_{ma} + A_{ano} \sin \left(\frac{2\pi}{P}t + \varphi_{ano} \right) \quad (2)$$

em que:

- $T_a(t)$ é a temperatura em graus Celsius ao longo do ano.
- $T_{ma} = 27^\circ\text{C}$ é a temperatura média anual.
- $A_{ano} = 1,5^\circ\text{C}$ é a amplitude da variação ao longo do ano.
- t é o tempo em dias.
- $P = 365$ dias é o período.
- $\varphi_{ano} = -\frac{\pi}{4}$ ajusta o pico da temperatura para os meses mais quentes.

Tabela 2: Temperatura Média Mensal (°C) em São Luís, Maranhão (1992-2021)

Mês	Temp. Máx.	Temp. Mín.	Precipitação (mm)
Janeiro	31	23	197
Fevereiro	30	24	239
Março	30	23	337
Abril	29	23	308
Maio	29	23	197
Junho	29	22	97
Julho	29	22	46
Agosto	30	22	23
Setembro	30	23	22
Outubro	31	23	23
Novembro	31	23	40
Dezembro	31	23	97

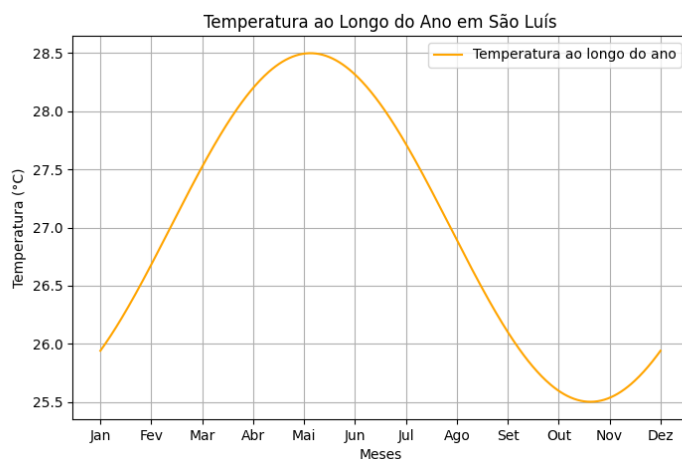
Fonte: <https://www.timeanddate.com/weather/brazil/sao-luis/climate>

A partir dos dados anualizados apresentados na Tabela 2, obtivemos o seguinte modelo para um ano típico em São Luís.

$$T_a(t) = 27 + \frac{3}{2} \sin \left(\frac{2\pi}{365} t - \frac{\pi}{4} \right)$$

cujo gráfico pode ser visualizado na Figura 2.

Figura 2: Gráfico da variação da temperatura ao longo do ano em São Luís



Fonte: feita pelos autores

É importante destacar que foi realizado um experimento no software Geogebra, disponível online em <https://www.geogebra.org/classic/swqtm7n5>. O experimento utiliza as funções apresentadas no texto e pode ser acessado e utilizado livremente por alunos e professores interessados em aproveitar a ferramenta.

Por outro lado, nota-se que alguns dos parâmetros ajustados não coincidem exatamente com os valores tabelados. Esse aspecto será explorado em mais profundidade na dissertação de mestrado de Napoleão Campos (coautor deste trabalho), que tratará desse tema com maior detalhamento.

A temperatura média anual $T_{ma} = 27^\circ C$ foi escolhida com base em um dia típico em São Luís, levando em consideração o histórico das médias. A estimativa inicial de $27^\circ C$ representa uma aproximação da média entre as temperaturas mínimas e máximas registradas em dias normais.

A amplitude $A = 6^\circ C$ reflete a variação da temperatura em torno dessa média. Esse valor foi adotado por estar em sintonia com as condições atuais, em que a temperatura atinge seu pico por volta de $33^\circ C$ no início da tarde e diminui gradualmente à noite. Contudo, o modelo apresenta uma pequena diferença em relação aos dados históricos tabelados, uma vez que os valores tabelados representam um dia típico baseado na média de três décadas, o que difere do comportamento de um dia típico nos dias atuais.

A fase $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ foi ajustada para que o máximo da temperatura ocorra ao redor do meio-dia, momento em que, geralmente, a temperatura é mais elevada nos dias de hoje.

Por fim, o período $P = 24$ ajusta a periodicidade da função seno, garantindo que o ciclo de variação da temperatura se repita a cada 24 horas, correspondendo ao ciclo natural de aquecimento e resfriamento diurno e noturno.

4 Considerações Finais

A modelagem matemática de fenômenos periódicos, como a variação de temperatura em São Luís, mostrou-se uma ferramenta eficaz para o ensino de funções trigonométricas, permitindo que os alunos visualizem e compreendam a aplicação práticas desses conceitos. A abordagem baseada em dados reais reforça a importância de integrar a matemática no cotidiano, possibilitando uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

A incorporação de tecnologias, como a inteligência artificial, e de softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra pode ser utilizada no processo de ensino-aprendizagem, abrindo novas possibilidades para o ensino de matemática. Estas ferramentas permitem que os alunos explorem diferentes cenários e interajam de maneira mais dinâmica com o conteúdo. O uso de modelos computacionais, gráficos e tabelas fortalece a compreensão dos conceitos e a previsão de fenômenos naturais. Assim, este trabalho contribui não apenas para o desenvolvimento das competências matemáticas dos alunos, mas também para uma reflexão sobre o impacto das tecnologias na educação.

Referências

- [1] Rodney Carlos Bassanezi. **Modelagem Matemática: Conceitos, Experiências e Aplicações**. 2a. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2002. ISBN: 9788572441953.
- [2] Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>, Acesso em: 2024. 2018.
- [3] F. S. Lobato. “O Ensino de Função Periódica por meio de uma sequência didática à luz das unidades articuladas de reconstrução conceitual”. Dissertação de mestrado. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Universidade do Estado do Pará, 2022.
- [4] Diego Rodolfo Munhoz e Érica Regina Filletti Nascimento. “Ensino de funções trigonométricas com o auxílio da modelagem matemática e do software GeoGebra”. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, 2022. DOI: 10.11606/D.55.2022.tde-17012023-174001.
- [5] OpenAI. **ChatGPT: Modelo de Linguagem GPT-4**. Disponível em: <https://openai.com/chatgpt>, Acesso em: 2024. 2024.