

Problemas de Otimização Linear no Ensino Médio: uma proposta de abordagem com o uso da ferramenta GeoGebraBook

Elsivânia Santana Carvalho
PROFMAT UFLA, Lavras, MG
Andreza Cristina Beezão Moreira
UFLA, Lavras, MG

Resumo. Este trabalho consiste na apresentação de uma abordagem para a resolução de problemas de Otimização Linear no Ensino Médio. Para embasamento sobre Programação Linear (PL) e Programação Inteira (PI), apresenta-se alguns problemas e respectivos métodos de solução, a fim de maximizar ou minimizar a função objetivo, determinando, assim, a solução ótima procurada. Para isso, aborda-se o processo de Modelagem Matemática, evidenciando-se a importância do modelo no contexto da resolução de problemas de Otimização. Como segunda parte de nosso trabalho, propomos uma sequência didática baseada em problemas de Programação Linear relativos ao cotidiano de alunos do Ensino Médio. Através do uso da tecnologia digital GeoGebraBook, disponibilizada de forma online e gratuita pelo software matemático GeoGebra, permitimos a visualização gráfica dos problemas escolhidos, além da possibilidade de que os alunos interajam com essa visualização e tirem conclusões importantes sobre as respectivas soluções ótimas. Com isso, busca-se estimular os alunos para o estudo da Matemática e incentivar professores a abordarem problemas de Otimização em suas aulas no Ensino Médio.

Palavras-chave. Otimização, Modelagem Matemática, Programação Linear, Programação Inteira, Ensino Médio.

1 Introdução

Tomar decisões não faz parte exclusivamente do universo matemático. Fazer escolhas faz parte da rotina de muitas pessoas e métodos matemáticos podem ser utilizados para tornar esse processo mais eficaz. Frequentemente, quando alguém toma decisões, busca otimizar os resultados sob certo ponto de vista. Por exemplo, quando se escolhe o percurso para ir ao trabalho, pretende-se encontrar o caminho mais rápido e seguro, ou seja, procura-se, dentre diferentes alternativas, aquela que trará o melhor resultado. No processo de tomada de decisões, métodos podem ser utilizados para procurar pelas melhores soluções, em especial, aquela que satisfaz a todas as condições do problema. Para [5], “na Matemática, a área que estuda problemas de Otimização é classicamente chamada de Programação Matemática” e, para se resolver problemas deste tipo, é fundamental construir modelos matemáticos, ou seja, estabelecer relações matemáticas que representem todos os aspectos relevantes do problema em estudo, e assim, determine, dentre todas as soluções possíveis, a mais adequada, atendendo a um determinado objetivo.

No processo de resolução de um problema para encontrar a sua melhor solução, são definidos os aspectos que permitem delinear as variáveis do problema, os parâmetros, as restrições e a função objetivo [2]. Desse modo, a modelagem é vista como um artefato que formaliza um modelo para solucionar um dado problema, e envolve os elementos a seguir:

- variáveis: correspondem às variáveis de decisão do problema, ou seja, são as incógnitas a serem encontradas quando se resolve o modelo;
- parâmetros: representam os dados conhecidos no contexto do problema;
- restrições: são indicadas pelo termo sujeito a (s. a) e descrevem os elementos limitantes, que estão estritamente relacionados às variáveis relevantes do problema;
- função objetivo: os aspectos que se deseja na solução do problema são traduzidos em termos de uma função matemática que determina o critério de otimização, que pode ser maximizar (max) ou minimizar (min) um recurso, dependendo do objetivo do problema.

Ao definir um modelo, seguindo os aspectos apresentados acima, o próximo passo é a sua resolução. Ao resolver um problema de Otimização, encontram-se valores para variáveis de decisão, que devem atender a todas as restrições, de forma a serem soluções viáveis para o problema em questão. Esta solução factível é ótima quando, se comparada com as demais soluções viáveis, atribui o melhor valor à função objetivo, cumprindo, assim, o critério de maximização ou minimização [1].

O processo de construção do modelo é iterativo, podendo ser dividido em três fases: modelagem, validação e implementação. Na fase da modelagem, são definidas as variáveis de decisão, a função objetivo e o conjunto de restrições. Durante os testes relacionados ao modelo, é comum o surgimento de novas restrições e edições na própria função objetivo. Sendo assim, é primordial que o processo de modelagem seja repetido quantas vezes forem necessárias, até que se obtenha um modelo satisfatório e que traduza da forma eficaz o contexto original estudado. Com a obtenção do modelo inicial, deve ser iniciada a sua validação. Nesta fase, avalia-se se a solução obtida atende ao problema em estudo. Logo, a fase da validação deve ser refeita até que o modelo criado seja adequado. Na última fase, faz-se a implementação do modelo, assim como os ajustes necessários para o uso prático da solução obtida, se esta estiver de acordo com os critérios científicos, políticos e/ou econômicos do contexto considerado [5].

Em conformidade com as etapas explicadas acima, este trabalho apresenta uma introdução à Otimização Linear voltada a estudantes do Ensino Médio, com a finalidade de levar estes alunos a perceberem, através da modelagem e resolução de alguns problemas, uma importante e interessante aplicação da Matemática. Ainda, evidenciar a eles a possibilidade de entenderem e formalizarem problemas presentes em seus cotidianos. Como produto do trabalho desenvolvido, propomos uma sequência didática que aborda a Otimização Linear associada ao uso de uma tecnologia digital: a ferramenta GeoGebraBook, ofertada de forma online e gratuita pelo software matemático GeoGebra. O uso de uma tecnologia digital em sala de aula tem amparo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), [4], que destaca: “o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações”.

2 Metodologia

Para a elaboração deste trabalho, inicialmente, fez-se um estudo bibliográfico sobre a otimização e o ensino de Matemática na Educação Básica, elucidando sobre metodologias e estratégias que podem ser utilizadas em sala de aula como facilitadoras do processo de ensino e aprendizagem. Para isso, buscou-se referências significativas para a apresentação dos principais conceitos da Pesquisa Operacional e da Modelagem Matemática, como os textos em [1], [3] e [5].

Foi feito um estudo de problemas de Programação Matemática, definindo, exemplificando e apontando alguns métodos de solução comumente utilizados na área. Após, foram selecionados um

grupo de problemas e as buscas pelas suas respectivas soluções ótimas, apresentando resoluções analíticas para problemas com duas ou três variáveis, mas ressaltando o método gráfico para determinação e visualização destas soluções.

No desenvolvimento da proposta, foram seguidas considerações dos documentos oficiais que regem a organização dos conteúdos e os objetivos da Matemática para essa etapa de ensino, mostrando, assim, a plausibilidade da aplicação desta proposta no contexto dos estudantes de tal faixa etária. O conteúdo da sequência é abordado de forma interativa, utilizando a ferramenta GeoGebraBook, e expõem-se sugestões e estratégias que podem ser adotadas por professores ao introduzir problemas de Programação Linear em sala de aula.

3 Resultados e Discussão

A modelagem matemática apresenta estratégias que podem ser utilizadas em várias situações e, portanto, sua abordagem é possível no ensino da Matemática desde a Educação Básica. O docente pode, por exemplo, conversar sobre problemas do cotidiano dos alunos, ou apresentar situações-problema para realizar simulações que envolvam a tomada de decisão, oportunizando aos estudantes conhecerem mais sobre as aplicações da matemática em diferentes contextos. Desse modo, problemas de otimização podem ser explorados de maneira mais dinâmica, levando o aluno a entender o que está querendo otimizar, instigando-o a esquematizar um modelo matemático e habituando-o à tomada de decisões aplicáveis em diferentes contextos, o que está de acordo com uma das competências a serem desenvolvidas no Ensino Médio.

Com isso em mente, apresentamos uma sequência de aulas baseada em problemas de otimização linear relacionados ao cotidiano dos alunos: (i) Otimização na construção de uma escola, com objetivo de determinar o local ideal para a construção do prédio, de modo a maximizar o número de alunos ou minimizar a distância percorrida por eles; (ii) Otimização na produção de minicarrinhos de rolimã, de forma a maximizar o lucro decorrente da produção; (iii) Otimização para produção de materiais usados no jogo Minecraft, em que a intenção é determinar qual a maior quantidade de picaretas e enxadas podem ser construídas, respeitando o estoque disponível de matéria prima; e (iv) Otimização na produção de mesas e cadeiras, em que deve-se determinar a quantidade de mesas e cadeiras a serem fabricadas, de modo a maximizar o lucro de uma empresa. A ferramenta GeoGebraBook permite uma visualização de conceitos matemáticos envolvidos nas atividades como, por exemplo, a representação gráfica (em 2 e/ou 3 dimensões) da região de busca das soluções. Além disso, os estudantes podem interagir com a representação gráfica do problema e fazer inspeções sobre quais dos vértices da tal região gráfica seria a melhor solução para o problema apresentado.

Com a sequência de atividades, espera-se que o estudante seja capacitado para determinar as variáveis, a função objetivo e as restrições de um modelo de otimização linear com duas ou três variáveis de decisão. Esta é uma proposta rica, eficaz e interessante para orientar os alunos a estabelecerem relações entre a Álgebra (variáveis, funções e restrições) e a Geometria (resolução gráfica), duas áreas fundamentais aos estudantes do Ensino Médio.

A sequência didática está disponível no endereço <https://www.geogebra.org/m/vs4xagnb>, para que professores de Matemática possam utilizar em suas aulas.

4 Considerações Finais

A perspectiva adotada neste trabalho foi a introdução de problemas de Programação Linear nas aulas de Matemática, associada à tecnologia digital GeoGebraBook. Foram mostradas possibilidades e estratégias que podem ser utilizadas por professores da Educação Básica ao abordar

a resolução de problemas por meio da Otimização. Os documentos oficiais que regem o sistema educacional foram considerados para sustentar a viabilidade desta proposta.

Este trabalho não esgota todas as possibilidades de uso da Programação Linear no Ensino Médio. Longe disso, problemas de Otimização permitem uma abordagem muito ampla de conteúdos e estratégias que podem ser adotadas na Educação Básica para contemplar os conteúdos estudados, como também para superar a proposta curricular para o ensino de Matemática. Sendo assim, a sequência apresentada pode ser adaptada de acordo com as necessidades observadas pelo educador, uma vez que a ferramenta utilizada é dinâmica e interativa, possibilitando a ampliação e aprofundamento dos problemas propostos. Ressaltamos que, caso não seja possível o uso da ferramenta GeoGebraBook, os problemas de Programação Linear podem ser apresentados, no Ensino Médio, de forma tradicional ou com uso de materiais manipuláveis e determinação analítica de soluções.

Referências

- [1] Marcos Nereu Arenales, Vinícius Amaral de Armentano, Reinaldo de Morabito e Horacio Hideki de Yanasse. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- [2] Marcos Antonio Barbosa e Ricardo Alexandre Deckmann Zanardini. **Iniciação à pesquisa operacional no ambiente de gestão**. 3ª ed. Curitiba: InterSaberes, 2015.
- [3] Rodney Carlos Bassanezi. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.
- [4] Brasil. **Base Nacional Comum Curricular - BNCC versão final**. Rel. técn. Ministério da Educação - Brasília: Ministério da Educação, 2017. URL: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf.
- [5] Socorro Rangel. **Introdução à Construção de Modelos de Otimização Linear e Inteira**. São Carlos, SP: SBMAC, 2012.