

Título: Geometria Plana no Ensino Fundamental II: Uma Proposta de Ensino sob a Perspectiva Da Teoria de Van Hiele

Luiz Fernando Bento,¹ Fernanda Aparecida Ferreira,²
PROFMAT CEFET-MG, Belo Horizonte, MG

Resumo. O presente trabalho consiste em uma síntese de uma pesquisa de mestrado sobre o Ensino de Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental e está sendo desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). O objetivo geral é elaborar um recurso educacional, na forma de sequência didática, sobre transformações geométricas (reflexão, translação e rotação) e, a partir disso, introduzir o conceito de congruência de triângulos. Para isso, adota-se como referencial a Teoria de Van Hiele e o uso de Materiais Concretos/Manipulativos no contexto do Ensino de Geometria. As etapas para o desenvolvimento dessa pesquisa são: Revisão bibliográfica e apropriação do referencial teórico; Revisão sistemática das dissertações do repositório do PROFMAT sobre o Ensino de Geometria com uso de materiais manipuláveis no Ensino Fundamental II; elaboração da sequência didática em acordo com as diretrizes e documentos oficiais; aplicação do recurso educacional em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental e análise dos resultados. Por fim, espera-se que essa pesquisa resulte em uma proposta que contribua com o Ensino de Geometria e oriente a realização de novos trabalhos.

Palavras-chave. Ensino de Geometria, Materiais manipuláveis, Teoria de Van Hiele, Ensino Fundamental.

1 Introdução

A Geometria Euclidiana Plana está inserida em diversas situações do cotidiano e áreas do conhecimento, sendo fundamental que os estudantes do ensino básico desenvolvam o pensamento Geométrico. Todavia, a Geometria costuma ser um dos conteúdos mais desafiadores para o ensino e aprendizagem dos alunos. Por muitas vezes o estudante não compreende o professor, enquanto o professor não entende o motivo dos alunos não aprenderem.

Nesse contexto, iniciou-se uma pesquisa de mestrado cujo o objetivo é elaborar um recurso educacional que contribua para o Ensino de Geometria Euclidiana Plana nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa pesquisa de natureza qualitativa é desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). A sua realização tem como motivação a busca do mestrando em melhorar sua prática docente, além da dificuldade em propor atividades que auxiliem no aprendizado dos alunos.

Diante disso, a questão que norteia essa pesquisa é: “Como ensinar Geometria Euclidiana Plana, numa perspectiva do uso de materiais concretos/manipuláveis, levando em consideração os diferentes níveis de pensamento geométrico dos alunos nos anos finais do Ensino Fundamental?”.

¹lfb Luiz70@gmail.com

²fernanda.aparecida.f@gmail.com

Busca-se, portanto, desenvolver um recurso educacional que tem como público alvo estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, esse recurso consiste em sequência didática que visa abordar as transformações geométricas (reflexão, translação e rotação) ou isometrias e, posteriormente, introduzir o conceito de congruência de triângulos. Para isso, será usada a seguinte definição: Dois triângulos são congruentes se um pode ser obtido a partir do outro por uma transformação isométrica ou a combinação delas.

Essa sequência didática tem como fundamentação a Teoria de Van Hiele (1957) que estabelece um modelo para o Ensino de Geometria. De acordo com a Teoria de Van Hiele a razão do fracasso ao ensinar Geometria se dá, principalmente, pelo currículo ser apresentado em um nível mais alto do que os alunos são capazes de compreender. Nasser (1992) [6] e De Villiers (2010) [8] ressaltam que o modelo proposto pelos Van Hieles distingue os alunos de acordo com seu nível de pensamento geométrico ou níveis de Van Hiele e propõe 5 fases de aprendizado para cada um desses níveis de pensamento. Os níveis de Van Hiele são:

- **Nível 1: Reconhecimento** – Inicialmente, os alunos compreendem as figuras por meio da sua aparência global e considerações visuais. Neste estágio, os estudantes são capazes de reconhecer figuras e reproduzi-las, mas não associam de forma clara as figuras geométricas as suas propriedades.
- **Nível 2: Análise** – Neste estágio, os alunos passam a analisar propriedades das figuras e aprendem o vocabulário adequado para descrevê-las. Porém, não relacionam as propriedades das figuras e não são capazes de realizar inclusões de classes.
- **Nível 3: Ordenação** – Os alunos que estão neste nível podem estabelecer relações entre propriedades de uma mesma figura e identificar a interseção entre diferentes classes de figuras. Podem também desenvolver pequenas deduções lógicas, ainda que não consigam compreender o papel dos axiomas e realizarem provas formais.
- **Nível 4: Dedução** – Neste estágio, os estudantes conseguem deduzir propriedades das figuras a partir de outras propriedades conhecidas. Além disso, são capazes de compreender o papel dos axiomas, teoremas e provas, mas não apresentam alto grau de rigor.
- **Nível 5: Rigor** – Por fim, no último nível os alunos apresentam maior rigor nas demonstrações e provas, além do domínio completo dos sistemas dedutivos.

Para o desenvolvimento do recurso educacional, será dado enfoque nos três primeiros níveis de Van Hiele, tendo em vista que o produto elaborado será destinado aos alunos do Ensino Fundamental II. Segundo Nasser (1992) [6] o estudante do Ensino Fundamental raramente atinge o nível 4, ou seja, nessa fase apenas os três primeiros níveis costumam ser alcançados, mesmo que em alguns casos particulares seja possível verificar a aquisição de níveis posteriores.

Para exemplificar os níveis de Van Hiele apresenta-se a seguir uma questão, na qual, é possível distinguir os diferentes níveis de pensamento a partir das respostas dos alunos: Quais quadriláteros abaixo são paralelogramos?



Figura 1: Quadriláteros. Fonte: Dos autores

A resposta dada pelo aluno é definida pelo seu nível de pensamento: se o aluno responder que apenas o quadrilátero 1 é um paralelogramo, ele ainda está no processo de aquisição do Nível 1 (reconhecimento), pois já é capaz de identificar o paralelogramo, mas somente em uma posição específica. Já se a resposta for os polígonos 1 e 4, pela Teoria, pressupõe-se que o aluno adquiriu o nível 1, ainda que não seja capaz de identificar suas propriedades e realizar as inclusões de classes.

Caso seja respondido que os polígonos 1, 2, 3 e 4 são paralelogramos, existem duas possibilidades: A primeira é a do estudante ter analisado as propriedades dos polígonos e identificado que as quatro primeiras figuras apresentam lados opostos paralelos e congruentes, além de ângulos opostos congruentes, caracterizando-os como paralelogramos, esse aluno se encontra no nível 2 (Análise). Por outro lado, se foi reconhecido que os losangos e os retângulos estão inseridos no grupo dos paralelogramos, ou seja, ser realizada a inclusão de classe, o estudante tem características cognitivas do nível 3 (Ordenação).

As fases de aprendizado, por sua vez, auxiliam na aquisição dos níveis de Van Hiele e guia a prática do professor durante o Ensino de Geometria. Dessa forma, ao passar por todas essas fases, os alunos devem estar prontos para progredir para o próximo nível e repetir todas as fases de aprendizado. São elas:

- **Informação:** O professor deve mediar conversas a respeito do conteúdo estimulando a formulação de perguntas, a investigação pelos alunos e introduzindo o vocabulário.
- **Orientação dirigida:** O professor deve selecionar e ordenar metodicamente os materiais com o objetivo de os alunos se familiarizarem com as estruturas conceituais do nível de pensamento.
- **Explicação:** Os alunos refletem sobre as experiências prévias, expressam e modificam seu ponto de vista. Nesta fase, o papel do professor é o de mediar as atividades e garantir o uso da linguagem correta.
- **Orientação livre:** Os alunos investigam problemas abertos e com mais de uma solução. Nesta fase, eles devem pensar soluções para problemas complexos.
- **Integração:** Os alunos revisitam o que foi estudado, produzindo uma síntese e uma ideia mais ampla do conteúdo.

Aliado a isso, diversas pesquisas (Behr *et al.*, 1983 [1]; Grando, 2016 [4]; Lorenzato, 1995 [5]) acerca dos materiais concretos/manipuláveis, propõe o uso desses recursos didáticos para o ensino da matemática e, em particular da Geometria. Behr *et al.* [1] defendem que o uso desses recursos pode contribuir para o aprendizado de conteúdos matemáticos. Dessa forma, compreende-se os materiais manipulativos, não somente, como ferramentas "motivadoras" e "atrativas" para o aluno, são também recursos capazes de contribuir para o ensino e aprendizagem.

Segundo Behr *et al.*[1] o uso desses recursos didáticos deve ser capaz de associar a representação visual/manipulativa à representação simbólica (conceito matemático). Essa correlação entre a representação visual/manipulativa e o conceito matemático é denominada isomorfismo. Tal perspectiva acerca dos materiais concretos corrobora com o modelo de Van Hiele que nos níveis iniciais estabelece, prioritariamente, a representação visual, enquanto que nos níveis posteriores introduz a representação simbólica. Dessa forma, os materiais concretos se mostram como potenciais ferramentas capazes de contribuir para a aquisição dos níveis de pensamento geométrico descritos na Teoria de Van Hiele.

2 Metodologia

Como já referido, o presente trabalho é uma síntese da pesquisa de mestrado em desenvolvimento no PROFMAT, de caráter qualitativa, que discorre acerca do Ensino de Geometria, em especial, sobre as transformações geométricas e a congruência de triângulos. Para isso, foi realizada a apropriação do referencial teórico apresentado na seção anterior.

Aliado a isso, com o intuito de compreender o que está sendo produzido sobre o Ensino de Geometria com o uso de materiais concretos no Ensino Fundamental, foi realizada uma revisão sistemática das dissertações que constam no repositório do PROFMAT. As 31 pesquisas mapeadas correspondem as dissertações publicadas no período de 2014 a 2024 e a partir das informações levantadas foram feitas análises descritivas e qualitativas. Com relação as categorizações das pesquisas mapeadas, observou-se os recursos educacionais desenvolvidos, os conteúdos geométricos e a fundamentação teórica desses recursos.

Essa revisão sistemática se baseou em pesquisas do tipo "Estado da Arte" para a análise dos trabalhos mapeados. Dessa forma, sob a concepção de Romanowski e Ens (2006) [7] e Ferreira (2002) [3] buscou-se sistematizar os estudos com a temática em questão. Inicialmente, foi realizado o processo de coleta e organização de dados e posteriormente foram feitas as análises das informações. A organização dos dados, teve por base Ferreira (2013) [2] e ocorreu por meio de um fichamento que apresentou os seguintes elementos das pesquisas mapeadas.

- informações gerais: autor, título da pesquisa, orientador, instituição de origem, ano de publicação;
- informações específicas: foco temático, linhas de pesquisa, objetivos, referencial teórico, metodologia, material produzido e resultados.

Para o levantamento e coleta das informações, no repositório do PROFMAT, buscou-se pelo Descritor "Geometria" sendo encontradas 605 dissertações para o período pesquisado. Posteriormente a partir da leitura dos resumos iniciou-se um processo de refinamento dos trabalhos e foram encontradas 125 dissertações que abordam o Ensino Fundamental. Dessas dissertações 31 discorre acerca do uso de materiais concretos, constituindo, portanto, o *corpus* do mapeamento.

As demais etapas de pesquisa estão em desenvolvimento ou ainda serão realizadas e consiste em: elaborar a sequência didática em acordo com as diretrizes e documentos oficiais; aplicar o recurso educacional em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental e analisar os resultados.

3 Resultados e Discussão

Embora a pesquisa ainda esteja em desenvolvimento, durante o processo de apropriação do referencial teórico pôde-se perceber que o materiais manipuláveis se apresentam como potencial recurso para o Ensino de Geometria na perspectiva da Teoria de Van Hiele, favorecendo a aquisição dos níveis de Van Hiele.

A partir da revisão sistemática, observou-se que os trabalhos mapeados se concentram nas regiões Nordeste e Sudeste. Além disso, menos de um terço das instituições associadas ao PROFMAT realizaram pesquisas sobre o Ensino de Geometria com o uso de materiais concretos nos anos finais do Ensino fundamental. Esse cenário revela a necessidade da produção de novas pesquisas com a temática em questão.

As análises qualitativas revelam que os produtos educacionais apresentados nas pesquisas mapeadas empregam variados tipos de materiais manipuláveis. Aliado a isso, os recursos educacionais contemplam um amplo universos de tópicos de Geometria. Esses resultados reforçam a perspectiva de que o uso de materiais concretos são propícios para o Ensino de Geometria.

Acerca da fundamentação teórica, a Teoria de Aprendizagem de Vygotsky, a Teoria de Van Hiele e o Ensino de Geometria por meio da Arte do Origami proposta por Rancan, foram as mais abordadas dentre os trabalhos analisados. Por outro lado, percebeu-se que nem sempre as dissertações mapeadas apresentaram os referenciais teóricos que fundamentem os produtos desenvolvidos. Dessa forma, a análise e compreensão de algumas das pesquisas foram dificultadas.

4 Considerações Finais

Nesse trabalho, foram apresentados aspectos gerais da pesquisa de mestrado que versa acerca do Ensino de Geometria Euclidiana Plana. Tal pesquisa, objetiva planejar, desenvolver e aplicar uma proposta de ensino sobre isometrias e congruência de triângulos para alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. As etapas da pesquisa são: Revisão bibliográfica e apropriação do referencial teórico; Revisão Sistemática das dissertações do repositório do PROFMAT sobre o Ensino de Geometria com uso de materiais manipuláveis no Ensino Fundamental II; elaboração da sequência didática em acordo com as diretrizes e documentos oficiais; aplicação do recurso educacional em turmas do 8º ano do Ensino Fundamental e análise dos resultados. Dessas etapas a pesquisa bibliográfica, apropriação do referencial teórico e Revisão Sistemática já foram realizadas.

A partir da revisão sistemática pode-se perceber que os trabalhos que propõem o uso de materiais concretos no contexto do PROFMAT contemplam um grande quantitativo de recursos manipulativos, sugerindo que esses materiais são propícios para o Ensino de Geometria. Todavia, observou-se que alguns desses trabalhos não apresentaram a fundamentação teórica que alicerçam o desenvolvimento dos produtos educacionais.

Embora a pesquisa ainda esteja em progresso, objetiva-se que a sequência didática, que tem como fundamentação a Teoria de Van Hiele e o uso de materiais concretos, sirva como apoio para professores que atuam na Educação Básica contribuindo com o ensino e aprendizagem de Geometria, em particular as transformações geométricas e congruência de triângulos. Além disso, espera-se que os resultados dessa pesquisa possam servir de referência para o desenvolvimento de novos trabalhos sobre outros tópicos da Geometria Plana.

Referências

- [1] Behr et al. "Rational-Number Concepts. Em: LESH, Richard; LANDAU, Marsha (ed). Acquisition of Mathematics Concepts and Processes". Em: **New York:Academic Press** (1983).
- [2] Ferreira et al. "Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os registros de representação semiótica". Em: **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamerican** v.23.n.2 (2013), pp. 1–14. ISSN: 2177-9309.
- [3] N. S. A Ferreira. "As pesquisas denominadas "Estado da Arte"". Em: **Educação Sociedade** v.23.n.79 (2002), pp. 267–271.
- [4] R. C Grando. "Recursos Didáticos na Educação Matemática: Jogos e Materiais Manipulativos". Em: **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica** v.5.2 (2015), pp. 393–416.
- [5] S.A. Lorenzato. "Porque não ensinar Geometria?" Em: **A Educação Matemática em Revista** 4 (1995), pp. 3–13.
- [6] Lílian Nasser. "Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em Geometria". Em: **Boletim do GEPEM** 0 (1992), p. 29.
- [7] R. T. Romanowski J. P.; Ens. "As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte"em educação". Em: **Diálogo Educ** v.6.n.19 (2006), pp. 37–50.

- [8] M. Villiers. “Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele”. Em: **Educ. Matem. Pesq.** v.12.n.3 (2010), pp. 400–431.