A Matemática na Transição Ensino Médio-Superior: Abordagem Epistemológica e Cognitiva

Arthur G. Araújo[1], Fernanda A. Ferreira[2]
PROFMAT Cefet-MG, Belo Horizonte, MG

Resumo. O objetivo deste resumo expandido é apresentar uma proposta de dissertação cujo intuito é explorar o ensino de Matemática Acadêmica para estudantes secundaristas e desenvolver um projeto de ensino com o objetivo de facilitar a transição para a graduação na área de exatas. Para isso, criaremos uma sequência didática, fundamentada no Ensino de Transição de Gueudet e na teoria do Pensamento Matemático Avançado de Tall. Também, buscamos tornar a matemática avançada mais acessível e atraente para os estudantes do Ensino Médio que pretendem ingressar no Ensino Superior. Sendo assim, nossa proposta pode ser uma estratégia didática e pedagógica eficaz para reduzir os problemas observados em diversas pesquisas, como os altos índices de reprovação em disciplinas iniciais dos cursos universitários.

Palavras-chave. Ensino de Transição, Transição Ensino Médio-Superior, Matemática Escolar e Acadêmica, Pensamento Matemático Avançado.

1 Introdução

O termo "transição" deriva do latim *transitio*, uma variação do verbo *transeo*, que é formado por *trans*+*eo*. Nesse caso, *trans* significa do outro lado, por cima, através, além (sem implicar movimento), e *eo* quer dizer ir, seguir, prosseguir, passar adiante. Portanto, transição significa passar ou atravessar de um lugar a outro [9].

O Ensino de Transição de Matemática abrange a preparação e adaptação dos alunos para as transformações no processo de ensino e aprendizagem – incluindo aspectos epistemológicos, cognitivos, institucionais e socioculturais, entre outros – à medida que passam do Ensino Médio para o Ensino Superior, visando reconhecer as dificuldades enfrentadas pelos estudantes e fornecer suporte para essa transição.

Nossa preocupação surgiu com base na experiência e levando em conta diversos estudos sobre as dificuldades enfrentadas na aprendizagem de Matemática no início da graduação. Nos cursos das Ciências Exatas, a transição da Matemática Escolar para a Matemática Acadêmica é frequentemente uma experiência desafiadora e angustiante para muitos estudantes. De acordo com De Oliveira e Raad (2012) [3], há uma cultura histórica de altos índices de reprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Diante desse cenário, a questão motivadora do trabalho é: "O ensino da Matemática Acadêmica no Ensino Médio pode contribuir para uma Transição de maneira mais suave, sendo um estímulo ao ingresso e contribuindo para a permanência no Ensino Superior?"

Nosso projeto de pesquisa tem por objetivo geral ajudar os secundaristas a compreender a Matemática Acadêmica, desenvolvendo o Pensamento Matemático Avançado, como uma ferramenta essencial para o seu desempenho no Ensino Superior, particularmente nos cursos da área de exatas.

[1] artgoms1@gmail.com
[2] fernandaf@cefetmg.br

2 Metodologia

Para realizarmos uma discussão aprofundada em relação à nossa pergunta norteadora e produzir um produto educacional fundamentado teoricamente, nosso percurso metodológico foi dividido em três etapas: apropriação do referencial teórico, desenvolvimento e aplicação do projeto de ensino e, por fim, análise dos dados. Essas etapas estão detalhadas nas subseções seguintes.

2.1 Referencial teórico

Nosso estudo está fundamentado em três pilares teóricos que sustentam um projeto de Ensino de Matemática Acadêmica voltado para estudantes do Ensino Médio. Primeiramente, iremos nos aprofundar na literatura sobre o Ensino de Transição. Em seguida, analisaremos as definições de Matemática Acadêmica e Escolar, abordando a Transição epistemológica (do conhecimento matemático). Por último, a teoria do Pensamento Matemático Avançado delineará a Transição no campo cognitivo.

No começo da investigação, optamos pelo diálogo com referenciais teóricos: Ensino de Transição (Gueudet, 2008 [6]; Gueudet et al., 2016 [7]); Matemática Acadêmica e Matemática Escolar (Moreira e David, 2011 [8]; David et al., 2013 [2]); Pensamento Matemático Avançado (Tall, 1991 [11], 1992 [12], 1995 [10], 2008 [13]; Tall e Vinner, 1981 [14]).

Para construirmos nossa compreensão sobre o sentido de "Ensino de Transição", recorremos a Gueudet (2008) e Gueudet et al. (2016). A autora considera que esse contexto/período dura do Ensino Médio até o segundo ano do Ensino Superior: "[...] toda a pesquisa educacional relativa a um período de tempo entre dois anos antes de entrar na universidade e dois anos depois provavelmente estabelecerá resultados sobre questões de transição"[3] (Gueudet, 2008, p. 238, tradução nossa).

Durante essa fase de transição, os novatos no Ensino Superior se deparam com uma Matemática formal nova e terão dificuldades em se adaptar a essa nova maneira de pensar. Essa Transição gera um conflito entre as ideias prévias de Matemática e como manipulá-la, quer seja para resolver problemas ou para a realização de um novo ato, o de demonstrar, não (ou pouco) exigido do estudante na escola.

Com o intuito de determinar de forma mais precisa as definições e distinções entre Matemática Escolar e Matemática Acadêmica, analisamos os trabalhos de Moreira e David (2011) e David et al. (2013). Os autores definem a Matemática Acadêmica como "um conjunto de práticas e saberes associados à constituição de um corpo científico de conhecimentos, conforme produzido pelos matemáticos profissionais e reconhecido socialmente como tal" (David et al., 2013, p. 45). Já a Matemática Escolar, é "[...] um conjunto de práticas e saberes associados ao desenvolvimento do processo de educação escolar em matemática (que não se restringem ao que se ensina aos alunos na escola, porque inclui também, por exemplo, os saberes profissionais vinculados ao trabalho docente nesse processo)". (idem, p. 45).

Tall (1995) destaca três tópicos que fazem a transição entre o Pensamento Matemático Elementar (requerido pela Matemática Escolar) e o Avançado (Matemática Acadêmica): Geometria Euclidiana, Cálculo e Álgebra Avançada. Em verdade, Tall (1995) justifica a "escolha" desses tópicos por razões históricas (porque grandes mentes da humanidade investigaram esses temas), curriculares (afinal, são temas ensinados na Transição entre o Ensino Médio e o Superior) e cognitivas (por causa das reconstruções cognitivas significativas requeridas).

Para o entendimento da Matemática Acadêmica, afirma-se que um matemático maduro tem de ser capaz de fazer conexões entre grandes porções de conhecimento e articulá-las em sequências de argumentos dedutivos (Tall, 1991). Também, o Pensamento Matemático Avançado é exigido, pois "envolve o uso de estruturas cognitivas produzidas por uma ampla gama de atividades matemáticas

[3] "[...] all the educational research concerning a period of time between two years before entering university and two years after is likely to establish results about transition issues".

para construir novas ideias que se baseiam e estendem um sistema cada vez maior de teoremas estabelecidos" (Tall, 1995, p. 3).

Segundo Tall, a transição para o Pensamento Matemático Avançado, utilizando uma ampla variedade de representações mentais individuais para criar novas teorias baseadas em provas matemáticas rigorosas e lógicas, vai além da compreensão de definições, axiomas, teoremas. O matemático intelectualmente avançado constrói uma estrutura cognitiva partindo de conceitos visuoespaciais, passando pela compreensão simbólica e desenvolvendo intuições para resolver problemas ou formular novas teorias, mas não uma intuição sem lógica ou rigor. Eis o desafio desta investigação: ponderar sobre a construção de um alicerce cognitivo para o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado no secundário.

2.2 Desenvolvimento e aplicação do projeto de ensino

Pretendemos criar um projeto de ensino para os alunos do Ensino Médio do Cefet-MG em formato de minicurso, inicialmente pensado em três encontros, para ensinar um tópico de Matemática Acadêmica. Decidimos trabalhar com o Princípio da Indução Matemática por duas razões:

- este tópico apareceu em diversos momentos nas disciplinas do PROFMAT - Aritmética, Matemática Discreta e Números e Funções Reais - e nos auxiliou na demonstração de diversos resultados de conteúdos ensinados no Ensino Médio, a exemplo, progressões aritmética e geométrica;

- o Princípio de Indução Matemática tem por característica um raciocínio algorítmico, mais afeito ao Pensamento Matemático Elementar e à Matemática Escolar, e um raciocínio intuitivo, principalmente na construção do passo indutivo, mais afeito ao Pensamento Matemático Avançado e à Matemática Acadêmica.

Apresentaremos a Indução Finita nessa sequência didática nos alinhando à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio e reconhecendo que

> [...] é indispensável que os estudantes experimentem e interiorizem o caráter distintivo da Matemática como ciência, ou seja, a natureza do raciocínio hipotético-dedutivo, em contraposição ao raciocínio hipotético-indutivo, característica preponderante de outras ciências. (Brasil, 2018, p. 540).[4] [3]

Façamos uma distinção entre o Princípio de Indução Matemática e a "indução empírica" das Ciências Naturais. Nesta, uma série de observações de certo fenômeno apoiam a formulação de uma lei geral que o explica. Já o Princípio de Indução Matemática é um método de "demonstrar a veracidade de um teorema matemático em uma sequência infinita de casos, o primeiro, o segundo, o terceiro e assim por diante sem exceção" (Courant e Robbins, 2000, p. 12) [1]. Sendo assim, a Indução Matemática é um argumento dedutivo, pois "a conclusão segue-se de premissas com todo rigor lógico" (Fossa, 2009, p. 100) [5]. Esses autores são a principal referência para a elaboração da sequência didática.

Por fim, compreendemos que o Princípio de Indução Matemática é uma das estratégias de demonstração mais utilizadas na Matemática Acadêmica. Esse objeto de conhecimento matemático tem potencial para fazer a transição entre o Pensamento Matemático Elementar e o Avançado e está contemplado na Competência Específica 5 da BNCC do Ensino Médio, a saber:

[3] Este excerto compõe a aclaração da Competência Específica 5 da BNCC.

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (Brasil, 2018, p. 540).[4]

2.3 Análise dos dados

Tall (1992) [12] enuncia uma agenda para as pesquisas sobre a Transição para o Pensamento Matemático Avançado. As observações clínicas são a principal metodologia para analisar a maturidade intelectual dos alunos.

> Uma fonte de evidência para eles está em entrevistas clínicas com alunos e uma reflexão cuidadosa sobre o que é dito, não apenas para ver como isso entra em conflito com a matemática formal, mas também para colocar a própria matemática formal em perspectiva como uma atividade humana que tenta organizar as complexidades do pensamento humano em um sistema lógico. (Tall, 1992, p. 23).[4]

Nas aulas do nosso projeto de ensino, o aluno se tornará mais ativo na produção intelectual e escrita sobre a Indução. O papel do professor será o de ajudar os alunos a conjecturar e raciocinar matematicamente sobre exercícios e conceitos. Esse papel de acompanhamento é necessário no período/contexto da Transição, ainda mais em um curso rápido que enseja formalizar uma estratégia de demonstração lógica-dedutiva. A assistência será na medida da avaliação/análise sobre o que está sendo dito e feito pelo aluno no momento da aula. Assim sendo, a análise será realizada durante a prática de ensino e registrada na dissertação.

3 Resultados e Discussão

Até então, realizamos as etapas do projeto de pesquisa revisão da bibliografia e construção dos instrumentos de pesquisa. Essa revisão foi orientada pelas tendências balizadas nas pesquisas em Ensino e Educação Matemática no Brasil.

Fizemos um mapeamento com um estudo do tipo estado do conhecimento. O mapeamento tem a questão motivadora: "Quais são as concepções de Ensino de Transição de Matemática do Ensino Médio para o Superior relatadas em periódicos brasileiros?". Como resultado, encontramos concepções sobre o que é o Ensino de Transição cuja característica mais marcante se relaciona em descrever as dificuldades dos estudantes, e essas concepções permeiam essa descrição. Essa investigação abriu caminhos para a delimitação do referencial teórico supracitado e nos mostrou uma lacuna nas pesquisas: não encontramos ações didáticas no contexto do Ensino Médio. Em vista disso, identificamos uma lacuna e propomos, a nosso ver, nova área de investigação: o ensino de Matemática Acadêmica no Ensino Médio, com abordagem metodológica adequada, para suavizar o processo de Transição para o Ensino Superior.

Seguiremos para as etapas da pesquisa: finalização e aplicação da sequência didática, análise dos dados e redação do trabalho final.

[4] "One source of evidence for them is in clinical interviews with students and a careful reflection on what is said, not just to see how it conflicts with formal mathematics, but also to place formal mathematics itself into perspective as a human activity which attempts to organize the complexities of human thought into a logical system."

4 Considerações Finais

Para finalizar, destacamos a importância de compreender as dificuldades nas transições no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, sobretudo na passagem do Ensino Médio para o Ensino Superior. Ao explorar as definições de Matemática Escolar e Acadêmica, bem como os desafios epistemológicos e cognitivos envolvidos, é possível construir metodologias de ensino voltadas para suavizar essa transição. A fim de conceber um projeto de ensino nesse sentido, nos apropriaremos da teoria do Pensamento Matemático Avançado para nos orientar.

Nosso estudo busca contribuir para o campo do Ensino de Transição propondo uma discussão teórica e estratégias didático-pedagógicas inovadoras para o ensino de Matemática Acadêmica no secundário. Ao investigar os desafios dessa possibilidade, esperamos facilitar o processo de transição, estimular o ingresso em cursos da área de exatas, desenvolver a dimensão cognitiva do aluno e diminuir os índices de reprovação e evasão no Ensino Superior.

Agradecimentos

Agradecemos ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (Cefet-MG) e à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) pelo estudo relatado nesta comunicação.

Referências

[1] R. Courant e H. Robbins. **O que é Matemática: uma abordagem elementar de métodos e conceitos**. São Paulo: Ciência Moderna, 2000.

[2] P. C. David M. M. M. S.; Moreira e V. S Tomaz. "Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação/School Mathematics, Academic Mathematics and Everyday Mathematics: A network of relations under investigation". Em: **Acta Scientiae** 15.1 (2013), pp. 42–60.

[3] M. C. A. De Oliveira e M. R. A Raad. "A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo". Em: **Boletim Gepem** 61 (2012), pp. 125–137. DOI: 10.69906/GEPEM.2176-2988.2012.260.

[4] Brasil Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

[5] J. A. Fossa. **Introdução às técnicas de demonstração na matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

[6] G. Gueudet. "Investigating the secondary–tertiary transition". Em: **Educational Studies in Mathematics** 67 (2008), pp. 237–254. DOI: 10.1007/s10649-007-9100-6.

[7] G. Gueudet et al. **Transitions in mathematics education**. Hamburgo: Springer Nature, 2016.

[8] P. C. Moreira e M. M. S. David. "Matemática Acadêmica e Matemática Escolar: dissonâncias e conflitos". Em: **Conhecimento e inclusão social: 40 anos de pesquisa em Educação**. Ed. por E. M. T. Lopes e M. R. Pereira. Editora UFMG, 2011, pp. 193–222.

[9] **Oxford Latin Dictionary**. Londres: Oxford University Press, 1968.

[10] D. Tall. "Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking". Em: **PME conference. The Program Committee of the 18Th PME Conference**. 1995, pp. 1–61.

[11] D. Tall. "The psychology of advanced mathematical thinking". Em: **Advanced mathematical thinking**. Ed. por D. Tall. Springer Netherlands, 1991, pp. 3–21.

[12] D. Tall. “The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof”. Em: **Handbook of research on mathematics teaching and learning** 20 (1992), pp. 495–511.

[13] D. Tall. “The transition to formal thinking in mathematics”. Em: **Mathematics Education Research Journal** 20.2 (2008), pp. 5–24.

[14] D. Tall e S. Vinner. “Concept image and concept definition in mathematics, with particular reference to limits and continuity”. Em: **Educational Studies in Mathematics** 12.2 (1981), pp. 151–169.