



III ENCONTRO DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA DA REGIÃO
DO CAPIM
SABERES MATEMÁTICOS TRADICIONAIS
DA REGIÃO DO CAPIM

16 A 18 DE OUTUBRO DE 2024

O USO DO GEOGEBRA E MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O CÁLCULO DO VOLUME DE UM VASO MARAJOARA

Jerdeson Chaves dos Santos – jerdeson.chaves09@gmail.com
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Paragominas – Pará

Aneson Eduardo Mota da Silva – eddiestein4002@gmail.com
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Paragominas - Pará

Jhonatan da Silva Lima – jhonatan.lima@ifpa.edu.br
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Paragominas – Pará

Samy de Sousa Lourenço – samy.lourenco@ifpa.edu.br
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
Paragominas - Pará

Resumo: este artigo tem como objetivo apresentar o uso de modelagem matemática e cálculo integral para determinar o volume de um vaso marajoara utilizando um *software* como auxílio. A partir do GeoGebra, foram geradas funções matemáticas que, ao serem rotacionadas em torno do eixo das abcissas, formaram um sólido de revolução semelhante ao vaso. O aporte teórico está dividido em três partes: a primeira destaca o ensino da matemática através da tecnologia; a segunda explora a modelagem matemática e sua capacidade de conectar teoria e prática; e a terceira apresenta o GeoGebra como uma ferramenta que auxilia no processo de aprendizagem matemática. O processo de modelagem envolveu a importação da imagem do vaso para o GeoGebra, criação de funções matemáticas e geração de superfícies de revolução. A integração de modelagem matemática e tecnologias modernas ofereceu uma abordagem inovadora para a análise de um artefato histórico, com planos futuros para impressão 3D e medição prática do volume.

Palavras-chave: Cálculo; GeoGebra; Modelagem Matemática.

Área e Nível de Ensino: Matemática - Ensino Superior;

1 INTRODUÇÃO

A arte marajoara é um dos legados culturais mais ricos e interessantes dos povos indígenas da Amazônia. O termo “marajoara” se refere a tudo que vem do arquipélago de Marajó, localizado no estado do Pará.

Os Marajoaras são um grupo de indígenas que habita a região desde muito antes da chegada dos portugueses. De acordo com a instituição Caruanas, esses indígenas eram altamente habilidosos no artesanato, especialmente com a argila. Eles produziam desde pequenos potes para uso doméstico até grandes urnas funerárias, decoradas com grafismos finos que tinham significados específicos.

Estes artefatos, pensados e construídos por eles, não apenas refletem aspectos estéticos e simbólicos da cultura marajoara, mas também mostram um grande entendimento das proporções e das simetrias geométricas, revelando um conhecimento matemático implícito.

Com o advento das tecnologias modernas, novas oportunidades surgem para explorar e compreender esses antigos artefatos de maneira mais profunda. Neste contexto, a integração da modelagem matemática e da tecnologia oferece uma abordagem inovadora para estudar e analisar esses objetos históricos. Diante disso, o objetivo deste artigo é explorar a aplicação do cálculo integral e da modelagem matemática, utilizando o *software* GeoGebra, para calcular o volume de um vaso marajoara.

2 APORTES TEÓRICOS

A chegada das tecnologias digitais trouxe grandes contribuições para a educação. Com os alunos cada vez mais conectados, é crucial que educadores integrem essas ferramentas ao ensino da Matemática, disciplina muitas vezes temida. Esta seção está dividida em três tópicos: o primeiro discute a relevância das tecnologias no ensino da matemática; o segundo explora o conceito e a importância da modelagem para o raciocínio matemático; e o último destaca como o *software* GeoGebra pode enriquecer o aprendizado matemático.

2.1 O Ensino da Matemática através da Tecnologia

A tecnologia tem transformado significativamente a forma como aprendemos, oferecendo novas maneiras de acessar e interagir com o conhecimento. Aplicativos educacionais, vídeos interativos e plataformas online introduzem recursos variados que auxiliam na compreensão e exploração dos conteúdos. De acordo com Ferreira *et al.* (2013), essas ferramentas tecnológicas são cruciais para a visualização e compreensão de conteúdos matemáticos, o que possibilita um aprendizado mais personalizado e adaptado às necessidades e ritmos de cada aluno.

O uso de tecnologias digitais na educação não só beneficia os alunos, mas também oferece suporte essencial aos professores. Segundo Sá e Machado (2017), a integração delas nas práticas pedagógicas ajuda na explicação e entendimento dos conteúdos, além de aumentar

a motivação dos alunos para aprender. As ferramentas tecnológicas têm um grande potencial para transformar a dinâmica da sala de aula, especialmente no campo da Matemática. Elas oferecem um ensino inovador e envolvente, caracterizado por um aprendizado rápido, eficiente, fácil, interativo e acessível para todos os envolvidos (Marinho, 2021). Assim, a incorporação dessas ferramentas supracitadas pode mudar profundamente as metodologias de ensino e aprendizagem.

Em relação às aulas de matemática, a utilização dessas tecnologias pode enriquecer a experiência de aprendizado e promover o desenvolvimento de novos conhecimentos e habilidades, ajustando-se às necessidades individuais dos alunos (Marinho, 2021). Nesse contexto, é essencial que tanto professores quanto alunos se imerjam e se aprofundem no universo tecnológico, digital e virtual, acompanhando sua evolução e aproveitando seu potencial.

Como aponta Moran (2001), o aprendizado não se resume a acumular informações, mas sim a construir e integrar significados. A interação dos alunos com as novas tecnologias expande sua capacidade de aprender e aprofunda seu conhecimento. Portanto, o uso de tecnologias voltadas para a aprendizagem da Matemática pode ser especialmente útil para a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Além disso, a tecnologia pode modificar as relações entre professores e alunos, entre os próprios alunos e entre alunos e conhecimento, uma vez que ferramentas tecnológicas aliadas à Matemática permitem aos alunos aplicar conceitos e expandir suas capacidades, dominando a linguagem matemática. O desafio é garantir que essas ferramentas promovam o desenvolvimento de formas de pensamento essenciais, como a composição e decomposição, que são práticas contínuas no trabalho matemático, seja na escrita de números, na manipulação de expressões algébricas ou nos cálculos de áreas (Perius, 2012).

Assim, a integração de tecnologias digitais no ensino de matemática não apenas enriquece a aprendizagem, mas também promove um ambiente educacional mais dinâmico e adaptado às demandas contemporâneas.

2.2 Modelagem Matemática

A matemática é utilizada há muito tempo como instrumento para descrever fenômenos do universo, servindo de suporte para a resolução de problemas nas mais diversas áreas do conhecimento (Ferruzzi, 2003). Uma abordagem que permite essa aplicação é a Modelagem Matemática, que consiste em um conjunto de regras e procedimentos que guiam o modelador na obtenção de um modelo matemático que represente um problema extra-matemático. Para

isso, são utilizadas técnicas matemáticas, conhecimentos científicos, experiência e criatividade (Ferruzzi, 2003).

O objetivo da Modelagem Matemática é solucionar ou representar, por meio de um modelo, um problema não-matemático. Ela possibilita a aproximação de situações do cotidiano com a matemática, permitindo a interpretação e análise de diversos fenômenos naturais e sociais. A modelagem é entendida como uma atividade de construção, validação e aplicação de modelos de uma situação problemática, utilizando conceitos matemáticos (Ferruzzi, 2003). Assim, a essência de um processo de Modelagem Matemática consiste em transformar um problema do mundo real em um modelo matemático.

O autor afirma ainda que, para elaborar e aplicar um modelo matemático, é essencial que o modelador tenha um bom conhecimento matemático, além de intuição e criatividade. Essas habilidades, aliadas à experiência, permitem ao modelador ter uma visão mais ampla da tendência dos dados e visualizar, mesmo que superficialmente, possíveis soluções para o problema em estudo.

No contexto educacional, a Modelagem Matemática se apresenta como uma alternativa para o ensino e aprendizagem da matemática, proporcionando aos alunos a oportunidade de estudar situações-problema de sua realidade e solucioná-las. Isso desperta maior interesse e desenvolve um conhecimento mais crítico e reflexivo acerca dos conteúdos da matemática escolar (Ferruzzi, 2003). Diante disso, o uso da Modelagem Matemática no ensino possibilita uma integração entre os conceitos matemáticos e suas aplicações, motivando os alunos no aprendizado da matemática.

Segundo Franchi (1993), o conhecimento construído através dos modelos é um saber contextualizado e com significado; o aluno é agente desse processo, onde observa, coleta dados, procura soluções e toma decisões. Adicionalmente, de acordo com Niss (1989), a Modelagem Matemática também apoia os alunos na aquisição e compreensão dos conteúdos matemáticos, além de promover habilidades que estimulam a criatividade e a solução de problemas.

De modo semelhante, para Ponte (1992), a apresentação de novos conceitos a partir de situações reais pode servir como uma base concreta para o desenvolvimento de conceitos, além de ter um importante papel motivador. Quando o aluno trabalha com a Modelagem Matemática, ele se envolve profundamente com a situação real estudada, agindo como um investigador. Dessa forma, o aluno pode entender a importância da matemática no seu dia a dia, vendo sentido no que faz e sentindo-se motivado a conhecê-la melhor.

Assim, são diversos os argumentos que justificam a introdução de atividades de Modelagem Matemática na estrutura curricular de matemática. De acordo com Gustineli

(1990), a Modelagem Matemática no ensino é importante pois, é um processo de abertura para aprender, questionar e relembrar conceitos matemáticos, facilita a compreensão de situações reais do cotidiano e funciona como uma motivação para o aprendizado, tanto da matemática como de outras áreas do conhecimento.

Portanto, o uso da Modelagem Matemática no ensino desenvolve nos alunos a capacidade de interpretar, analisar e solucionar problemas oriundos de situações não matemáticas. No contato com essas situações-problema e na tentativa de solucioná-las, os alunos desenvolvem a capacidade de formular questões, construir e testar hipóteses, além de expressar-se matematicamente e oralmente. Esse processo estimula a pesquisa, promove o desenvolvimento do pensamento crítico, da criatividade e de uma atitude ativa, contribuindo para a formação geral do indivíduo (Ferruzzi, 2003).

2.3 O Software GeoGebra e a Matemática

O ensino da matemática tem sido cada vez mais enriquecido pelo uso de tecnologias que dinamizam o processo de ensino-aprendizagem. O GeoGebra, um *software* de matemática dinâmica que reúne álgebra e geometria, tem se destacado nesse contexto. Desenvolvido por Markus Hohenwarter e uma equipe internacional de programadores, o GeoGebra é uma ferramenta gratuita e multiplataforma que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única aplicação, sendo utilizado em todos os níveis de ensino (Oliveira; Cunha, 2021; Pacheco, 2019).

Segundo Pacheco (2019), o uso do GeoGebra possibilita dinamizar e enriquecer as atividades no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Como um *software* de Geometria Dinâmica, ele permite a construção de pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas, e a análise de equações. Também é possível relacionar variáveis com números, encontrar raízes de equações, e associar expressões algébricas à representação de objetos geométricos. Dessa forma, o GeoGebra facilita a visualização e compreensão dos conceitos matemáticos, proporcionando uma aprendizagem mais ativa e significativa.

O GeoGebra é bastante utilizado por educadores no ensino da matemática justamente por integrar diversos conteúdos em um só aplicativo, abrangendo tanto álgebra quanto geometria. Essa versatilidade permite que o *software* contribua significativamente para a aprendizagem dos alunos, que se tornam mais envolvidos no processo de aprendizado ao explorar e interagir com os conteúdos de maneira dinâmica (Oliveira; Cunha, 2021). Quando utilizado de maneira planejada, o GeoGebra favorece o desenvolvimento de diversas

habilidades nos alunos, como a construção, experimentação e formulação de conjecturas, conforme destacam Marchetti e Klaus (2014).

Uma das grandes vantagens do uso do GeoGebra, conforme mencionado por Rêgo (2000), é o impacto positivo na motivação dos alunos. Além de facilitar a manipulação simbólica e o traçado de gráficos, o *software* funciona como um instrumento facilitador na resolução de problemas. A médio e longo prazo, essa abordagem pode levar a mudanças curriculares significativas, com professores se concentrando mais em ideias e conceitos do que em algoritmos.

Contudo, o uso do GeoGebra por si só não garante a aprendizagem. De acordo com Araújo e Nóbriga (2010), é essencial que o aluno reflita durante a realização das atividades e que o professor tenha formação adequada para planejar as situações de aprendizagem. O *software* pode tornar a matemática mais agradável e atrativa para os alunos, mas seu sucesso depende das metodologias utilizadas pelos professores.

Assim, o GeoGebra não apenas proporciona uma variedade de ferramentas e possibilidades de visualização dos conteúdos trabalhados, como também facilita a troca de conhecimento entre professor e aluno. Ao promover um ambiente de aprendizado mais dinâmico e colaborativo, o *software* contribui para o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo, tornando-se uma ferramenta valiosa no ensino da matemática.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para realizar o cálculo do volume do vaso marajoara utilizando integração, foi necessário, primeiramente, gerar funções matemáticas que produzissem um sólido de revolução com estrutura semelhante à do vaso escolhido. Para alcançar esse objetivo, foi utilizado o *software* GeoGebra, que permitiu modelar a geometria do vaso. Antes de avançar para a descrição dos procedimentos, apresenta-se na Figura 1, o vaso selecionado como referência para a modelagem. Ele possui 8 cm de altura, seu bocal tem uma abertura de 6,8 cm e seu diâmetro mede 10,5cm. Entre os diversos vasos testados, este foi o que conseguiu-se replicar a estrutura de maneira mais semelhante.

Figura 1 – Vaso selecionado para o cálculo do volume.

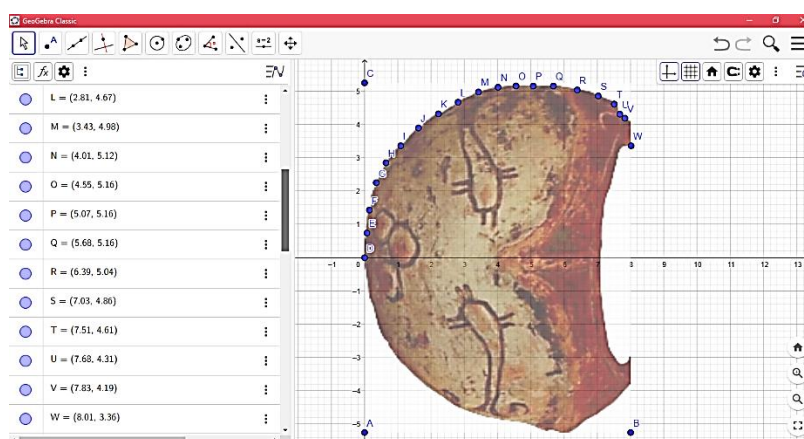


Fonte: Amorim (2010).

Em relação aos procedimentos adotados para a modelagem do artefato, começou-se importando sua imagem para o GeoGebra e posicionando-a nos pontos $A(0, -5.25)$, $B(8, -5.25)$ e $C(0, 5.25)$, onde ela foi fixada. Para uma melhor visualização, o fundo da imagem foi alterado utilizando um editor de imagens.

Em seguida, foram inseridos pontos ao redor da silhueta do vaso, como está ilustrado na Figura 2. Esses pontos adicionais são essenciais para o próximo passo do processo. Para facilitar a inserção precisa dos pontos ajustou-se a transparência da imagem nas configurações do GeoGebra.

Figura 2 – Pontos inseridos ao redor do vaso.

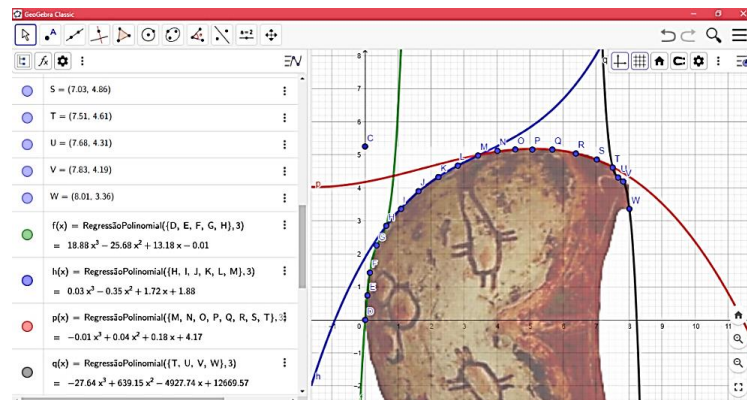


Fonte: Autores (2024).

No terceiro passo, foi utilizado o comando "Regressão Polinomial" para criar funções que melhor se ajustassem aos pontos previamente inseridos ao redor do vaso. Foi necessário usar este comando quatro vezes, gerando quatro funções distintas: $f(x)$, $h(x)$, $p(x)$ e $q(x)$. A primeira função passa pelos pontos de D a H, a segunda pelos pontos de H a M, a terceira pelos pontos de M a T, e a última pelos pontos de T a W. Na Figura 3, as funções geradas são exibidas

em diferentes cores para facilitar a visualização: verde para $f(x)$, azul para $h(x)$, vermelho para $p(x)$ e preto para $q(x)$.

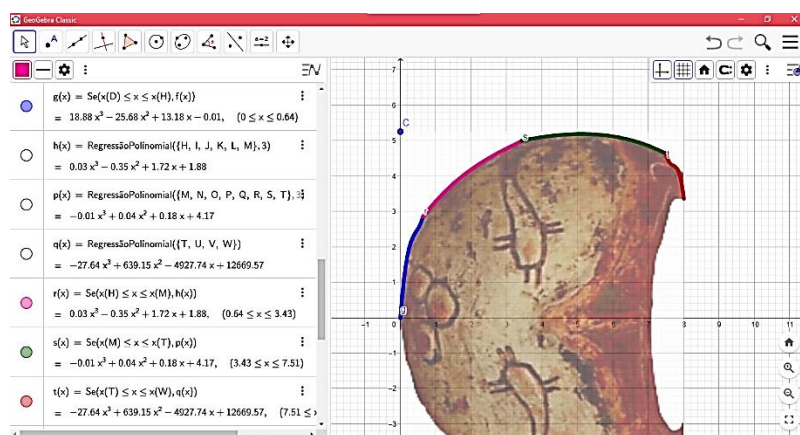
Figura 3 – Funções geradas passando pelos pontos seleccionados.



Fonte: Autores (2024).

Por fim, foi restringido o domínio de cada função para que iniciassem e terminassem exatamente nos pontos previamente seleccionados. Para isso, utilizou-se os seguintes comandos: " $\text{Se}(x(D) \leq x \leq x(H), f(x))$ ", " $\text{Se}(x(H) \leq x \leq x(M), h(x))$ ", " $\text{Se}(x(M) \leq x \leq x(T), p(x))$ " e " $\text{Se}(x(T) \leq x \leq x(W), q(x))$ ". Com esses comandos, o GeoGebra gerou quatro novas funções, denotadas por $g(x)$, $r(x)$, $s(x)$ e $t(x)$, que respeitam os intervalos definidos. Essas novas funções aparecem em cores diferentes para facilitar a distinção: a primeira em azul, a segunda em rosa, a terceira em verde e a quarta em vermelho. Para aprimorar a visualização dos resultados, foram ocultados os pontos e as funções anteriores, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Funções $g(x)$, $r(x)$, $s(x)$ e $t(x)$.

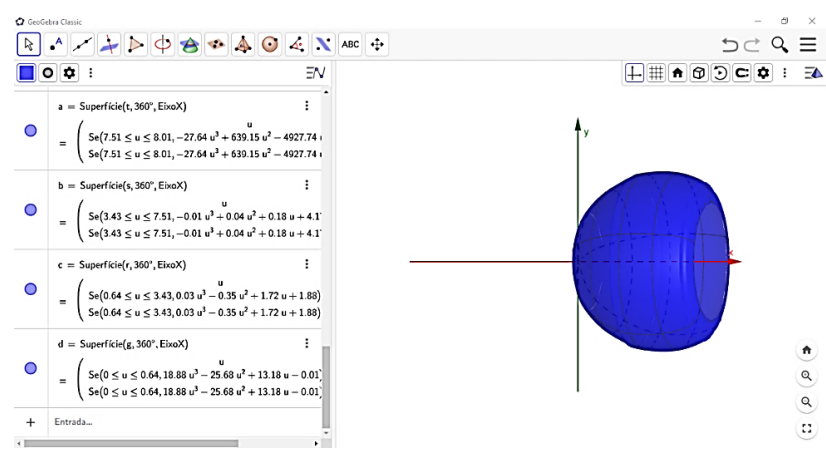


Fonte: Autores (2024).

Para visualizar o sólido resultante das rotações de $g(x)$, $r(x)$, $s(x)$ e $t(x)$, utilizou-se os seguintes comandos: " $\text{Superfície}(g, 360^\circ, \text{EixoX})$ ", " $\text{Superfície}(r, 360^\circ, \text{EixoX})$ ", " $\text{Superfície}(s,$

360°, EixoX)" e "Superfície(t, 360°, EixoX)". Esses comandos permitem gerar superfícies de revolução ao girar cada função em torno do eixo das abcissas em 360 graus. O objetivo dessa operação foi verificar se as funções geradas produziram um sólido que se assemelhasse ao vaso selecionado. Vale destacar que, por ser construído a partir de funções matemáticas, o sólido gerado não será uma réplica exata do vaso real, mas sim uma aproximação. A Figura 5 apresenta o resultado obtido na janela de visualização 3D do GeoGebra.

Figura 5 – Sólido gerado através de funções matemáticas.



Fonte: Autores (2024).

Os detalhes sobre as funções utilizadas para modelar a geometria do vaso, bem como os resultados dos cálculos realizados por meio de integrais e o valor final do volume, são descritos na próxima seção do texto

4 RESULTADOS E ANÁLISES

Conforme mencionado anteriormente, o GeoGebra gerou quatro funções distintas, apresentadas no Quadro 1, cujas rotações em torno do eixo das abcissas produzem um sólido de revolução com estrutura semelhante à do vaso escolhido.

Quadro 1 – Funções geradas pelo GeoGebra.

Função	Lei de formação	intervalo do domínio
g(x)	$18x^3 - 25,18x^2 + 13,12x - 0,01$	$0 \leq x \leq 0,5$
r(x)	$0,07x^3 - 0,6x^2 + 2,27x + 1,51$	$0,5 \leq x \leq 3,43$
s(x)	$-0,01x^3 + 0,04x^2 + 0,18x + 4,17$	$3,43 \leq x \leq 7,51$
t(x)	$-27,64x^3 + 639,15x^2 - 4.927,74x + 12.669,57$	$7,51 \leq x \leq 8,01$

Fonte: Autores (2024).

Cada uma dessas funções corresponde a uma parte específica do sólido, e o volume total (V_t) é obtido pela soma dos volumes de cada uma dessas partes. O volume do vaso marajoara será, portanto, aproximadamente esta soma.

Para calcular o volume de cada parte, utilizou-se o método dos discos. Esse método é eficaz para determinar o volume de sólidos gerados pela rotação de uma função ao redor de um eixo, através do uso de integrais. Neste método, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$

onde $f(x)$ é a função que define o raio do disco em relação ao eixo de rotação. Desta maneira, temos que:

$$V_t = \int_0^{0,5} \pi g(x)^2 dx + \int_{0,5}^{3,43} \pi r(x)^2 dx + \int_{3,43}^{7,5} \pi s(x)^2 dx + \int_{7,51}^{8,01} \pi t(x)^2 dx$$

Para efetuar os cálculos, foram utilizados três *softwares* distintos, Wolfram Alpha, Symbolab e Photomath, a fim de que os resultados fossem comparados. A escolha desses programas se deve ao fato de serem gratuitos e de fácil uso.

No Quadro 2, apresentamos os resultados obtidos em cada *software*, nos quais V_1 , V_2 , V_3 e V_4 correspondem, respectivamente, ao valor dos volumes calculados para as funções $g(x)$, $r(x)$, $s(x)$ e $t(x)$. Além disso, V_t representa o valor da soma desses volumes, que estão em cm^3 .

Quadro 2 – Resultados obtidos em três *softwares*.

	Wolfram Alpha	Symbolab	Photomath	Média	Variância
V₁	5,48761	5,48760	5,48761	5,4876066	2,22266x10 ⁻¹³
V₂	155,545	155,54464	155,54465	155,5447633	2,80222x10 ⁻⁸
V₃	266,457	266,45728	266,45728	266,4571866	1,74222x10 ⁻⁸
V₄	9,56387	9.56387	9,56387	9,56387	0
V_t	437,05348	437,05339	437,05341	437,0534266	1,48889x10 ⁻⁹

Fonte: Autores (2024).

Como pode ser observado, os resultados obtidos a partir dos três programas são bastante consistentes entre si. Para determinar o valor do volume do vaso, optamos por utilizar a média dos resultados encontrados. Assim, o volume aproximado do vaso é de 437,05 cm^3 . Esse valor indica que o vaso pode ser preenchido com aproximadamente 437 ml de líquido.

A estimativa de capacidade apresentada é, portanto, razoável, pois se baseia tanto na precisão do método dos discos quanto na conformidade entre as medidas físicas do vaso e as usadas na modelagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONTRIBUIÇÕES

Este trabalho demonstrou a aplicabilidade da modelagem matemática e da tecnologia na análise de artefatos históricos, utilizando um vaso marajoara como exemplo. Com o uso do GeoGebra, foi possível modelar o formato do vaso por meio de funções matemáticas e, aplicando o método dos discos, calcular o volume do sólido resultante da rotação dessas funções.

Os procedimentos descritos mostram a importância da integração entre ferramentas tecnológicas e cálculos matemáticos para a resolução de problemas práticos. A incorporação da tecnologia no ensino da Matemática facilita a visualização e compreensão dos conceitos, enriquecendo o processo de aprendizagem e tornando-o mais dinâmico. Através dos *softwares* utilizados, foi possível conectar a matemática teórica com aplicações práticas e culturais, como a análise de artefatos, promovendo um aprendizado mais significativo.

Por fim, este trabalho abre caminho para futuras etapas, que incluem a produção do vaso em uma impressora 3D. A impressão do objeto permitirá medir o volume real do vaso utilizando água ou outra substância, oferecendo uma comparação prática com os cálculos matemáticos realizados. Assim, a combinação de modelagem digital e medições físicas poderá validar e aprimorar a análise do volume. Esta continuidade reforça o potencial das tecnologias digitais e métodos matemáticos na pesquisa e educação, destacando sua capacidade de conectar teoria e prática de maneira inovadora.

REFERÊNCIAS

AMORIM, L. B. **Cerâmica marajoara**: comunicação do silêncio. Belém: Museu Paraense Emílio Goeldi, 2010.

ARAÚJO, L. C. L.; NÓBRIGA, J. C. C. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

FERREIRA, D. H. L.; JACOBINI, O. R.; CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. **Recursos tecnológicos e Modelagem Matemática: três experiências na sala de aula**. Belém: REMATEC, v. 8, n. 14, p. 165–184, 2013.

FERRUZZI, E. C. **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia**. 2003. Dissertação

de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

FRANCHI, R. D. O. **Modelagem matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia.** Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP, 1993.

GUSTINELI, O. A. P. **Modelagem Matemática e resolução de problemas: uma visão global em Educação Matemática.** Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP, 1990.

Instituição Caruanas do Marajó, Cultura e Ecologia, 2019. Disponível em: <http://caruanasdomarajo.com.br/novo/pagina/sec/139/sel/gp>. Acesso em: 19 set. 2024.

MARCHETTI, J. M.; KLAUS, V. L. C. A. **Software GeoGebra: um recurso interativo e dinâmico para o ensino de Geometria Plana.** Curitiba: Caderno PDE, v. 1, 2014.

MARINHO, G. D. S. **Novas tecnologias educacionais no ensino da matemática:** Desafios e possibilidades. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Patos, 2021.

MORAN, J. M. **Novos desafios na educação:** a internet na educação presencial e virtual. Saberes e linguagens de educação e comunicação, v. 1, p. 19-44. Pelotas. Editora e Gráfica da Universidade Federal de Pelotas, 2001.

NISS, M. **Aims and scope of applications and modelling in Mathematics curricula.** In: W. Blum et al (eds), Applications and modelling in learning and teaching Mathematics. Chichester: Ellis Horwood Limited, 1989.

OLIVEIRA, E. R.; CUNHA, D. D. S. O uso da tecnologia no ensino da Matemática: contribuições do software GeoGebra no ensino da função do 1º grau. **Revista Educação Pública**, v. 21, n. 36, 2021.

PACHECO, E. F. Utilizando o software GeoGebra no ensino da Matemática: uma ferramenta para construção de gráficos de parábolas e elipses no 3º ano do Ensino Médio. **Debates em Educação**, Maceió, v. 11, n. 24, 2019.

PERIUS, A. A. B. **A tecnologia aliada ao ensino de matemática.** 2012. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Mídias na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Cerro Largo, 2012.

PONTE, J. P. A modelação no processo de aprendizagem. **Revista Educação e Matemática**, n. 23, terceiro trimestre, pp.15-19. Lisboa, Pt, 1992.

RÊGO, R. G. **Um estudo sobre a construção do conceito de função.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2000.

SÁ, A. L.; MACHADO, M. C. O uso do software GeoGebra no estudo de funções. **XIV EVIDOSOL e XI CILTEC online**, v. 6, n. 1, 2017.