

ENSINANDO PROGRESSÃO ARITMÉTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO

Fernanda de Araújo

Mestranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática (UEL)

E-mail: fernanda.araujo@uel.br

Edilaine Regina dos Santos

Docente do Departamento de Matemática (UEL)

E-mail: edilaine.santos@uel.br

Resumo

Este artigo tem por objetivo relatar o desenvolvimento de um trabalho, realizado no ano de 2023 por uma estudante do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL/PR), sob orientação de um docente do departamento de Matemática, no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado, relacionado com o trabalho com uma tarefa em uma oficina de Matemática envolvendo o conteúdo de Progressão Aritmética. Essa oficina, desenvolvida com alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública, foi planejada e desenvolvida à luz da Resolução de Problemas, na perspectiva de ensinar Matemática através da Resolução de Problemas. Por meio desse trabalho, os alunos tiveram a oportunidade de, ao trabalharem em grupo e participarem de discussões coletivas, aprimorar, por exemplo, suas argumentações matemáticas e compreender o conteúdo foco da oficina. Já a futura professora pode perceber que diversas aprendizagens ocorreram nesse percurso tais como: para ensinar é preciso aprender além do conteúdo; é preciso estar preparado para eventuais dúvidas do aluno e para respostas inesperadas. Além disso, que fazer um planejamento de aula detalhado oferece suporte ao professor durante a condução da aula.

Palavras-chave: Educação Matemática. Estágio Supervisionado. Resolução de Problemas. Progressão Aritmética.

Introdução

Este artigo relata uma experiência a respeito de um trabalho realizado no ano de 2023 por uma estudante¹ do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL/PR), sob orientação de um docente do departamento de Matemática², no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado.

Nesse contexto, foram planejadas e desenvolvidas oficinas de Matemática³, para alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Londrina-PR, relacionadas aos conteúdos de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.

Em relação ao trabalho com esses conteúdos, segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006, p.75), “Devem-se evitar as exaustivas coletâneas de cálculos que fazem simples uso de fórmulas (“determine a soma...”, “calcule o quinto termo...”)”.

Tendo isso em vista, optou-se por planejar e desenvolver as oficinas a partir de um trabalho com problemas em que os alunos tivessem a oportunidade de compreender as definições de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, compreender as fórmulas do termo geral de cada uma bem como a do cálculo da soma.

Para isso, todo o desenvolvimento se deu à luz da Resolução de Problemas, na perspectiva de “ensinar Matemática através da Resolução de Problemas” (Onuchic; Allevato, 2011), tendo em vista que “[...] se trata de um trabalho em que um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento se faz através de sua resolução.” (Prado; Allevato, 2010, p. 26-27).

A seguir são apresentadas informações referentes ao trabalho com uma tarefa da oficina a respeito de Progressão Aritmética bem como considerações finais sobre a experiência relatada.

¹ Primeira autora do artigo.

² Segunda autora do artigo.

³ Com duração de 4 horas cada uma.

Desenvolvimento

Nesta seção são apresentadas informações referentes ao trabalho com uma tarefa da oficina de Matemática envolvendo o conteúdo de Progressão Aritmética, que foi organizada com base em três tarefas, visando sistematizar os seguintes conceitos: definição de sequência numéricas e de Progressão Aritmética (PA); fórmula do termo geral de uma PA; fórmula da soma dos n termos de uma PA.

Como já mencionado, optou-se por planejar e desenvolver a oficina à luz da Resolução de Problemas, na perspectiva de “ensinar Matemática através da Resolução de Problemas” (Onuchic; Allevato, 2011), tendo em vista que “[...] se trata de um trabalho em que um problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento se faz através de sua resolução.” (Prado; Allevato, 2010, p. 26-27).

Para isso, esse trabalho no contexto do Estágio Curricular Supervisionado foi orientado pelo seguinte roteiro:

- *Preparação do problema* - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
- *Leitura individual* - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- *Leitura em conjunto* - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
 - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
 - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- *Resolução do problema* - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da *matemática nova* que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.



III Congresso Internacional de Ensino e Formação Docente

- *Observar e incentivar* – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.

- O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do Problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

- *Registro das resoluções na lousa* – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

- *Plenária* – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

- *Busca do consenso* – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

- *Formalização do conteúdo* – Neste momento, denominado *formalização*, o professor registra na lousa uma apresentação *formal* – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (Onuchic; Allevato, 2011, p.83-85, grifo das autoras).

No início da oficina, foi explicado aos alunos como seria a dinâmica de trabalho, informando que as tarefas seriam realizadas em grupo; que haveria tempo para leitura individual e coletiva visando a compreensão do enunciado e também esclarecimento de dúvidas; que elas deveriam ser desenvolvidas em um determinado tempo e que depois algumas resoluções poderiam ser escolhidas para apresentação com o intuito de promover



III Congresso Internacional de Ensino e Formação Docente

uma discussão coletiva e a abordagem formal do conteúdo matemático em questão.

Os alunos foram organizados em seis grupos, nomeados de G1 a G6, sendo: quatro grupos com quatro alunos cada e dois grupos com cinco alunos.

Com a tarefa, apresentada a seguir e entregue impressa aos alunos, objetivava-se sistematizar a fórmula da soma dos n termos de uma PA.

Quadro 1: Enunciado da tarefa C.

Para combater certa praga, um agricultor foi orientado a pulverizar um pesticida sobre sua plantação. Diluídos em certa quantidade de água, foram aplicados 2 L de pesticida no 1º dia; 1,8 L no 2º dia; 1,6 L no 3º dia, e assim por diante, de tal maneira a formar uma PA. Sabendo que as aplicações ocorreram em 8 dias ininterruptos, calcule a quantidade total de pesticida utilizado na pulverização. Justifique sua resposta.

Fonte: Adaptada de Andrade (2020).

Acompanhando o desenvolvimento da resolução nos grupos foi possível perceber que todos estavam fazendo da mesma forma, isto é, somando termo a termo. Todos os grupos conseguiram chegar em uma solução para o problema sem dificuldades. A partir disso então, foram selecionadas duas resoluções, como mostram as figuras a seguir, para serem apresentadas e discutidas com os alunos, com intuito de que percebessem que a escrita era diferente, mas que o resultado era o mesmo.



III Congresso Internacional de Ensino e Formação Docente

Figura 1: Resolução apresentada pelo grupo G6.

$$\begin{array}{r} 2,0 \\ 1,8 \\ 1,6 \\ + 1,4 \\ 1,2 \\ 1,0 \\ 0,8 \\ 0,6 \\ \hline 10,4 \end{array}$$

R= 10,4L, porque é a soma dos litros utilizados, fazendo a subtração de 0,2L a cada dia.

Fonte: Acervo da primeira autora.

Figura 2: Resolução apresentada pelo grupo G4.

$$\begin{array}{l} 2L - 1 \\ 1,8L - 2 \\ 1,6L - 3 \\ 1,4L - 4 \\ 1,2L - 5 \\ 1L - 6 \\ 800 \text{ ml} | 0,8L - 7 \\ 600 \text{ ml} | 0,6L - 8 \end{array}$$

$2 + 1,8 + 1,6 + 1,4 + 1,2 + 1 + 0,8 + 0,6$
 $\downarrow$
10,4L

Fonte: Acervo da primeira autora.

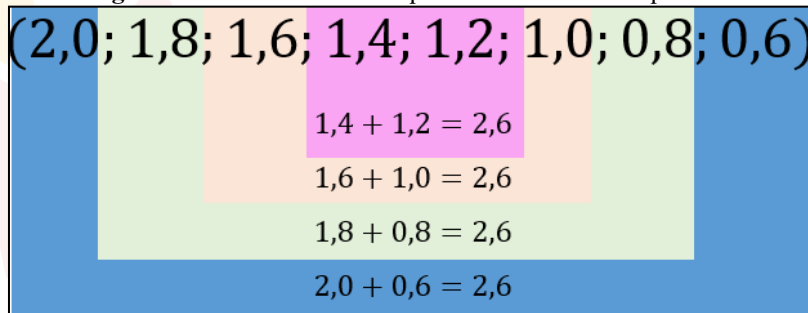
Durante as apresentações e discussões das resoluções, os alunos foram questionados se seria viável somar termo a termo de uma sequência com muitos termos e eles responderam que seria possível, porém demorado.

Visto que nenhum grupo havia ideia de como fazer, iniciou-se um processo de organização e construção conjunta com os alunos. Para isso, os dados obtidos com as resoluções dos grupos G6 e G4 foram registrados na lousa do seguinte modo:

(2, 0; 1, 8; 1, 6; 1, 4; 1, 2; 1, 0; 0, 8; 0, 6)

Foi explicado que quando adicionamos os termos extremos ou os termos equidistantes dos extremos, obtemos o mesmo resultado, conforme a figura.

Figura 3: Soma dos termos equidistantes de uma sequência.



Fonte: Acervo da primeira autora.

Posteriormente foi definido com os alunos que “Em qualquer PA finita, a soma de termos equidistantes dos extremos é igual à soma dos termos extremos.” (Dante, 2020, p. 130).

Em seguida, a partir da resolução do grupo G4, foi feito o seguinte registro na lousa, indicando que soma dos termos dessa PA seria indicada por S_8 , sendo S de soma e o índice 8 para representar a quantidade de termo da sequência:

$$S_8 = 2,0 + 1,8 + 1,6 + 1,4 + 1,2 + 1,0 + 0,8 + 0,6 \quad (*)$$

Considerando que não importa a ordem em que somamos os termos o resultado será o mesmo, registrou-se S_8 do seguinte modo:

$$S_8 = 0,6 + 0,8 + 1,0 + 1,2 + 1,4 + 1,6 + 1,8 + 2,0 \quad (**)$$

Então, adicionando termo a termo:

$$\begin{array}{rcl}
 + & S_8 = 2,0 + 1,8 + 1,6 + 1,4 + 1,2 + 1,0 + 0,8 + 0,6 & (*) \\
 & S_8 = 0,6 + 0,8 + 1,0 + 1,2 + 1,4 + 1,6 + 1,8 + 2,0 & (**) \\
 \hline
 & 2 \cdot S_8 = (2,0 + 0,6) + (1,8 + 0,8) + (1,6 + 1,0) + \dots + (0,6 + 2,0) &
 \end{array}$$

Observando o resultado, os alunos perceberam que adição dos termos dentro dos parênteses resultava sempre no mesmo valor, 2,6. Então, retomou-se a propriedade dos

termos equidistantes.

Continuando o desenvolvimento foi feito o seguinte registro na lousa:

$$2 \cdot S_8 = (2,0 + 0,6) + (2,0 + 0,6) + (2,0 + 0,6) + (2,0 + 0,6) + (2,0 + 0,6) + (2,0 + 0,6) + (2,0 + 0,6) + (2,0 + 0,6)$$

Questionados sobre como proceder, responderam para realizar uma simplificação na escrita, reorganizando em forma de multiplicação:

$$2 \cdot S_8 = 8 \cdot (2,0 + 0,6)$$

$$S_8 = \frac{8 \cdot (2,0 + 0,6)}{2}$$

$$S_8 = \frac{8 \cdot (2,6)}{2}$$

$$S_8 = 4 \cdot (2,6)$$

$$S_8 = 10,4$$

Compararam com as resoluções anteriores e perceberam que chegariam ao mesmo resultado e que esse poderia ser então um procedimento de cálculo para determinar a soma total.

A partir disso, iniciou-se o mesmo processo considerando agora uma sequência genérica:

$$+ \begin{array}{l} S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \quad (*) \\ S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1 \quad (**) \end{array}$$

$$2 \cdot S_n = (a_1 + a_n) + \underbrace{(a_2 + a_{n-1})}_{a_1 + a_n} + \underbrace{(a_3 + a_{n-2})}_{a_1 + a_n} + \dots + \underbrace{(a_{n-1} + a_2)}_{a_1 + a_n} + \underbrace{(a_n + a_1)}_{a_1 + a_n}$$

Considerando a propriedade dos termos equidistantes e os procedimentos análogos ao processo anterior, concluiu-se:



III Congresso Internacional de Ensino e Formação Docente

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Por questão de agilidade, tendo em vista o término da oficina, os alunos não copiaram essa sistematização da lousa, porém receberam a definição e o passo a passo por impresso.

Considerações finais

Este artigo teve por objetivo relatar uma experiência de um trabalho realizado por uma estudante do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado no ano de 2023.

Esse trabalho está relacionado com o desenvolvimento de uma tarefa em uma oficina de Matemática envolvendo o conteúdo de Progressão Aritmética, planejada e desenvolvida à luz da Resolução de Problemas, na perspectiva de ensinar Matemática através da Resolução de Problemas.

Por meio desse trabalho, os alunos tiveram a oportunidade de, por meio do trabalho em grupo e da participação de discussões coletivas, aprimorar, por exemplo, suas argumentações matemáticas e compreender o conteúdo foco da oficina. Já a futura professora pode perceber que diversas aprendizagens ocorreram nesse percurso tais como: para ensinar é preciso aprender além do conteúdo; é preciso estar preparado para eventuais dúvidas do aluno e para respostas inesperadas. Além disso, que fazer um planejamento de aula detalhado oferece suporte ao professor durante a condução da aula.

Referências

ANDRADE, T. M.. **Matemática interligada : grandezas, sequências e matemática financeira** / obra coletiva: ensino médio, volume 3. -- 1. ed. -- São Paulo: Scipione, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática em contextos: função exponencial, função logarítmica e sequências**. – 1. Ed. – São Paulo: Ática, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias / Secretaria de Educação Básica**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PRADO, M. A.; ALLEVATO, N. S. G. O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas. **Acta Scientiae**, Canoas, v.12, n.01, p.24-42, jan./jun. 2010.