

ANÁLISE DA RESPOSTA DE CONTROLE ROBUSTO NEURO-ADAPTATIVO DIRETO POR ALOCAÇÃO DE POLOS, LQR E PID HÍBRIDO: UM ESTUDO COMPARATIVO DE DESEMPENHO, ESTABILIDADE E ROBUSTEZ

Christian Danner Ramos de Carvalho¹, João Viana da Fonseca Neto²

¹Universidade Federal do Maranhão, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeroespacial, São Luís, Maranhão, Brazil, e-mail: eng.chrisdanner@gmail.com.

²Universidade Federal do Maranhão, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, São Luís, Maranhão, Brazil, e-mail: joao.fonseca@ufma.br.

RESUMO

Este estudo apresenta uma comparação detalhada entre diferentes abordagens de controle neuro-adaptativo direto DMRNAC (*Direct Model Reference Neuro-Adaptive Control*), que são amplamente utilizadas em sistemas de controle avançados devido à sua capacidade de adaptação a condições variáveis e incertezas. Primeiramente, discute-se um controle puramente neuro-adaptativo com realimentação de estados, onde o ganho de controle é calculado utilizando técnicas robustas, como a alocação de polos (*Pole Placement*) e por regulador quadrático linear LQR (*Linear Quadratic Regulator*). Em seguida, é introduzido um controle DMRNAC com realimentação da saída, em que o ganho é determinado por um controlador proporcional-integral-derivativo PID híbrido, combinado tanto com método de alocação de polos, quanto com o método LQR. Os resultados obtidos através de simulações são discutidos em termos de desempenho, estabilidade e robustez, levando em consideração alguns critérios de avaliação. Os critérios de avaliação incluem a capacidade do sistema de rejeição a perturbações externas, a estabilidade assintótica, rastreamento do modelo de referência, velocidade da resposta a alterações do sinal de referência, sobressinal e a minimização do erro de regime permanente, o que fornece uma visão abrangente sobre as vantagens e limitações de cada metodologia analisada.

Palavras-chave – DMRNAC, controle neuro-adaptativo, LQR, PID, realimentação de estados, realimentação de saída.

ABSTRACT

This study presents a detailed comparison between different DMRNAC (Direct Model Reference Neuro-Adaptive Control) approaches, which are widely used in advanced control systems due to their ability to adapt to variable conditions and uncertainties. Firstly, a purely neuro-adaptive control with state feedback is discussed, where the control gain is calculated using robust techniques such as pole placement and linear quadratic regulator (LQR). Next, a DMRNAC control with output feedback is introduced, in which the gain is determined by a hybrid proportional-integral-derivative PID controller, combined with both the pole placement method and the LQR method. The results obtained through simulations are discussed in terms of performance, stability and robustness, taking into account some evaluation criteria. The evaluation criteria include the system's ability to reject

external disturbances, asymptotic stability, tracking of the reference model, speed of response to changes in the reference signal, overshoot and minimization of the steadystate error, which provides a comprehensive overview of the advantages and limitations of each methodology analysed.

Key words – DMRNAC, neuro-adaptive control, LQR, PID, state feedback, output feedback.

1. INTRODUÇÃO

O controle *Model Reference Adaptive Control* (MRAC) é uma abordagem amplamente utilizada para lidar com incertezas paramétricas e distúrbios desconhecidos em sistemas dinâmicos. Ele permite que o controlador ajuste seus parâmetros automaticamente para que o sistema controlado siga a resposta de um modelo de referência. No entanto, o desempenho do MRAC pode ser melhorado ao combinar técnicas de controle de realimentação de estados ou de saída.

O estudo realiza um comparativo entre quatro métodos de controle adaptativo baseados no MRAC: um controle DMRNAC com realimentação de estados, cujo ganho é calculado via alocação de polos (PP); um controle DMRNAC com realimentação de estados com ganho calculado por LQR e um controle DMRNAC com realimentação da saída, cujo ganho é calculado por um controlador PID híbrido, combinado tanto com o método de alocação de polos (PID+PP), quanto com o método LQR (PID+LQR).

A Figura 1 ilustra a arquitetura em malha fechada do controle DMRNAC com PID.

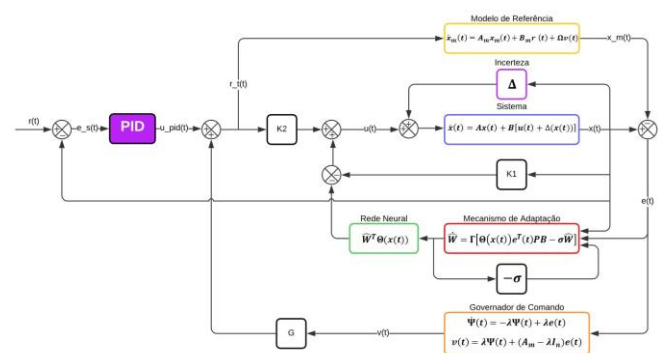


Figura 1. Arquitetura em malha fechada do controle DMRNAC com PID.

2. METODOLOGIA

Diferentes técnicas de combinação entre controle MRAC e PID são encontradas na literatura, como em [1], [2], [3] e [4]. Este estudo propõe uma combinação de controle DMRNAC com PID híbrido (PID+PP e PID+LQR) e uma análise comparativa das respostas do sistema controlado por cada método.

2.1. Formulação do Problema

Segundo [5] e [6], o método de Controle Adaptativo de Referência de Modelo (MRAC) é uma abordagem utilizada na concepção de um controlador adaptativo que modifica os parâmetros do controlador de modo que a saída do sistema real rastreie a saída de um modelo de referência sob a mesma entrada de referência.

De acordo com as formulações e estruturas de controle robusto neuro-adaptativo presentes na literatura como [7], [8] e [9], este estudo aborda a seguinte estrutura e modelagem matemática para um controlador DMRNAC.

Conforme abordado por [10], considera-se o sistema dinâmico com incerteza conforme Eq. (1):

$$\dot{x} = Ax + B[u + \Delta(x)], \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

sendo $x \in R^n$ o estado do sistema, $u \in R^m$ é a entrada de controle, $B \in R^{n \times m}$ é a matriz de controle conhecida. Ademais, é assumido que o par (A, B) é controlável. Na Eq. (1), a função vetorial desconhecida, que pode ser não linear, $\Delta(x) : R^n \rightarrow R^m$, descreve a incerteza intrínseca do sistema.

A parametrização da incerteza não estruturada $\Delta(x)$ é dada pela Eq. (2):

$$\Delta(x) = W^T \Theta(x) + \varepsilon(x), \quad \|\varepsilon(x)\|_2 \leq \bar{\varepsilon}, \quad (2)$$

sendo que W^T é um vetor de pesos desconhecidos, a ser estimado pela lei de atualização de parâmetros, $\Theta(x)$ é um vetor e inclui funções de base radial nos seus elementos, e $\varepsilon : R^n \rightarrow R^m$ é o erro residual.

Ressalta-se que o erro residual $\varepsilon(x)$ é vindo do Teorema da Aproximação Universal. Incluindo mais neurônios na rede neural é possível reduzir esse erro.

O vetor $\Theta(x)$ é dado pela Eq. (3):

$$\Theta(x) = [\theta_1(x_1), \dots, \theta_n(x_1), \theta_{n+1}(x_2), \dots, \theta_{2n}(x_2), 1]^T, \quad (3)$$

portanto, o sistema é representado pela Eq. (4):

$$\dot{x} = Ax + B[u + W^T \Theta(x) + \varepsilon(x)]. \quad (4)$$

2.2. Rede Neural RBF

De acordo com [10], uma Rede Neural RBF *Feedforward* é um mapeamento de R^n para R^m , conforme Eq. (5):

$$\widehat{W}_0^T \begin{bmatrix} \exp(-\|x - c_1\|^2 w_1) \\ \vdots \\ \exp(-\|x - c_n\|^2 w_n) \end{bmatrix} + b = \underbrace{\begin{bmatrix} \widehat{W}_0^T & b \end{bmatrix}}_{\widehat{W}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \theta_1(x) \\ \vdots \\ \theta_n(x) \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Theta(x)}, \quad (5)$$

sendo $\widehat{W} = [\widehat{W}_0^T \quad b]^T \in R^{(n+1) \times m}$ o vetor de pesos, $c_i \in R^n$ é o centro do i -ésimo campo receptivo, $b \in R^m$ é o bias da rede neural, e $\Theta(x) = [\theta_1(x) \dots \theta_n(x) \quad 1]^T \in R^{n+1}$ é o vetor regressor, cujos componentes são as funções de base (ativação) $\theta_i(x) = \exp(-\|x - c_i\|^2 w_i)$ e a função unitária. Os termos w_i até w_n são as larguras das funções de base radial e formam uma matriz simétrica positiva definida. O termo w_i é calculado pela Eq. (6):

$$w_i = \frac{1}{2\sigma_i^2}, \quad (i = 1, \dots, n). \quad (6)$$

As redes de funções de base radial oferecem uma arquitetura simples, generalização robusta, boa tolerância a ruídos e aprendizado online. Além disso, do ponto de vista da generalização, as redes RBF devem reagir de forma eficaz aos padrões não utilizados durante o treinamento [11].

2.3. Lei de Controle Neuro-Adaptativo

De acordo com [12], quando a dinâmica do atuador não está presente, esse problema é resolvido considerando a lei de controle dada pela Eq. (7)

$$u = u_n + u_a, \quad (7)$$

sendo u_n e u_a as leis de controle nominal e adaptativa, respectivamente. Portanto, a lei de controle nominal é dada pela Eq. (8):

$$u_n = -K_1 x + K_2 r, \quad (8)$$

sendo $K_1 \in R^{m \times n}$ e $K_2 \in R^{m \times m}$ os ganhos de *feedback* e *feedforward* nominais, respectivamente, de modo que, em malha fechada, tem-se as Eqs. (9) e (10):

$$A_m = A - BK_1, \quad (9)$$

$$B_m = BK_2. \quad (10)$$

O par (A, B) do sistema é controlável, então o ganho de realimentação de estados K_1 é calculado por alocação de polos ou por LQR. O ganho de alimentação direta K_2 é calculado conforme Eq. (11).

$$K_2 = -(C(A - BK_1)^{-1}B)^{-1} \quad (11)$$

Se $A_m = A - BK_1$ e $B_m = BK_2$, então o modelo de referência do sistema é descrito pela Eq. (12):

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (12)$$

Se a incerteza é parametrizada como $\Delta(x) = W^T \Theta(x)$, então o sinal de controle adaptativo que cancele a mesma é aproximado por uma RN-FBR, de acordo com a Eq. (5). O sinal de controle adaptativo u_a é representado pela Eq. (13):

$$u_a = -\widehat{W}^T \Theta(x). \quad (13)$$

Substituindo as Eqs. (8) e (13) na Eq. (7), obtém-se a Eq. (14):

$$u = -K_1 x + K_2 r - \widehat{W}^T \Theta(x) \quad (14)$$

2.4. Dinâmica do Erro do Sistema

Segundo [13], o erro do sistema é dado pela Eq. (15), e a dinâmica do erro é dada pela Eq. (16):

$$e = x - x_m, \quad (15)$$

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_m. \quad (16)$$

Substituindo as Eqs. (4), (12) e (14) na Eq. (16), tem-se a Eq. (17):

$$\dot{e} = A_m e - B\tilde{W}^T \Theta(x) + B\varepsilon(x), \quad (17)$$

sendo $\tilde{W}$ a matriz do erro de atualização de pesos, ela é representada pela Eq. (18):

$$\tilde{W} = \hat{W} - W \quad (18)$$

2.5. Lei de Adaptação

Conforme apresentado por [14], deve-se escolher uma lei de adaptação para levar o erro do sistema assintoticamente a zero. Escreve-se uma equação genérica para a dinâmica de estimativa de pesos dada pela Eq. (19):

$$\dot{\hat{W}} = \Gamma f_a(\cdot), \quad \Gamma > 0, \quad (19)$$

sendo $\Gamma \in R^+$ a taxa de aprendizado constante e positiva, e $f_a(\cdot)$ uma função de adaptação genérica.

A dinâmica do erro de atualização de pesos é representada pela Eq. (20):

$$\dot{\tilde{W}} = \dot{\hat{W}} - \dot{W}. \quad (20)$$

Pontua-se que, assumindo que o vetor de pesos reais da incerteza $\Delta(x)$ são parâmetros invariantes no tempo, a variação de W é nula. Portanto, substituindo a Eq. (19) na Eq. (20), e tomando o vetor de pesos real W como constante, tem-se a Eq. (21):

$$\dot{\tilde{W}} = \Gamma f_a(\cdot) \quad (21)$$

De acordo com [9], através do erro do sistema e do erro de atualização de pesos, é possível construir uma função candidata de Lyapunov descrita pela Eq. (22):

$$V(e, \tilde{W}) = e^T P e + tr \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \tilde{W}. \quad (22)$$

Observa-se que $V(0,0) = 0$ e $V(e, \tilde{W}) > 0$ para todo $(e, \tilde{W}) \neq (0,0)$, e sua derivada é dada pela Eq. (23):

$$\dot{V}(e, \tilde{W}) = 2e^T P \dot{e} + 2tr \tilde{W}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}}. \quad (23)$$

Substituindo as Eqs. (17) e (21) na Eq. (23), tem-se a Eq. (24):

$$\dot{V}(e, \tilde{W}) = 2e^T P A_m e + 2tr \tilde{W}^T [f_a(\cdot) - \Phi(x)e^T P B] \quad (24)$$

A partir da Eq. (24), observa-se que, se escolhida uma função de adaptação genérica como a descrita pela Eq. (25):

$$f_a(\cdot) = \Phi(x)e^T P B, \quad (25)$$

o termo $[f_a(\cdot) - \Phi(x)e^T P B]$ será zero, logo a derivada da função candidata de Lyapunov é semidefinida negativa, conforme Eq. (26):

$$\dot{V}(e, \tilde{W}) = -e^T R e. \quad (26)$$

Segundo [15], $P \in R_+^{n \times n}$ é a solução da equação de Lyapunov, dada pela Eq. (27):

$$0 = A_m^T P + P A_m + R. \quad (27)$$

Portanto, substituindo a Eq. (25) na Eq. (19), a lei de adaptação é dada pela Eq. (28):

$$\dot{\hat{W}} = \Gamma \Phi(x)e^T P B. \quad (28)$$

2.6. Modificação- σ

Devido ao termo $B\varepsilon(x)$ na Eq. (17), não é possível chegar a $\dot{V} \leq 0$. Nesse caso, é necessário utilizar uma modificação de escape. No presente trabalho é utilizada a modificação- σ . Essa abordagem é válida tanto quando W é constante, quanto para $W(t)$ variante no tempo.

Conforme [10], a lei de adaptação com a modificação- σ é dada pela Eq. (29):

$$\dot{\hat{W}} = \Gamma [\Theta(x)e^T P B - \sigma \hat{W}], \quad \Gamma > 0, \quad (29)$$

sendo $\Gamma \in R^+$ uma taxa de aprendizado constante e positiva, $-\sigma \hat{W}$ o termo de modificação- σ , que garante a estabilidade do sistema ao longo do tempo.

O termo de modificação- σ na Equação (29) é usado para amortecer possíveis oscilações no sinal de controle que poderiam ser induzidas no caso de adaptação de alto ganho [16].

2.7. Estabilidade

De acordo com [17], se $\dot{V}(e, \tilde{W}) \leq 0$, há um sistema estável segundo Lyapunov, porém deve-se verificar a estabilidade assintótica do sistema. O Lema de Barbalat é uma técnica útil para avaliar a instabilidade de sistemas não autônomos. Para sistemas não autônomos com dinâmica contínua por partes, uma adaptação ampliada do Lema foi apresentada por [18].

De acordo com [19] e conforme demonstrado por [20], afirma-se que:

1. Se $V(e, \tilde{W})$ é limitada inferiormente e $\dot{V}(e, \tilde{W}) = -e^T R e \leq 0$, então $V(e, \tilde{W})$ se aproxima de um limite finito quando $t \rightarrow \infty$.

2. Além disso, se $\dot{V}(e, \tilde{W})$ é uma função uniformemente contínua do tempo, então a sua derivada $\dot{V}(e, \tilde{W})$ é limitada.

3. Então, pelo Lema de Barbalat, conforme abordado por [10], provado e exemplificado por [21], segue que $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(e, \tilde{W}) = 0$, desde que a matriz R seja definida positiva, e, portanto, o erro e converge assintoticamente a zero.

Logo, o estado $x(t)$ do sistema com incertezas se aproximará do estado $x_m(t)$ ideal desejado (Eq. (30)).

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x(t) - x_m(t)] = 0. \quad (30)$$

2.8. Sinal Regulador de Comando

De acordo com [22], para recuperação de desempenho em estado estacionário do sistema controlado em malha fechada por métodos adaptativos, um sinal regulador de comando é proposto.

Segundo [22], a arquitetura de controle por sinal regulador de comando para o problema de controle adaptativo com incerteza não paramétrica variante no tempo é dada pela Eq. (31):

$$r_t = r + Gv, \quad (31)$$

sendo $r_t \in R^m$ o sinal de referência total, $r \in R^m$ é o comando dado uniformemente contínuo e limitado, e $Gv \in R^m$ é o sinal do regulador de comando, com $G \in R^{m \times n}$ sendo a matriz do sinal do regulador de comando adicionado ao sinal de referência total, definida pela Eq. (32), e $v \in R^n$ é a saída do regulador de comando.

$$G = K_2^{-1}(B^T B)^{-1} B^T. \quad (32)$$

O sistema dinâmico do regulador de comando é dado pelas Eqs. (33) e (34):

$$\dot{\Psi} = -\lambda\Psi + \lambda e, \quad \Psi(0) = 0, \quad t \in R^+, \quad (33)$$

$$v = \lambda\Psi + (A_r - \lambda I_n)e, \quad (34)$$

sendo $\Psi \in R^n$ o vetor de estado do regulador de comando e $\lambda \in R^+$ é o ganho do regulador de comando.

Portanto, substituindo as Eqs. (8) e (13) na Eq. (7) e adicionando o sinal de correção dado pela Eq. (31), a lei de controle total é dada pela Eq. (35)

$$u = -K_1 x + K_2(r + Gv) - \hat{W}^T \Theta(x). \quad (35)$$

Substituindo o novo sinal de referência da Eq. (31) na Eq. (12), resulta na Eq. (36):

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r + B(B^T B)^{-1} B^T v. \quad (36)$$

Logo, o novo modelo de referência é representado pela Eq. (37):

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r + \Omega v, \quad (37)$$

e a matriz Ω , é a matriz do sinal do regulador de comando adicionado ao modelo de referência, dada pela Eq. (38):

$$\Omega = B(B^T B)^{-1} B^T. \quad (38)$$

2.9. Controle Neuro-Adaptativo com Realimentação da Saída (PID)

O controle DMRNAC com realimentação da saída calcula os ganhos usando um controlador PID combinado com alocação de polos e LQR, que é ajustado para minimizar o erro entre a saída do sistema e o sinal de referência. De acordo com [23], a lei de controle do PID é dada por:

$$u_{pid}(t) = K_p e_s(t) + K_i \int e_s(t) dt + K_d \frac{de_s(t)}{dt}, \quad (39)$$

sendo K_p , K_i , e K_d os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente, e e_s o erro entre a saída do sistema $x_1(t)$ e o sinal de referência $r(t)$.

Ao adicionar o controlador PID à malha de controle DMRNAC (Figura 1), as seguintes alterações precisam ser realizadas:

O sinal de referência total r_t da Eq. (31) é alterado para Eq. (40)

$$r_t = u_{pid} + Gv. \quad (40)$$

A lei de controle total u da Eq. (35) é alterada para Eq. (41)

$$u = -K_1 x + K_2(u_{pid} + Gv) - \hat{W}^T \Theta(x). \quad (41)$$

O modelo de referência $\dot{x}_m$ da Eq. (37) é alterado para Eq. (42)

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u_{pid} + \Omega v \quad (42)$$

2.10. Exemplo Numérico Ilustrativo

Para demonstrar a eficácia de cada método de controle neuroadaptativo DMRNAC, considera-se a dinâmica de um sistema linearizado de um foguete balístico de combustível sólido. A síntese dos controladores é feita considerando a presença de incertezas e distúrbios externos.

O modelo não linear utilizado em [24] é linearizado por expansão da série de Taylor, conforme [25], no ponto de operação ($x_1 = 2595$ m, $x_2 = 1136$ m/s), equivalente a posição e velocidade do final da fase propulsada do foguete suborbital ($t = 4$ s).

O modelo linear do sistema a ser controlado é dado pela Eq. (43):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1190 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 373.31 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Os requisitos de controlabilidade e observabilidade para o sistema foram obedecidos, conforme abordados por [10].

Os parâmetros dos controladores utilizados na simulação são dados na Tabela 1.

Parâm.	PP	LQR	PID+PP	PID+LQR
gamma	4	2	4	2
sigma	500	0.01	500	0.01
lambda	550	0.1	550	0.1
dt (s)	0.0001	0.001	0.0001	0.001
polos	[-3,-2]	—	[-3,-2]	—
Q	—	[1,0;0,0.1]	—	[1,0;0,0.1]
R	—	0.1	—	0.1
K_p	—	—	9	4
K_i	—	—	9	12
K_d	—	—	2	0.04

Tabela 1. Parâmetros dos controladores.

3. RESULTADOS

A Figura 2 apresenta a resposta ao degrau para ambos os métodos de controle abordados.

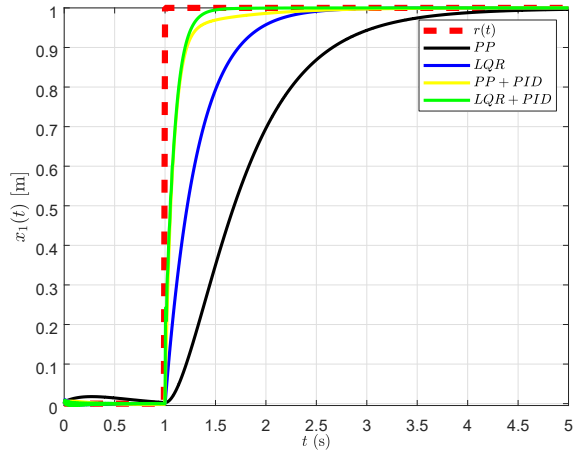


Figura 2. Resposta ao degrau.

A Tabela 2 apresenta uma comparação quantitativa entre os quatro métodos de controle, em termos de tempo de subida t_r (rise time), tempo de acomodação t_s (settling time), sobressinal OS (overshoot) e erro em regime permanente e_{ss} (steady-state error).

Método	t_r (s)	t_s (s)	OS (%)	e_{ss}
PP	1.4322	3.6606	0	0.0036
LQR	0.6950	2.2370	0	0
PID+PP	0.2083	1.7598	0	0
PID+LQR	0.1970	1.3520	0	0

Tabela 2. Critérios de avaliação dos métodos.

As Figuras 3 e 4 apresentam a comparação das respostas com variação do sinal de referência e comparação das respostas com rastreamento do modelo de referência, respectivamente.

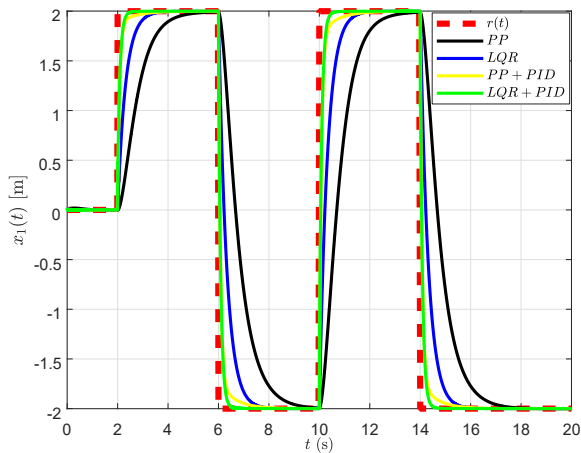


Figura 3. Comparação das respostas com variação do sinal de referência.

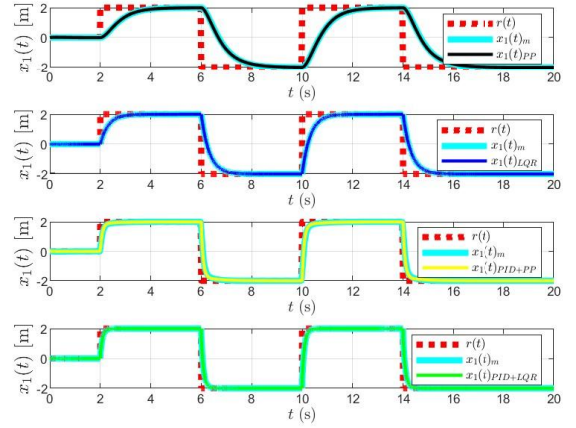


Figura 4. Comparação das respostas com rastreamento do modelo de referência.

4. DISCUSSÃO

Em termos de tempo de subida t_r , o método PP teve a resposta mais lenta (1.4322 s), enquanto o LQR melhorou para 0.6950 s. A combinação com PID reduziu ainda mais o tempo de subida, com PID + PP a 0.2083 s e PID + LQR a 0.1970 s. Para o tempo de acomodação t_s , o PP também apresentou o maior tempo (3.6606 s), seguido pelo LQR (2.2370 s), enquanto os métodos PID+PP e PID+LQR apresentaram os menores tempos (1.7598 s e 1.3520 s, respectivamente). Todos os métodos não apresentaram sobressinal OS (0%), indicando que o sistema atinge o valor desejado sem ultrapassá-lo, e o erro em estado estacionário e_{ss} foi nulo para LQR, PID+PP, e PID+LQR, com o PP tendo um pequeno erro de 0.0036, mostrando que esses métodos não apenas melhoram a resposta transitória, mas também garantem precisão em regime permanente (Figura 2 e Tabela 2). Os resultados apresentados mostram que todos os métodos de controle estudados (PP, LQR, PID+PP, PID+LQR) exibiram estabilidade assintótica com rastreamento do modelo de referência e robustez às incertezas, rejeitando perturbações externas (Figuras 3 e 4).

5. CONCLUSÕES

Este estudo comparou quatro tipos de controle neuroadaptativo direto DMRNAC, ambos os métodos de controle apresentados (PP, LQR, PID+PP, PID+LQR) demonstraram estabilidade assintótica com rastreamento do modelo de referência, indicando que todos os métodos são estáveis e conseguem seguir o modelo desejado de maneira adequada. Além disso, todos os métodos mostraram robustez às incertezas com rejeição de perturbações externas, o que significa que eles são capazes de lidar com variações e incertezas no sistema sem degradação significativa do desempenho.

Entretanto, a análise detalhada dos resultados mostra que os métodos que combinam PID com PP e LQR oferecem uma melhoria significativa no desempenho do sistema em termos de tempo de subida e tempo de acomodação, sem

comprometer a estabilidade ou a precisão. Especificamente, o método PID+LQR apresentou o melhor desempenho geral, com o menor tempo de subida e tempo de acomodação, zero sobressinal e erro em estado estacionário nulo. Portanto, o método PID+LQR pode ser considerado a melhor escolha entre os métodos analisados para aplicações que requerem respostas rápidas e precisas.

6. REFERÊNCIAS

- [1] J. D. Gil, I. M. Pataro, J. Guzmán, and M. Berenguel, "On the hybrid mrac-pid control: A comparison study," *IFAC PapersOnLine*, vol. 58, no. 7, pp. 37–42, 2024.
- [2] S. Mallick and U. Mondal, "Mrac based intelligent pid controller design technique for a class of dynamical systems," *Sadhanā*, vol. 49, no. 2, p. 166, 2024.
- [3] R. L. Ahuar, A. L. Cedeño, M. Olivares, J. C. Agüero, and C. A. Silva, "Model reference adaptive control for ball-and-plate system," in *2022 IEEE International Conference on Automation/XXV Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA)*, pp. 1–6, IEEE, 2022.
- [4] M. H. S. Bomfim, E. J. Lima II, N. S. Monteiro, and A. L. A. Dias, "A novel hybrid (pid+ mrac) adaptive controller for an air levitation system," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 19, no. 8, pp. 1400–1409, 2021.
- [5] U. Singh and N. S. Pal, "Roll angle control of an aircraft using adaptive controllers," in *2019 International Conference on Automation, Computational and Technology Management (ICACTM)*, pp. 143–147, IEEE, 2019.
- [6] I. D. Landau, R. Lozano, M. M'Saad, and A. Karimi, *Adaptive control: algorithms, analysis and applications*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [7] A. Glushchenko and K. Lastochkin, "Neural network-based direct model reference adaptive control of quadrotor attitude," in *2022 16th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference)*, pp. 1–4, IEEE, 2022.
- [8] E. Arabi, T. Yucelen, B. C. Gruenwald, M. Fravolini, S. Balakrishnan, and N. T. Nguyen, "A neuroadaptive architecture for model reference control of uncertain dynamical systems with performance guarantees," *Systems & Control Letters*, vol. 125, pp. 37–44, 2019.
- [9] B. C. Gruenwald, T. Yucelen, and J. A. Muse, "Direct uncertainty minimization framework for system performance improvement in model reference adaptive control," *Machines*, vol. 5, no. 1, p. 9, 2017.
- [10] E. Lavretsky and K. Wise, *Robust and Adaptive Control: With Aerospace Applications*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer International Publishing, 2024.
- [11] A. Heidari, N. J. Navimipour, and M. Unal, "A secure intrusion detection platform using blockchain and radial basis function neural networks for internet of drones," *IEEE Internet of Things Journal*, 2023.
- [12] B. C. Gruenwald, T. Yucelen, K. M. Dogan, and J. A. Muse, "An adaptive architecture for control of uncertain dynamical systems with unknown actuator bandwidths," *IFAC PapersOnLine*, vol. 51, no. 12, pp. 130–135, 2018.
- [13] K. M. Dogan, T. Yucelen, W. M. Haddad, and J. A. Muse, "Improving transient performance of discrete-time model reference adaptive control architectures," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 34, no. 7, pp. 901–918, 2020.
- [14] T. Yucelen and A. Calise, "Derivative-free model reference adaptive control of a generic transport model," in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, p. 8402, 2010.
- [15] E. Arabi, D. Panagou, T. Yucelen, and N. T. Nguyen, "Model reference adaptive control of uncertain dynamical systems subject to high-order actuator dynamics with performance guarantees," in *AIAA Scitech 2020 Forum*, p. 0591, 2020.
- [16] M. L. Fravolini, T. Yucelen, J. Muse, and P. Valigi, "Analysis and design of adaptive control systems with unmodeled input dynamics via multiobjective convex optimization," in *2015 American Control Conference (ACC)*, pp. 1579–1584, IEEE, 2015.
- [17] H. Khalil, *Nonlinear Systems*. Pearson Education, Prentice Hall, 2002.
- [18] Y. Su and J. Huang, "Stability of a class of linear switching systems with applications to two consensus problems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 6, pp. 1420–1430, 2011.
- [19] J.-J. E. Slotine, W. Li, et al., *Applied nonlinear control*, vol. 199. Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [20] M. Lu, F. Deng, and L. Liu, "An extension of barbalat's lemma with its application to synchronization of a class of switched networked nonlinear systems .," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 9778–9783, 2020. 21st IFAC World Congress.
- [21] M. Hou, G. Duan, and M. Guo, "New versions of barbalat's lemma with applications," *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 8, no. 4, pp. 545–547, 2010.
- [22] T. Yucelen and E. Johnson, "A new command governor architecture for transient response shaping," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 27, no. 12, pp. 1065–1085, 2013.
- [23] K. J. Åström and B. Wittenmark, *Adaptive Control: Second Edition*. Courier Corporation, 2013.
- [24] A. S. Hodel and T. A. Baginski, "An interdisciplinary senior design course utilizing electronically guided model rockets," *IEEE Transactions on Education*, vol. 38, no. 4, pp. 321–327, 1995.
- [25] K. Ogata, *Engenharia de Controle Moderno, São Paulo–SP, 5. Ed.* Pearson, 2010.