



Modelagem Matemática e Otimização Linear: possibilidades para a matemática no Ensino Médio

Thais Hermoso de Oliveira

UNESP/Bauru, thais.hermoso@unesp.br

Sônia Cristina Poltroni

UNESP/Bauru, poltroni.silva@unesp.br

Área temática:

Matemática

INTRODUÇÃO

Despertar o interesse pela matemática em alunos de ensino médio é uma tarefa demasiadamente difícil, pois trata-se de uma etapa na qual não há tempo suficiente para abordar o conteúdo de forma lúdica e, simultaneamente, cumprir a grade curricular. Subentende-se que o aluno chega, nesta fase, munido de todas as ferramentas necessárias para dar continuidade aos estudos e aprofundar conteúdos, assim, a famosa “matemática básica”, que já deveria ser dominada por eles, segue os três anos sendo um transtorno e um desconforto para muitos. A tendência em repetir métodos de resolução mecânica de exercícios e aplicação de fórmulas decoradas e descontextualizadas, acaba afastando aqueles que ainda não compreenderam os significados e aplicações da matemática, ainda mais, grande parte deles assume que jamais irá compreender e muito menos utilizar a matemática para além da escola.

Neste sentido, objetivando trazer possibilidades para abordar e tratar diferentes conteúdos já previstos em matemática para o ensino médio, este trabalho propõe o uso da Otimização Linear como ponto de partida para o desenvolvimento de diferentes atividades. Ao contrário do comumente executado, aqui os conteúdos previstos em matemática são abordados a partir de um problema real, isto é, a aplicação leva ao uso dos conteúdos matemáticos, não o contrário.

Um Modelo Matemático é a leitura e representação de um problema real, a partir das simplificações necessárias, utilizando-se linguagem matemática (ARENALES, 2011), ou seja, é passível de ser aplicado ao longo do ensino médio dentro de diversos conteúdos, possibilitando explorar contextualizações, interdisciplinaridades e vivências dos alunos. Assim, a proposta envolve trabalhar a Modelagem Matemática, mais especificamente problemas clássicos de otimização, buscando uma abordagem de leitura de mundo, resolução de problemas reais e práticas alternativas em sala de aula para engajar e incentivar a participação dos alunos. De acordo com D'Ambrosio e Lopes (2015), atrever-se a criar e ousar na ação docente decorre do desejo de promover uma aprendizagem na qual os estudantes atribuam significados ao conhecimento matemático, aqui a busca por esses significados se dá através da otimização adaptada ao contexto do ensino médio.



DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE

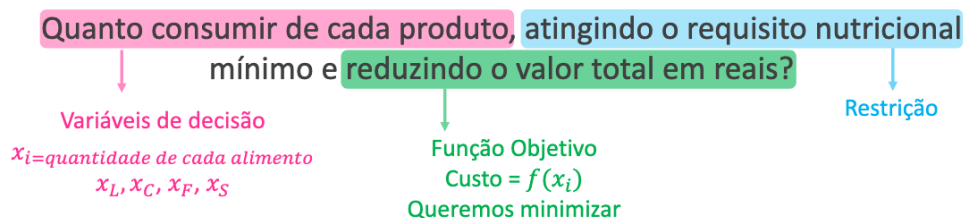
As atividades práticas foram realizadas de forma presencial em escola pública do Estado de São Paulo, de ensino médio integrado ao técnico, sendo adaptadas para integrarem o planejamento das aulas de Estudos Avançados em Matemática e suas Tecnologias, componente previsto na grade curricular do curso em questão. Participaram das atividades, 19 alunos, visto que este componente é ministrado com divisão da classe em duas turmas.

Objetivando explorar o trabalho colaborativo e o desenvolvimento da autonomia e protagonismo dos alunos, a turma foi dividida em três grupos, propondo-se um trabalho de forma conjunta ao longo de todas as atividades a serem realizadas. Inicialmente foram trabalhadas noções básicas de Modelagem Matemática, da Pesquisa Operacional e de Modelos de Otimização, bem como discussões em torno das possibilidades de aplicação e do uso nas mais diversas áreas, sendo possível, assim, contextualizar e despertar um olhar diferenciado para os problemas que seriam trabalhados, os quais foram baseados em Arenales (2011) e Goldbarg (2005).

Foram trabalhados os Problemas das Ligas Metálicas, da Dieta, da Mochila Booleana, da Mochila Inteira e Problema de Corte. Para exemplificar, o Problema da Dieta, que objetiva montar uma dieta que atenda aos requisitos nutricionais dados, com o menor custo possível, foi apresentado conforme Tabela 1, a seguir.

Tabela 1: Apresentação de dados para o Problema da Dieta.

VITAMINA	LEITE (L)	CARNE (KG)	FRUTAS (KG)	SALADAS (100G)	REQUISITO NUTRICIONAL
A (mg)	2	3	8	20	64
C (mg)	40	20	30	30	123
D (mg)	50	60	25	70	257
CUSTO (R\$)	8	40	20	5	



Fonte: as próprias autoras, 2024.

Nos primeiros problemas apresentados, houve o cuidado de esclarecer e discutir a interpretação e identificação da função objetivo, variáveis de decisão e restrições, sempre de forma lúdica e buscando a interação e participação ativa dos alunos. Após alguns exemplos mediados pela professora, os alunos desenvolveram a autonomia para formular os problemas propostos, como no caso do Problema da Dieta:



$$\text{Minimizar: } Z = 8x_l + 40x_c + 20x_f + 5x_s$$

$$\text{Sujeito a: } 2x_l + 3x_c + 8x_f + 20x_s \geq 64$$

$$40x_l + 20x_c + 30x_f + 30x_s \geq 123$$

$$50x_l + 60x_c + 25x_f + 70x_s \geq 257$$

$$x_l \geq 0, x_c \geq 0, x_f \geq 0, x_s \geq 0.$$

Na fase de formulação dos problemas, os alunos foram estimulados a propor soluções para os problemas, isto é, determinar valores para as variáveis que satisfizessem todas as restrições e retornassem um bom resultado para a função objetivo. Inicialmente a resolução foi feita apenas com o uso de calculadora, testando valores possíveis. Para engajar a participação, foi estabelecida uma competição entre as equipes, que acumulavam pontos a cada etapa das atividades. Ao longo das atividades ocorreram discussões sobre o que seria a solução ótima e quão complexo poderia se tornar um problema de otimização de acordo com as restrições impostas. Também se avaliou a importância de equações e inequações para descrever problemas, o uso dos sistemas lineares e a interpretação e aplicação de funções.

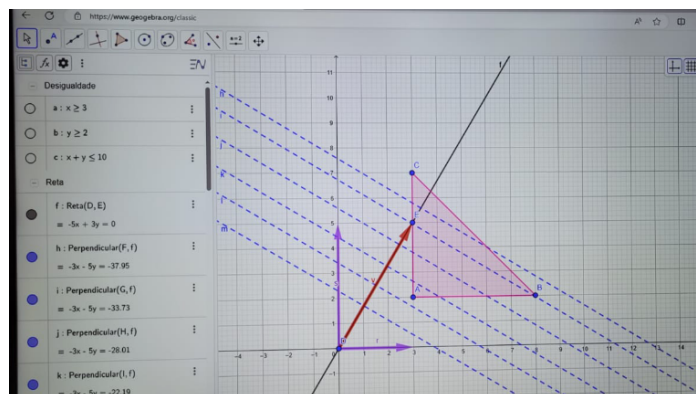
Depois de várias formulações, o Problema da Mochila Inteira foi bastante enfatizado, permitindo a compreensão e construção do problema mais complexo a ser trabalhado, o Problema de Corte de Estoque Unidimensional. A Mochila Inteira é como um subproblema do Problema de Corte, visto que resolvê-la é análogo a determinar os padrões de corte. Assim, nesta fase os alunos já tinham uma bagagem que permitiu trabalhar o Problema de Corte, bem como discutir sua forma matricial, entender os padrões de corte como vetores e fazer associações com o conteúdo de matrizes, que é tido pelos alunos, muitas vezes, como desconexo e abstrato.

Após discutidos e formulados diferentes exemplos, os alunos foram conduzidos a, de fato, resolver problemas de otimização utilizando a ferramenta solver, no Excel. Ao longo das aulas, os grupos foram instruídos a organizar e apresentar um seminário sobre o uso da ferramenta, de modo que cada grupo ficou com uma tarefa, entre instalar e resolver problemas utilizando o Excel. As apresentações foram muito produtivas e, dada toda a construção anterior, os alunos apresentaram autonomia e compreensão a cada etapa, bem como interpretação coerente sobre os resultados determinados com o uso do software.

Na sequência foi trabalhada a resolução gráfica de problemas de otimização linear, através do software GeoGebra, utilizando o laboratório de informática da escola, com disponibilidade de um notebook por aluno. A partir da mediação da professora, um primeiro exemplo bastante simplificado, O Problema do Agricultor, de duas variáveis, foi discutido com a turma e demonstrado por uma construção no GeoGebra. Dada a simplicidade do problema, os alunos já sabiam qual seria a solução ótima e puderam verificá-la a partir da construção geométrica, compreendendo e validando o método.



Figura 1: Resolução Gráfica utilizando o GeoGebra.



Fonte: as próprias autoras, 2024.

Para aplicar a resolução gráfica, conceitos novos, como o vetor gradiente, foram abordados, além de uma produtiva discussão sobre equações, inequações, funções e suas representações gráficas. Após a primeira demonstração, os alunos realizaram atividades avaliativas e obtiveram sucesso em duas construções geométricas, uma para um problema de solução única e outra pra múltiplas soluções.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A aplicação das atividades práticas mostrou a possibilidade de incluir a Otimização Linear no planejamento de aulas regulares, trazendo assim, alternativas diferenciadas para componentes específicos de cursos de ensino médio integrado ao técnico, ou mesmo para os itinerários formativos e componentes de projetos presentes na atual grade curricular do ensino médio. Nestas abordagens, os alunos participantes demonstraram considerável interesse nos problemas clássicos de otimização apresentados, pois, além de tratarem de problemas reais, o processo de formular os problemas foi realizado gradualmente, de modo que não foi necessário fazer introduções teóricas, utilizar fórmulas ou realizar exercícios de forma mecânica. O trabalho desenvolvido em grupos de forma colaborativa, permitiu exercitar a autonomia dos alunos e a cooperação, além de estimular a participação ativa ao incluir o método de competição entre as equipes.

Foi possível acompanhar o desenvolvimento da autonomia e construção de conhecimento dos alunos, retomar conteúdos já vistos e despertar um olhar crítico na interpretação e aplicação da matemática em situações reais. O uso do Excel e do GeoGebra enriqueceu a experiência e a participação ativa dos alunos. Utilizar essas ferramentas somente depois de bem familiarizados aos problemas de otimização, foi uma decisão assertiva, pois desta forma os alunos puderam aprofundar os conhecimentos e desempenhar o papel de protagonistas nas atividades propostas.



CONSIDERAÇÕES

Abordar a Otimização Linear no contexto do Ensino Médio se mostrou uma prática não apenas possível, mas promissora e rica em oportunidades para se explorar conceitos e desenvolver habilidades em matemática. A otimização foi pensada e escolhida por apresentar amplas possibilidades de aplicações em situações reais, bem como envolver diferentes conceitos e conteúdos previstos para o Ensino Médio, isto é, um meio para trazer contextualização, significado e relevância para o ensino e aprendizagem de matemática, além de possibilitar o desenvolvimento da autonomia do aluno e a resolução de problemas a partir da análise e compreensão de situações reais, fugindo dos padrões repetitivos e mecânicos usualmente aplicados.

REFERÊNCIAS

- ARENALES, M. N. et al. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2011.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino - aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- D'AMBROSIO, B. S. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.29, n.51, 2015.
- D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Summus Editorial; 6ª edição, 1986.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.