



APLICAÇÃO E MODELAGEM DA HEURÍSTICA ILS PARA A SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA HOMOGÊNEA

LAÍS GONÇALVES VIANA – lais.viana@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

HELEN VITALINE DE CASTRO SANTOS - helen.castro@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

THIAGO HENRIQUE NOGUEIRA - thiagoh.nogueira@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

LARISSA SOUSA CAMPOS - larissa.sousa@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

RAIANE RIBEIRO MACHADO GOMES - raianemachado@gmail.com
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

ÁREA: 3. PESQUISA OPERACIONAL

SUBÁREA: 3.1 - MODELAGEM, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO

RESUMO: ESTE ARTIGO APRESENTA UM ESTUDO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA HOMOGÊNEA (PRVFH), VISANDO COMPARAR AS RESOLUÇÕES DA APLICAÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO POR MEIO DA HEURÍSTICA ILS E OS RESULTADOS DE UM PROJETO JÁ ELABORADO ENVOLVENDO A MESMA PROGRAMAÇÃO, MAS COM FROTA HETEROGÊNEA. O PRVFH É UM PROBLEMA QUE POSSUI UM VÍNCULO COM SETORES DE LOGÍSTICA, TRANSPORTE E SERVIÇOS, O QUE TORNA O TEMA RELEVANTE PARA A REDUÇÃO DE CUSTOS E OTIMIZAÇÃO DE QUESTÕES SOCIOECONÔMICAS. OS ALGORITMOS IMPLEMENTADOS FORAM CONSTRUÍDOS ATRAVÉS DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO PYTHON, COM O APOIO DE OUTROS ESTUDOS QUE AJUDARAM A DIRECIONAR O PRESENTE TRABALHO. ASSIM, OS RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DA EXECUÇÃO DO PROGRAMA NORTEIAM AS ANÁLISES PARA CHEGAR A UMA SOLUÇÃO ÓTIMA VIÁVEL.

PALAVRAS-CHAVES: ROTEAMENTO DE VEÍCULOS, ITERATED LOCAL SEARCH, METAHEURÍSTICAS.

1. Introdução

A Pesquisa Operacional é marcada por ter uma ampla gama de aplicações, sendo um procedimento científico voltado para a resolução de adversidades através da formulação do problema e construção de um modelo matemático, científico ou computacional [Marins 2011]. Segundo Rabenschlag [2005] o objetivo central é entender os atributos principais e as dificuldades do processo, para que a Pesquisa Operacional possa colaborar na preparação de estratégias e na tomada de decisões. Em outras palavras, a PO identifica a melhor solução para o problema [HILLIER, 2013].

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV), que visa encontrar a melhor rota para atender a demanda de clientes sem repetição de rotas e garantindo o retorno dos veículos ao depósito de origem, é considerado um problema NP-Difícil. A solução mais adequada é aquela que minimiza o custo das rotas, definido como a distância percorrida, atendendo à demanda dos clientes com o uso do menor número de carros possível [LAPORTE 1992]. Logo, solucioná-lo por meio de busca exaustiva levaria a um tempo de execução exponencial, já que seria necessário testar todas as possíveis soluções para uma determinada instância do problema, como ressaltam Papadimitriou e Steiglitz [1982]. Os autores também afirmam que este problema em específico que o PRV na prática pode conter muitas instâncias, tornando inviável a obtenção de sua solução por meio de métodos exatos.

Uma alternativa mais eficiente para a resolução do problema é o uso de metaheurísticas, pois métodos exaustivos são ineficientes para instâncias grandes, segundo [Gendreau e Potvit 2010]. Estes métodos retornam uma solução viável para a resolução em tempo polinomial, pois reduzem o espaço de busca, se aproximando satisfatoriamente ou até mesmo atingindo o resultado ótimo [Talbi, 2009]. São exemplos de metaheurísticas: GRASP, *Simulated Annealing*, Algoritmos Genéticos, Colônia de Formigas, Busca Tabu, dentre outras.

Sendo assim, o objetivo deste artigo é escolher e manusear uma heurística eficiente para o problema de Roteamento de Veículos e assim, comparar seus resultados com os algoritmos já desenvolvidos em trabalhos existentes. Lisboa [2002] sugere que inicialmente deve-se definir o problema, em seguida construir seu modelo matemático e solucioná-lo, e por fim validá-lo através de dados coletados no passado. Apoiado a esta metodologia, será implementado técnicas diferentes e ao mesmo tempo correspondentes aos métodos encontrados em outras literaturas, a fim de comparar os resultados obtidos com os coletados.

Seguindo a metodologia citada por Lisboa [2002] este estudo terá como base de dados as informações do trabalho publicado “Uma Heurística ILS para a Resolução do Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea” que envolve o mesmo tema. Assim, o modelo utilizado será o mesmo, apresentando uma modificação para frotas homogêneas, posto isso, será possível comparar os diferentes resultados e definir qual método é mais eficaz e adequado.

2. Referencial Teórico

Segundo Laporte [2009], o PRV (Problemas de Roteamento de Veículos) foi incorporado por Dantzig e Ramser [1959] com o título “*The truck dispatching problem*”. Após alguns anos, Clarke & Wright [1964] sugeriram uma heurística gulosa que otimizou a abordagem de Dantzig e Ramser. Sendo assim, estes dois trabalhos foram considerados pioneiros na modelagem do problema, abrindo portas para a criação de novos modelos exatos e heurísticos, a fim de encontrar soluções ótimas e aproximadas para o PRV [MIRANDA 2011].

Os Problemas de Roteamento de Veículos (PRV) envolvem processos de logística baseados no conceito *just in time*, ou seja, respostas rápidas, onde os gestores buscam dados em tempo real ou sob demanda que conectados às novas tecnologias ajudam a traçar soluções viáveis [MIRANDA 2012]. Miranda [2011] afirma que o PRV consiste em minimizar o custo

ou a distância total percorrida ou o número de veículos utilizados, estipulando o trajeto a ser trilhado por cada veículo, de maneira a cumprir toda a demanda estabelecida pelos clientes, além de considerar o retorno de toda a frota à sua base de origem.

Para o PRV clássico deve-se considerar um número n de clientes com demandas diferentes de mercadorias, sendo que são entregues a partir de um depósito por uma frota de veículos. Esses carros devem sair de um único depósito com o objetivo de atender toda a demanda dos clientes com a capacidade máxima do veículo, sendo que seu número é limitado, o volume de carga padronizado e sua trajetória em linha reta [LOMBARDI 2006], como na figura 1 abaixo.

Ainda, segundo Mirlam Lombardi [2006] algumas restrições devem ser seguidas tais como: um veículo deve atender toda a demanda de um cliente, a quantidade de produtos a serem entregues por um único veículo não pode ser maior que seu volume de carga, todos os clientes devem ser atendidos.

O problema do roteamento de veículos faz parte de um grupo de problemas de otimização combinatória que são utilizados como referências para muitas situações da vida real, segundo Asconavieta [2011]. A maioria destes, fazem parte de um importante grupo, denominado NP-árduos, ou NP-difícil. Isso significa que tais soluções são dificilmente obtidas através de métodos e algoritmos polinomiais [GAREY e JHONSON 1979].

Devido ao fato de, o PRV ser considerado NP-Difícil [Barreto 2004], alguns algoritmos foram sugeridos para a resolução do problema. Encontra-se na literatura, algumas abordagens de métodos exatos como o método, branch-and-cut [Contardo 2010; Belenguer 2011] e o branch-and-price [Akca, 2008]. Porém tais métodos tendem a ter dificuldades, devido à complexidade do problema, em achar uma solução ótima para o mesmo. Logo, o caminho mais viável para a resolução do PRV, por ser uma NP-Difícil, é o uso de metaheurísticas, como ressalta Sucupira [2004].

Uma das metaheurísticas mais promissoras e adequadas para o PRV é a Iterated Local Search (ILS) [Lourenço, Martin & Stützle 2002]. Muito disso se dá, devido ao fato dela (ILS) possuir princípios simples, possibilita armazenamento de informações históricas da estrutura da solução ao longo do algoritmo, além de uma grande praticidade de implementar [MESTRIA 2010]. Sua estrutura é composta por quatro segmentos principais: construção de solução, busca local, perturbação e critério de aceitação ou parada [SUBRAMANIAN et al. 2010].

No trabalho [PUREZA, LAZARIN 2009] o problema de roteamento de veículos foi incorporado em espaços com prestação de serviços, sendo que o objetivo principal é minimizar o tempo de atendimento. Assim, foi implementado uma heurística construtiva/desconstrutiva fundamentado no método i de Solomon [1987] para PRV com janela de tempo. Dessa forma, as rotas foram criadas em tempo real através da comparação de instâncias aleatórias embasadas nos dados fornecidos por uma empresa de bebidas no interior de São Paulo.

É apresentado em [RODRIGUES 2007] uma pesquisa sobre a aplicação de metaheurísticas ao problema de roteamento de veículos na usina hidrelétrica de Itaipu. Foi aplicado o algoritmo das p -Medianas de Teitz e Bart [1968] representando o número de veículos presentes na frota, em seguida o algoritmo de Designação de Gillet e Johnson foi utilizado para atribuir os pontos de parada aos veículos. E por último, a metodologia Colônia de Formigas foi designada para determinar o trajeto a ser percorrido pela frota. A conclusão obtida ajudou na minimização dos custos através da redução da quilometragem total percorrida e do número de veículos presentes na frota.

Dessa forma, considerando os temas propostos por diversos estudos presentes na literatura, o nosso objetivo com este trabalho será promover um estudo de teor comparativo, utilizando como trabalho base, o estudo de “Uma Heurística ILS para a Resolução do Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea. Logo, será trabalhado o problema do roteamento de veículos, comparando a viabilidade do uso de uma frota homogênea em relação

a uma heterogênea. Será também analisado o desempenho da utilização da metaheurísticas *Iterated Local Search* (ILS). Para tal será utilizado para solução inicial a heurística de economias proposta por Clarke e Wright [1964], movimentos *Two-opt* e *Two-point* como Busca Local, e por fim, uma estrutura de vizinhança denominada “troca” para as perturbações.

3. Formulação Matemática do Problema

A concepção evidenciada por Baldacci et al. [2008] foi empregada para representar o problema de roteamento de veículos com frota heterogênea, na qual descreve o PRVFH como um grafo $G = (N, A)$, sendo $N = \{0, \dots, n\}$ um conjunto de nós, partindo do depósito (0). O conjunto $\dot{N} = N \setminus \{0\}$ simboliza os clientes, já $V = \{1, \dots, v\}$ é o conjunto de veículos, onde encontra-se v tipos de automóveis disponíveis. Para demonstrar a quantidade de veículos, seus custos e capacidades os parâmetros m_v , t_v , e Q_v com $v \in V$ foram criados. O conjunto $A = \{(i, j) : 0 \leq i, j \leq n, i \neq j\}$ é o conjunto de arcos, sendo que para cada arco custos (c_{ij}^v) serão atribuídos. O modelo possui dois conjuntos de variáveis x_{ij}^v e f_{ij}^v , no qual x_{ij}^v recebe 1 se o arco (i, j) for empregado, caso contrário, recebe 0. Já f_{ij}^v demonstra a quantidade de produto transportado pelo arco e é uma variável positiva. Sendo assim, temos a seguinte função objetivo e suas respectivas restrições.

$$\min \sum_{v \in V} \left\{ \sum_{j \in N} t^v x_{0j}^v + \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^v x_{ij}^v \right\} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in N} x_{0j}^v \leq m^v \quad \forall v \in V \quad (2)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{ij}^v = 1 \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{i \in N} x_{ij}^v = 1 \quad \forall j \in N \quad (4)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{i \in N} f_{ji}^v - \sum_{v \in V} \sum_{j \in N} f_{ij}^v = q_i \quad \forall i \in \dot{N} \quad (5)$$

$$q_j x_{ij}^v \leq f_{ij}^v \leq (Q^v - q_i) x_{ij}^v \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V \quad (6)$$

$$f_{ij}^v \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V \quad (7)$$

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V \quad (8)$$

A função objetivo (1) minimiza os custos envolvidos em cada tipo de veículo e as despesas relacionadas ao transporte. A restrição (2) delimita em m_v unidades o número de saídas do ponto de origem usufruindo veículos do tipo v . Já as restrições (3) e (4) determinam que todos os clientes devem ser visitados, assegurando que o mesmo veículo v chegue e parta da aresta. O fluxo de produtos é certificado pela restrição (5) e seu limitante por aresta pela restrição (6). Por último, a (7) e (8) indicam o domínio das variáveis presentes no modelo.

3.1 Meta Heurística ILS aplicada ao PRVH

Uma heurística ILS (*iterated local search*), introduzida por Lourenço et al. [2003], baseia-se na ideia de que um procedimento local pode ser melhorado gerando novas soluções iniciais, que são obtidas perturbando ótimos locais. Ele utiliza uma solução inicial, gerada aleatoriamente através de um método guloso. Assim, uma busca local é aplicada a esta solução inicial, gerando uma solução ótimo local atual. Em seguida, uma perturbação é feita para afastar a solução da bacia de atração desse ótimo local, permitindo uma nova busca em uma nova região. Ao final da interação, um critério de aceitação é aplicado para avaliar e aceitar a solução, caso seja um potencial ótimo global.

Com base no procedimento apresentado abaixo, fica evidente que a metaheurísticas é construída sobre quatro procedimentos: geração da solução inicial, busca local, perturbação e critério de aceitação. A solução inicial é a primeira possibilidade de rota pensada, independentemente de sua qualidade. A função de busca local é tratada de forma genérica, o que significa que o pesquisador tem a liberdade de escolher o método a ser utilizado. A busca local abrange métodos e movimentos aplicados à solução inicial em busca de soluções ótimas. Posteriormente, uma perturbação é aplicada à solução ótima para fornecer um maior espaço de busca por soluções ótimas, empregando movimentos diferentes daqueles usados na busca local. O critério de aceitação é usado para avaliar se uma solução será aceita ou não.

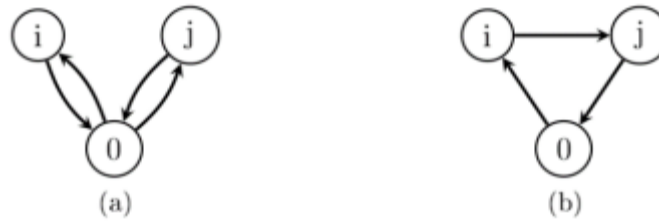
1	procedimento ILS(G(N,A))	(1)
2	S0 <- SoluçãoInicial()	(2)
3	S* <- BuscaLocal(S0)	(3)
4	repita	(4)
	S' <-	
5	PertubaSolução(S*)	(5)
6	S*' <- BuscaLocal(S')	(6)
	S* <-	
7	CritérioAceitaçãoSolução(S*,S*')	(7)
8	até que condição de parada seja encontrado	(8)
9	retorne a solução S	(9)
10	Fim ILS	(10)

3.1.1 Solução Inicial

Neste trabalho, utilizou-se a heurística de economias proposta por Clarke e Wright [1964] para obter a solução inicial. Essa abordagem foi desenvolvida com o objetivo de oferecer soluções para o Problema do Roteamento de Veículos (PRV), e se baseia no conceito de agrupar rotas e gerar economia. Dessa forma, o algoritmo respeita todas as restrições do PRV.

No início, é construída uma tabela simétrica em que o custo de ir de um nó i para outro nó j é o mesmo de ir de j para i . O conceito fundamental da economia (*saving*) representa o custo obtido ao combinar duas rotas em uma única, conforme ilustrado na Figura 1, em que o nó 0 representa o depósito.

Figura 1: conceito fundamental da economia



Fonte: LYSGAARD [1997]

A Figura 1 mostra que, inicialmente, os clientes i e j são visitados em rotas separadas. No entanto, uma alternativa seria visitar ambos os clientes na mesma rota, seguindo a ordem $i - j$, como ilustrado na Figura 1 (b). Essa abordagem é vantajosa porque os custos de transporte são reduzidos ao realizar a rota conforme mostrado na Figura 1 (b), em comparação com duas rotas separadas como na Figura 1 (a).

Para expressar a economia obtida ao combinar duas rotas, utiliza-se a notação c_{ij} para o custo de transporte entre os clientes i e j , e T_a para o custo total de transporte. No caso da Figura 1 (a), temos:

$$T_a = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0}$$

Equação (1): Custo total de transporte

Igualmente para o segundo caso (b), temos:

$$T_b = c_{0i} + c_{ij} + c_{j0}$$

Equação (2): Custo total de transporte

Pode-se então obter a economia gerada através da junção das duas rotas, sendo essa economia, S_{ij} :

$$S_{ij} = T_a - T_b = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0} - (c_{0i} + c_{ij} + c_{j0}) = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$$

Equação (3): Economia gerada pela junção das rotas

É notável que valores altos de S_{ij} são atrativos, o que sugere que é vantajoso visitar os clientes i e j na mesma rota, com j sendo visitado imediatamente após i . Existem duas versões do algoritmo: sequencial e paralela. Na abordagem sequencial, uma rota é construída de cada vez, enquanto na abordagem paralela, é possível construir mais de uma rota simultaneamente.

O primeiro passo é calcular todas as possíveis economias entre pares de clientes e ordená-las de forma decrescente. Durante esse passo, apenas os pares $i - j$ que respeitam o limite de capacidade da rota são considerados. Em seguida, da lista ordenada de pares de clientes $i - j$, um par é selecionado de cada vez. Após escolher o par, verifica-se se o mesmo pode ser adicionado a uma rota existente sem exceder sua capacidade.

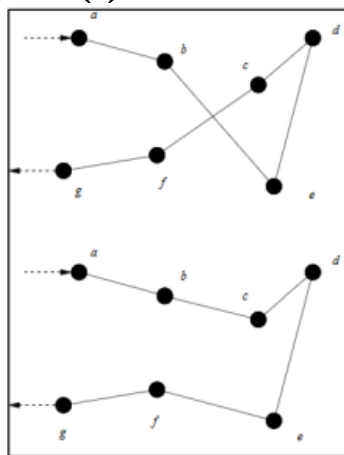
Esse procedimento é repetido até que nenhum cliente possa mais ser adicionado à rota ou quando não há mais economias disponíveis na lista. Após isso, as economias relacionadas aos nós que fazem parte dessa rota são excluídas, e retorna-se ao topo da lista para selecionar um novo par $i - j$ e iniciar a construção de uma nova rota.

3.1.2. Busca Local

Métodos de busca local, são responsáveis por obter boas soluções para o PRV, gerando novas soluções a partir de uma solução inicialmente existente. Essa tarefa é feita através de operações definidas realocação de clientes em posições ainda não exploradas na rota, ou substituindo arestas da solução por novas.

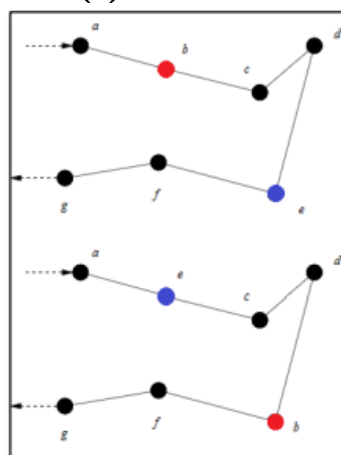
Foram utilizados neste estudo movimentos intra-rota *Two-opt* e *Two-point move*, como ferramentas para a busca local. O *Two-opt* tem como responsabilidade remover duas arestas da solução e em seguida substituí-las por outras duas arestas ainda não utilizadas (Figura 2 (a), removendo as arestas cruzadas (b, e) e (c, f) e as substituindo por (b, c) e (e, f)). Por outro lado, o *Two-point move* promove a troca de posição de dois nós (Figura 3 (b), trocando na sequência de visita os nós *b* e *e*). Desta forma, estes movimentos podem ser denominados com intra-rota, devido ao fato de a melhoria ser buscada em apenas uma rota por interação. Assim, os movimentos são realizados até que não haja mais nenhuma melhoria a ser feita.

Figura 2 (a): Movimento *Two-opt*



Fonte: Vieira et. al [2022]

Figura 3 (b): Movimento *Two-point move*



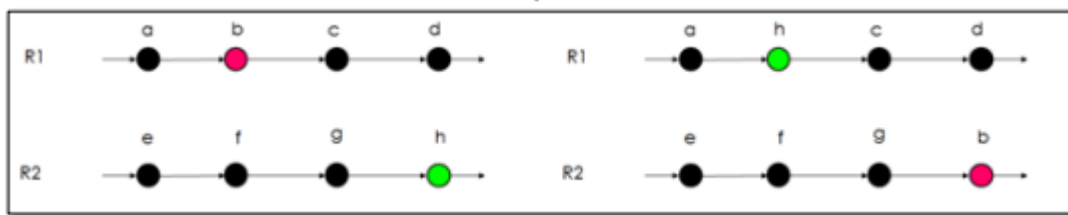
Fonte: Vieira et. al [2022]

3.1.3 Perturbação

A fim de evitar os ótimos locais, o ILS estrategicamente promove perturbações na solução atual. Esta perturbação precisa ser adequada, nem muito insignificante a ponto de não gerar melhorias e impedir a exploração de outros ótimos locais, nem tão significativa a ponto de desfazer os resultados da busca local. Além disso é primordial que a perturbação execute movimentos distintos dos realizados pela busca local [TALBI, 2009].

Neste trabalho, a perturbação da solução foi implementada de acordo com a estrutura de vizinhança denominada “Troca” (Figura 4). A proposta é tentar substituir um cliente *i* oriundo de uma rota *r1*, por um cliente *j* que pertence a rota *r2*, mantendo a capacidade das rotas envolvidas na troca. Esse método é usado a fim de se evitar que o algoritmo entre em um loop ou ciclo repetitivo, e assim, possa explorar as demais regiões distintas, espaços ainda não visitados pela busca local.

Figura 4: Perturbação Efetuando Troca



Fonte: Vieira et. al [2022]

3.1.3 Critério de aceitação

O critério de aceitação e o método de perturbação possuem a função de equilibrar a intensificação, que é uma seleção rigorosa que aceita apenas soluções melhoradas, e a diversificação, que é uma seleção mais flexível que aceita soluções independentemente da qualidade. Por fim, o critério decide qual solução sofrerá perturbação na etapa seguinte, podendo ser a solução atual ou a intermediária previamente gerada.

Neste trabalho, a função de aceitação foi dividida em duas partes, intensificação e diversificação, seguindo as sugestões de Lourenço et al. [2003]. Para que uma solução seja aceita, é imprescindível que seu custo seja menor do que o custo da melhor solução encontrada até o atual momento. De modo diferente, um elemento aleatório é introduzido, visando explorar novos meios que busquem uma nova solução ótima. No caso, de a solução encontrada ser melhor que a atual, ela assume o posto de nova solução ótima.

No entanto, se a solução encontrada for até 20% pior, ela pode ser aceita como solução ótima para a próxima interação, sem descartar a solução ótima atual. Tal estratégia foi adotada para evitar a estagnação em regiões de ótimos locais, permitindo assim a exploração de soluções mais distantes da solução atual.

4. Resultados e Discussões

Primeiramente, o código do algoritmo foi testado utilizando dois computadores. Sendo o primeiro, um notebook Dell Vostro, com um processador Intel Core i7-7500 CPU @ 2.90 GHz e memória RAM de 16 GB. Já o segundo dispositivo consiste em um computador ASUS com um processador Intel(R) Core (TM) i5-1035G1 CPU @ 1.20 GHz e uma memória RAM de 8 GB. O código está escrito em Python e usa bibliotecas, tais como *random* e *math* para gerar números aleatórios e realizar operações matemáticas.

Por se tratar de um estudo comparativo com um trabalho já publicado, a obtenção dos resultados para o artigo em questão seguiu etapas similares às do artigo defrontado, sendo ele o de Vieira et. Al [2022], que por sua vez, comparou com o trabalho de Augerat et. Al [1995], utilizando também suas instâncias. Para início de análise, vale ressaltar que a designação das instâncias foi feita seguindo o padrão N (número de clientes) -k (número de veículos). Ou seja, quando se observa a instância A-n33-k5, trata-se de uma instância com 33 clientes e 5 veículos.

No total foram realizados testes em 4 instâncias, cenários diferentes onde houve uma variação do número de clientes de 32 a 34. Já a frota de veículos consistiu em um valor fixo, sendo este igual a 5 e 6. Esses cenários foram adaptados a partir de propostas anteriores de Augerat et al. [1995], originalmente concebidas para uma frota de veículos com capacidades variadas de 10 a 20. Sendo que a alteração realizada em relação à proposta original, foram as de que a frota agora estudada, possui uma capacidade fixa, ou seja, uma frota homogênea.

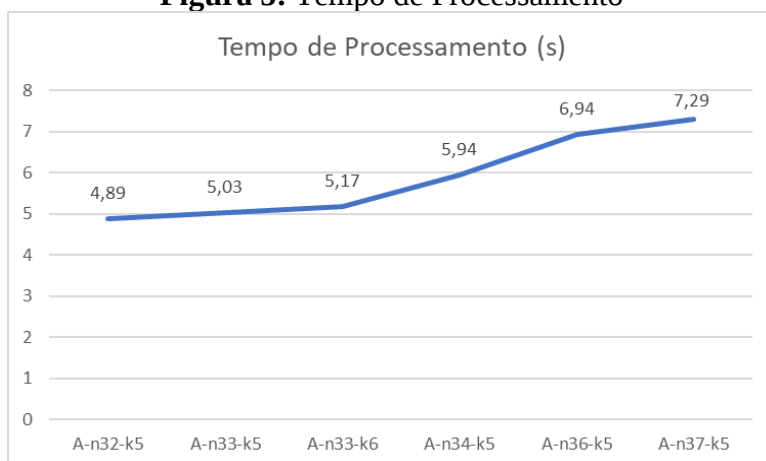
Foram utilizadas 10000 interações para a metaheurísticas ILS, a fim de proporcionar um melhor resultado sem forçar o maquinário utilizado. A capacidade de cada veículo recebeu o valor fixo de 20. Para cada uma das 4 instâncias, executou-se 10 vezes o algoritmo, sendo os valores obtidos para a função, apresentados na tabela 1. Os resultados foram analiticamente observados e comparados com os valores da função objetivo (FO), e os valores ótimos oriundos das funções das metaheurísticas utilizadas pelo artigo defrontado. Além disso, é possível visualizar o gráfico com a variação do tempo de processamento em relação às instâncias na Figura 5.

Tabela 1: Resultados

Instâncias	Augerat et al. (1995)	Vieira et al. (2022)		Guimarães & Silva (2023)	
		ILS - Heterogêneo		ILS - Homogêneo	
		S_Min	S_Min	Tempo de Processamento (s)	Melhoria (%)
A-n32-k5	784	921	677	4,89	13,65%
A-n33-k5	661	816	728	5,03	-10,14%
A-n33-k6	742	933	731	5,17	1,48%
A-n34-k5	778	913	752	5,94	3,34%
A-n36-k5	799	925	814	6,94	-1,88%
A-n37-k5	699	829	828	7,29	-18,45%

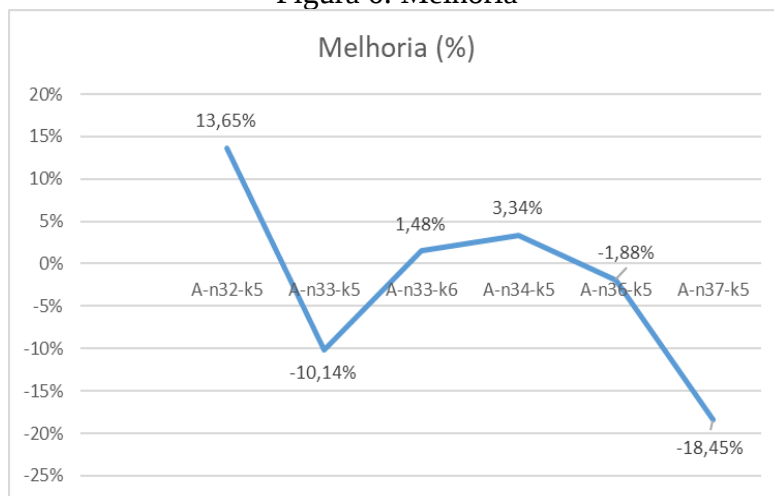
Fonte: Autores [2023]

Figura 5: Tempo de Processamento



Fonte: Autores [2023]

Figura 6: Melhoria



Fonte: Autores [2023]

Ao analisarmos a tabela, pode-se dizer que os valores obtidos a partir do ISL para um problema de roteamento de veículos homogêneo apresentou resultados significativamente mais atrativos, em três das quatro instâncias, do que os das soluções trazidas pelos estudos de Augerat et Al. e os de Vieira et. Al. Vale salientar que estes dois últimos tratam o problema como sendo a respeito de uma frota heterogênea com capacidade de 10 a 20. A melhor solução gerada pelo ILS - Homogêneo, foi com o uso da instância A-n32-k5 (32 clientes e 5 veículos), com valor de 671.

Além disso, pelo gráfico da figura 6 foi possível entender que a cada instância, seja aumento no número de clientes ou carros, o tempo de processamento para executar o programa cresceu. Isso ocorre devido ao aumento da matriz de distâncias e as novas possibilidades de rota que serão testadas. Já o gráfico de melhoria, apresenta um comparativo entre os dados do trabalho realizado por Augerat et al. [1995] e os novos dados coletados em termos de porcentagem.

Em termos de estudo comparativo, a melhor solução ainda continua sendo a obtida pelo estudo de Augerat et. Al [1995], com as instâncias A-n33-k5, A-n36-k5 e A-n37-k5 (A-clientes-veículos) e valores de S^* iguais a 661, 799 e 699. Porém, nas demais instâncias, percebe-se um benefício com a utilização do ISL – homogênea, sendo suas soluções melhores que as apresentadas por outros estudos.

5. Conclusão

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) continua sendo um desafio tanto teoricamente, quanto computacionalmente para os pesquisadores, devido à sua ampla aplicabilidade em uma variedade de problemas do mundo real. Por essa razão, diferentes abordagens têm o potencial de contribuir significativamente para a solução desse problema complexo.

Neste estudo, foi adotada a metaheurísticas ILS (*Iterated Local Search*) como estratégia para resolver a variante do PRV, buscando comparar a solução obtida com soluções de um artigo base que leva em consideração a aplicação do ILS para o PRVH. A solução inicial foi obtida por meio da heurística de Clarke-Wright, e em cada iteração, a solução foi refinada utilizando movimentos locais como *Two-opt* e *Two-point move*. Para evitar ficar preso em ótimos locais subótimos, foi aplicada uma perturbação baseada na vizinhança do tipo Troca, que envolve a redistribuição aleatória de clientes entre duas rotas.

Comparando com a solução inicial, o estudo alcançou melhorias significativas, sendo que a frota homogênea, embora não possuindo uma solução ótima global melhor que as já obtidas nos estudos anteriores, demonstrou desempenhos satisfatórios na maioria das instâncias analisadas, se comparadas às soluções do PRVH.

Como sugestões para futuras pesquisas, é recomendada a implementação das outras heurísticas de refinamento propostas por Gröer [2010], assim como a exploração de métodos de perturbação mais avançados e diferentes, como os utilizados por Penna et al. [2013]. Essas melhorias têm o potencial de levar a resultados ainda mais promissores na resolução do problema de roteamento de veículos.

Referencial Bibliográfico

ASCONAVIETA, P. H. **O Problema do Caixeiro Alugador: um estudo algorítmico**. 2011. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Ciência da Computação)–Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN.

GAREY, M. R.; JHONSON, D.S. **Computers and Intractability**. A Guide to the Theory of NP- completeness. W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1979.

Gendreau, M. e Potvin, J.-Y. (2010). Handbook of Metaheuristics. Springer Publishing Company, Incorporated, 2nd edition. ISBN 1441916636.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. Introdução à pesquisa operacional. McGraw Hill Brasil, 2013.

Ibrahim, A., Abdulaziz, R., e Ishaya, J. (2019). Capacitated vehicle routing problem. International Journal of Research - GRANTHAALAYAH, 7:310 – 327.

KANG, H. Y.; LEE, A. H. I. An enhanced approach for the multiple vehicle routing problem with heterogeneous vehicles and a soft timewindow. Symmetry, Weinheim, v. 10, n. 11, 2018.

KRAMER, Raphael Harry Frederico Ribeiro; SUBRAMANIAN, Anand; PENNA, Puca Huachi Vaz. Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: um estudo de caso em uma indústria de bebidas. Gestão & Produção, v. 23, p. 165-176, 2015.

Laporte, G. (1992). The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. European Journal of Operational Research, 59(3):345 – 358. ISSN 0377-2217.

LI, F. et al. A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. Computers & Operations Research, 34, 2734–2742, 2007.

LI, X., et al. Na adaptive memory programming metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. Transportation Research PartE: Logistics and Transportation Review, 46, 1111–1127, 2010.

LIU, S. A hybrid population heuristic for the heterogeneous vehicle routing problems. Transportation Research PartE: Logistics and Transportation Review, 54, 67–78, 2013.

LISBOA, Erico Fagundes Anicet. Pesquisa operacional. Apostila da disciplina. Rio de Janeiro–RJ, 2002.

LOMBARDI, Mirlam Moro; GLAZAR, Jean Eduardo. Aplicação da metaheurística colônia de formigas ao problema de roteamento de veículos. **Revista educação e tecnologia**, v. 2, n. 1, 2006.

MARINS, Fernando Augusto Silva. Introdução à pesquisa operacional. São Paulo: Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, 2011.

MESTRIA, Mário; UFF, Luiz Satoru Ochi. HEURÍSTICAS HÍBRIDAS PARA O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE COM GRUPAMENTOS.

MIRANDA, Dângelo Silva. Aplicação de metaheurísticas para o problema de roteamento de veículos dinâmico para transporte reativo a demanda. 2012.

MIRANDA, Douglas Moura. Metaheurísticas para as variantes do problema de roteamento de veículos: capacitado, com janela de tempo e com tempo de viagem estocástico. 2011.

Papadimitriou, C. H. e Steiglitz, K. (1982). Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. Prentice-Hall, Inc., USA. ISBN 0131524623

PENNA, P. H. V. et al. Na iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. Journal of Heuristics, v. 19, n. 2, p. 201–232. ISSN 1381-1231, 2013.

PUREZA, Vitória; LAZARIN, Daniel França. DEFININDO ROTAS DE ATENDIMENTO PARA PRESTAÇÃO DE SERVIÇO EM AMBIENTES DINÂMICOS E ESTOCÁSTICOS. XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (XLI SBPO). Porto Seguro, BA, Brasil. Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional. 2009.

RABENSCHLAG, Denis Rasquin. Pesquisa operacional. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, p. 5, 2005.

RODRIGUES, Samuel Bellido. Metaheurística Colônia de Formigas aplicada a um Problema de Roteamento de Veículos: caso da Itaipu Binacional. 2007.

SUBRAMANIAN, A.; DRUMMOND, L. M. A.; BENTES, C.; OCHI, L. S. & FARIAS, R. A Parallel heuristic for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. Computers & Operations Research. Vol. 37, p.1899-1911, 2010.

Sucupira, IR MÉTODOS HEURÍSTICOS GENÉRICOS: METAHEURÍSTICA E HIPERHEURÍSTICAS: Universidade de São Paulo: 4,5 p. 2004.

SILVA, Yuri Laio Teixeira Veras et al. Uma meta-heurística para uma classe de problemas de otimização de carteiras de investimentos. 2017.

SOLOMON, M. M. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. Operations Research, v35, n. 2, p. 254-265, 1987.

TAHA, Hamdy A. Pesquisa operacional. Pearson Educación, 2008.

TALBI, E.-G. (2009). Metaheuristics: From Design to Implementation. Wiley Publishing. ISBN 0470278587.

Teitz, M. B.; Bart, P. (1968) Heuristics methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph..London: Operations Research Society.