



De 11 a 14 - NOVEMBRO DE 2024

**Inteligência Artificial  
na Gestão de Operações:**  
**Limitações e possibilidades**



# **MODELO MATEMÁTICO PARA PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTE DE PRODUTO ÚNICO COM DEMANDA VARIÁVEL**

**LAÍS GONÇALVES VIANA** – lais.viana@ufv.br  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

**HELEN VITALINE DE CASTRO SANTOS** - helen.castro@ufv.br  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

**THIAGO HENRIQUE NOGUEIRA** - thiagoh.nogueira@ufv.br  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

**LARISSA SOUSA CAMPOS** - larissa.sousa@ufv.br  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

**RAIANE RIBEIRO MACHADO GOMES** - raianemachado@gmail.com  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

**ÁREA:** **3. PESQUISA OPERACIONAL**

**SUBÁREA:** **3.1 - MODELAGEM, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO**

**RESUMO:** ESTE PROJETO TEM COMO OBJETIVO ELABORAR E IMPLEMENTAR UM MODELO MATEMÁTICO PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES DE COMPRAS RELATIVO A DIVERSAS ETAPAS PARA UM ÚNICO PRODUTO COMPRADO DE FORNECEDOR ÚNICO. A MODELAGEM DISCORRE DESCONTOS CONFORME O TAMANHO DO LOTE ADQUIRIDO, GARANTIA DE ESTOQUE DE SEGURANÇA, RECUSAS POR PARTE DO COMPRADOR, ENTREGAS TARDIAS, DEMANDAS VARIÁVEIS, LOTES MÍNIMOS E MÚLTIPLOS E LIMITAÇÕES DE OBTENÇÕES NO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO. A FUNÇÃO MATEMÁTICA BUSCA ESTABELECE A DIMENSÃO DO LOTE E O MOMENTO APROPRIADO PARA ADQUIRIRLO, VISANDO MINIMIZAR OS CUSTOS NO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO, TENDO EM MENTE ECONOMIAS DE ESCALA NAS OPERAÇÕES E GERENCIAMENTO DO INVENTÁRIO DA ORGANIZAÇÃO.

**PALAVRAS-CHAVES:** DIMENSIONAMENTO DE LOTE, ECONOMIA DE ESCALA, PROGRAMAÇÃO INTEIRA, RVND.

## 1. INTRODUÇÃO

A área de Planejamento e Controle de Produção está presente em diversos campos da produção e uma de suas diversas atividades é a realização do dimensionamento dos lotes de compras visando atender as demandas produtivas. Em um contexto envolvido por diversos custos operacionais de compras, como transporte, ordem de compra e manutenção dos estoques, um dimensionamento de lotes eficiente proporciona minimizar custos do setor produtivo. Segundo Ballou [2009], o custo de manutenção dos estoques pode representar entre 20% e 40% do valor do material estocado em um ano.

Habitualmente os fornecedores aplicam descontos nos produtos proporcionais ao tamanho dos lotes que foram obtidos pelos clientes, necessitando adquirir uma quantidade mínima e múltipla destes lotes [Ballou, 2009]. Devido aos problemas complexos atrelados a diversidade de cenários é fundamental adotar modelos que atendam as especificações da organização e do mercado ao qual está inserido, visando com que os gestores destas companhias tomem decisões mais assertivas, com modelos que permitem estabelecer a quantidade e o período de compras dos lotes ao longo de determinada esfera de tempo, visando atender as especificações dos clientes e otimizar o objetivo, que nesse caso é a minimização de custos [Slack, 2009].

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo matemático que determine o ponto de ressuprimento e a dimensão do lote a ser adquirido, considerando as demandas dos clientes internos e externos, alinhado à previsão de demanda do negócio e visando a redução do custo total das operações conforme as regras do negócio.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Gestão de Estoque e o problema de dimensionamento de lotes

Para Oliveira [2014], os principais objetivos de uma gestão de estoque são: Garantir que a empresa siga abastecida com materiais, neutralizando os efeitos da demora ou atraso dos fornecedores, mantendo atualizado os dados de quantidade e qualidade dos produtos estocados; Proporcionar economias de escala, com compra ou produção de lotes econômicos, pela flexibilidade do processo produtivo, e rapidez e eficiência nos atendimentos. De acordo com Viana [2002], os fundamentos da gestão de estoque consistem em: impedir entrada de insumo desnecessário; definir parâmetros para cada material; constante acompanhamento e análise de dados tanto de saída quanto de entrada; e, principalmente, garantir a máxima disponibilidade de produto, com o menor de estoque possível, já que, quantidade de estoque parada é capital parado.

A ruptura de estoque, representa a falta de produtos deixando de atender tal demanda, no inglês é chamado de stockout, e esse processo acarreta na elevação do estoque de segurança, ocasionando o efeito chicote na cadeia de suprimentos [Coelho, Follmann & Rodriguez, 2009]. Uma má gestão de estoque acarreta prejuízo à empresa, envolvendo maior número de cancelamento de pedidos, a própria parada de produção devido a falta de insumos, falta de espaço para armazenagem, entre outros [OLIVEIRA, 2014].

Os custos de manutenção de estoque podem ser compensados com algumas atividades da cadeia de suprimentos como a economia de escala ou redução de custos operacionais, e

maiores níveis de estoque garantem uma prestação de serviço ou uma produção mais segura e equilibrada [BALLOU, 2009]. O mesmo autor relata que, para garantir melhores resultados operacionais é importante equilibrar os custos de manutenção, com os custos de ruptura e aquisição de estoque.

A economia de escala está presente em variados setores, e fornecedores oferecem descontos mais atrativos de acordo com o tamanho de lote requerido, seguindo níveis de quebra para o preço, do inglês o chamado price break level, algo que proporciona vantagens operacionais tanto para o comprador, quanto para o fornecedor [Benton & Park, 1996]. O dimensionamento de lote de compras é afetado pelos riscos e falhas operacionais da cadeia de suprimentos, assim como entregas atrasadas ou rejeições, dificultando o tradeoff de compensação de diversos custos, quanto ao principal intuito de minimizar o custo total de um todo um planejamento [Choudhary & Shankar, 2011].

O MRP- Planejamento das Necessidades de Materiais (Material Requirements Planning), é um sistema de coleção de procedimentos lógicos utilizados para o planejamento da produção, com o objetivo de converter o Plano Mestre de Produção-PMP em um plano de fabricação de produtos finais e na compra de insumos componentes, determinando o tamanho do lote a ser comprado e/ou produzido [DE ARAÚJO, 1999]. Essa metodologia clássica, visa realizar o dimensionamento de lote e dessa forma encontrar a solução ideal, assim como a metodologia EOQ (Economic order quantity).

A economia de escala faz parte da realidade de vários setores produtivos e atacadistas. É comum fornecedores oferecerem descontos de acordo com o tamanho do lote adquirido, de acordo com distintos níveis de quebra de preço (price break level) determinados na relação comercial, proporcionando vantagens operacionais e competitivas para os compradores e para os fornecedores [BENTON & PARK, 1996]. A possibilidade de riscos e falhas operacionais da cadeia de suprimentos, como rejeições e entregas fora do prazo, também são fatores que afetam as decisões de dimensionamento de lotes de compras. Estes atributos sujeitam o tomador de decisão a uma elevada quantidade de variáveis, complicando o tradeoff de incentivos entre os custos de compras, custos de transações, custo de armazenagem e riscos de rompimento do estoque no que refere-se ao dimensionamento de lotes de compras visando minimizar o custo total no decorrer de um horizonte de planejamento [CHOUDHARY & SHANKAR, 2011].

Sobre os modelos de gerenciamento de estoque com foco em economia de escala, Pirkul & Aras [1985] discorrem a respeito da dificuldade de determinação do lote de compras de múltiplos produtos sujeitos a descontos de acordo com a quantidade ordenada e limitações de recursos. Enquanto Benton [1991] aborda uma heurística para o desafio de características de desconto relacionado ao tamanho do lote, múltiplos itens, limitações de recursos e múltiplos fornecedores. Chaudhry & Zydiak [1993] tratam o problema da seleção de fornecedores em diferentes perspectivas, entre eles a adoção de níveis de quebra de preço relacionados à quantidade de produtos adquiridos. Eles desenvolveram uma ferramenta para o dimensionamento de lote de um único produto e fornecedor de acordo com condições de atraso na entrega e recusa percentual dos lotes tal como uma análise de sensibilidade dos parâmetros relacionados.

Este trabalho utilizará metodologias como a modelagem mista, que é uma abordagem que utiliza elementos de otimização inteira (ou discreta) com elementos de otimização contínua em um único problema de programação matemática, permitindo a representação e resolução de

problemas complexos que possuem características tanto discretas quanto contínuas [SCHRIJVER,1998]. Essa metodologia permite capturar aspectos discreto-contínuos presentes em muitos problemas do mundo real, o que é relevante em situações em que é preciso a alocação de recursos, a tomada de decisões binárias ou a representação de restrições lógicas.

A programação linear inteira (PLI) também é uma ferramenta que foi utilizada para o desenvolvimento da solução, visto que tem uma ampla gama de aplicações em diversas áreas, como logística, planejamento de produção, alocação de recursos, roteamento, entre outros. Ela permite encontrar soluções ótimas para problemas complexos de alocação de recursos limitados, considerando restrições e objetivos específicos [NOCEDAL;WRIGHT; 2006].

A metaheurística RVND (Variable Neighborhood Descent) é uma metodologia que será utilizada, visto que permite a exploração de múltiplas vizinhanças, o que aumenta as chances de encontrar soluções ótimas ou próximas ao ótimo global. Ao alterar as vizinhanças de forma sistemática, a RVND combina as vantagens de diferentes estruturas de vizinhança e pode escapar de mínimos locais indesejados [MLADENOVIC; HANSEN; 1997].

### 3. METODOLOGIA

O modelo matemático aborda uma modelagem mista, visto que este modelo combina técnicas de otimização e simulação para solucionar problemas complexos e estocásticos, permitindo a tomada de decisões robustas e eficientes que levam em consideração incertezas e variabilidade inerentes aos sistemas do mundo real, a programação linear inteira também será utilizada visto que essa abordagem permite lidar com problemas que envolvem decisões discretas, como a escolha entre diferentes opções ou a alocação de recursos em quantidades inteiras e realizar buscas iterativos por meio da RVND, todavia que esse método é eficiente para explorar diferentes estruturas de vizinhança e buscar soluções de alta qualidade em espaços de busca complexos.

#### 3.1 Modelo

O modelo desenvolvido designa como de item único, com demanda dinâmica determinística, descontos no preço do produto de acordo com o tamanho do lote a ser adquirido, limitações de armazenamento e fornecimento das matérias-primas, garantia de estoque de segurança, possibilidade de atrasos na entrega fornecida e de rejeições percentuais pelo adquirente, dimensionamento mínimo e múltiplo dos lotes de compra e restrição em relação ao período de recebimento dos lotes. Abaixo temos listadas as premissas para o desenvolvimento da modelagem do problema:

- A demanda do item é variável e conhecida para cada período no horizonte de planejamento;
- Não são admitidos escassez ou pedidos em atraso;
- A capacidade do fornecedor é finita;
- O custo do pedido se aplica a cada período em que um pedido é colocado ao fornecedor;
- O custo de manutenção de estoque se aplica quando o produto é transportado durante um período no horizonte de planejamento;
- Presume-se que a entregas tardias sejam recebidas no período seguinte;
- Os produtos rejeitados são devolvidos ao fornecedor, tendo seus custos desconsiderados.

- Produtos rejeitados não diminuem o tamanho do lote de compra (na consideração dos descontos de acordo com a quantidade adquirida).
- As entregas tardias são realizadas no período subsequente e assumidas com qualidade perfeita;
- Os lotes poderão ser adquiridos somente em alguns determinados períodos no horizonte de planejamento;
- Os produtos deverão ser adquiridos em lotes mínimos e múltiplos destes;
- O estoque de segurança é previamente definido, período a período;
- Os lotes poderão ser adquiridos somente de acordo com o lote mínimo e as quantidades múltiplas determinadas em cada período.

A função objetivo do problema visa minimizar os custos através do aprimoramento da realização da ordem de compra, a aquisição unitária, o transporte e o armazenamento unitário. Segue abaixo a função objetivo e as suas restrições:

$$\text{FO: Min } z = \sum P_{mt} * X_{mt} * (1 - Q_{mt}) + \sum Y_t * O_t + \sum CTP_{mt} * G_{mt} + \sum h_t * L_t$$

Sujeito a:

- $L(t-1) + \sum X_{mt} + \sum L_{m(t-1)} * X_{m(t-1)} \geq D_t + \sum L_{mt} * X_{mt} + \sum Q_{mt} * X_{mt} \quad \forall t \quad (2);$
- $L_t = L(t-1) + \sum X_{mt} + \sum L_{m(t-1)} * X_{m(t-1)} - \sum L_{mt} * X_{mt} - \sum Q_{mt} * X_{mt} - D_t \quad \forall t \quad (3);$
- $I_t \geq G_t \quad \forall t \quad (4);$
- $X_{mt} \leq M * Y_t \quad \forall t \quad (5);$
- $B((m-1)(t)) * G_{mt} \geq X_{mt} \leq b((m)(t)) * G_{mt} \quad \forall t \quad (6);$
- $X_{mt} \leq C_t * G_{mt} \quad \forall t \quad (7);$
- $\sum G_{mt} = y_t \quad \forall t \quad (8);$
- $M * DR_t \geq X_{mt} \quad \forall t \quad (9);$
- $I_t \leq W \quad \forall t \quad (10);$
- $\sum_t X_{mt} = L_{min} * F_t + L_{mul} * N_t \quad \forall t \quad (11);$
- $M * F_t \geq L_{mul} * N_t; \quad \forall t \quad (12);$
- $Y_t, F_t, G_{mt} \in \{0,1\} \quad (13);$
- $N_t, L_t, X_{mt} \in \mathbb{Z}^+ \quad (14).$

Onde:

Busca minimizar o custo total de: aquisição dos lotes, realização das ordens de compra, transporte e armazenamento (1); Garante que a quantidade disponível para atendimento da demanda prevista seja maior que o estoque do período anterior acrescido tanto da quantidade solicitada no lote de compra no período, quanto da quantidade de itens entregues em atraso referente solicitação de período anterior, reduzido das quantidades em atraso e rejeitadas no período (2); Garante que a quantidade de itens que restam em estoque é dada pelo balanço entre os itens que entram e itens que saem do inventário (3); Garante que em cada período deverá ser garantido uma quantidade mínima em estoque (4); Garante que o comprador não pode realizar um pedido de compra sem considerar um corresponde custo para realização da ordem (5);

Garante que o preço unitário dos itens adquiridos deve ser determinado segundo o tamanho do lote adquirido (6); Garante que o tamanho do lote de compra deve ser menor do que a capacidade do fornecimento (7); Garante que apenas uma faixa de preço seja utilizada de acordo com o tamanho do lote de compra em um dado período (8); Assegura que não ocorrerão entregas em períodos nos quais o comprador não puder realizar a recepção (9); Assegura que a capacidade de armazenagem não seja excedida (10); Definem que os lotes de compra deverão ser dimensionados de acordo com uma quantidade mínima e múltiplas (11 e 12).

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inserindo as Instâncias 1 e 2 no algoritmo desenvolvido, são gerados arquivos que mostram a quantidade de itens a serem produzidos no período  $i$  por meio de produção  $w$  a serem entregues no tempo  $j$ . A Tabela 1 mostra os dados utilizando a Instância 1, enquanto a Tabela 2 mostra os dados gerados utilizando a Instância 2.

TABELA 1- Dados gerados à partir da Instância 1

| Resultado 1 - Modo de Produção/Tempo            |                      |     |     |
|-------------------------------------------------|----------------------|-----|-----|
| Tempo de produção $i$<br>e meio de produção $w$ | Tempo de Entrega $j$ |     |     |
|                                                 | 1                    | 2   | 3   |
| 1 N                                             | 0                    | 36  | 52  |
| 1 H                                             | 0                    | 20  | 0   |
| 1 T                                             | 150                  | 76  | 0   |
| 2 N                                             | 0                    | 88  | 0   |
| 2 H                                             | 0                    | 20  | 0   |
| 2 T                                             | 0                    | 240 | 0   |
| 3 N                                             | 0                    | 0   | 88  |
| 3 H                                             | 0                    | 0   | 20  |
| 3 T                                             | 0                    | 0   | 240 |
| Demanda no período                              | 150                  | 480 | 400 |



TABELA 2- Dados gerados à partir da Instância 2

| Resultado 2 - Modo de Produção/Tempo            |                      |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------------------------------------------|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Tempo de produção $i$<br>e meio de produção $w$ | Tempo de Entrega $j$ |     |     |     |     |     |     |     |
|                                                 | 1                    | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
| 1 N                                             | 0                    | 0   | 0   | 28  | 60  | 0   | 0   | 0   |
| 1 H                                             | 0                    | 0   | 16  | 4   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 1 T                                             | 150                  | 34  | 56  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 2 N                                             | 0                    | 88  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 2 H                                             | 0                    | 20  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 2 T                                             | 0                    | 240 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 3 N                                             | 0                    | 0   | 68  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 3 H                                             | 0                    | 0   | 20  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 3 T                                             | 0                    | 0   | 240 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 4 N                                             | 0                    | 0   | 0   | 88  | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 4 H                                             | 0                    | 0   | 0   | 20  | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 4 T                                             | 0                    | 0   | 0   | 240 | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 5 N                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 100 | 0   | 0   | 0   |
| 5 H                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 20  | 0   | 0   | 0   |
| 5 T                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 240 | 0   | 0   | 0   |
| 6 N                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 100 | 0   |
| 6 H                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 20  | 0   |
| 6 T                                             | 0                    | 43  | 0   | 0   | 0   | 190 | 7   | 0   |
| 7 N                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 100 | 0   |
| 7 H                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 40  | 0   |
| 7 T                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 18  | 0   |
| 8 N                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 100 |
| 8 H                                             | 0                    | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 40  |
| 8 T                                             | 0                    | 55  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 185 |
| Demanda no período                              | 150                  | 480 | 400 | 380 | 420 | 190 | 285 | 325 |

As tabelas de resultados geradas muito se assemelham com a exibida no trabalho de Jaensch e Volpi (2015). Como mostrado na Figura 1, o Modelo I gera como resultado um quadro com o formato apresentado no artigo como Tabela 2, onde a diagonal em cinza claro representa as quantidades produzidas e entregues no mesmo período, o triângulo superior direito em branco representa quantidades em estoque e o triângulo inferior esquerdo em cinza escuro representa o backlogging (quando há atraso na entrega).

FIGURA 1- Apresentação da matriz de resultados do Modelo I

|      | 1   | 2   | ... | $n$ |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 1N   |     |     |     |     |
| 1H   |     |     |     |     |
| 1T   |     |     |     |     |
| 2N   |     |     |     |     |
| 2H   |     |     |     |     |
| 2T   |     |     |     |     |
| ...  | ... | ... | ... | ... |
| $nN$ |     |     |     |     |
| $nH$ |     |     |     |     |
| $nT$ |     |     |     |     |

Fonte: Jaensch e Volpi (2015)

## 5. CONCLUSÃO

Em suma, este trabalho destacou a importância da gestão de estoque para garantir o abastecimento eficiente da empresa, evitar a ruptura de estoque e minimizar os custos associados. Foi ressaltada a necessidade de manter atualizados os dados de quantidade e qualidade dos produtos estocados, bem como definir parâmetros para cada material, acompanhar e analisar constantemente os dados de saída e entrada.

Ficou evidente que uma má gestão de estoque pode levar a prejuízos financeiros, como cancelamentos de pedidos e paradas na produção. Além disso, os custos de manutenção de estoque podem ser compensados por meio de atividades da cadeia de suprimentos, como economia de escala e redução de custos operacionais.

A economia de escala foi destacada como uma vantagem operacional tanto para compradores quanto para fornecedores, permitindo a obtenção de descontos atrativos com base no tamanho do lote adquirido. No entanto, foram ressaltados os desafios na determinação do tamanho ideal do lote de compras, levando em consideração riscos operacionais e limitações de recursos.

Para lidar com esses desafios, foram propostas abordagens como a utilização de metodologias de modelagem mista, que combinam otimização inteira e contínua, permitindo a representação e resolução de problemas complexos. A programação linear inteira e a metaheurística RVND também foram mencionadas como ferramentas úteis na busca por soluções ótimas ou próximas ao ótimo global.

Em conclusão, este trabalho ressalta a importância da gestão de estoque, destacando os principais objetivos, os desafios enfrentados e as abordagens que podem ser adotadas para otimizar a tomada de decisões relacionadas ao dimensionamento de lotes de compras. Ao considerar esses aspectos, as empresas podem alcançar um equilíbrio entre os custos de manutenção, os custos de ruptura e a disponibilidade adequada de produtos, garantindo uma gestão eficiente de seus estoques.

## REFERÊNCIAS

- Absi, N., Dautère-Pérès, S., Kedad-Sidhoum, S., Penz, B., & Rapine, C. (2016). The single-item green lot-sizing problem with fixed carbon emissions. *European Journal of Operational Research*, 248(3), 849-855.
- Aguiar, F. H. O. D., & Sampaio, M. (2014). Identificação dos fatores que afetam a ruptura de estoque utilizando análise de agrupamentos.



Araujo, S. A. (2003). Modelos e métodos para o planejamento e programação da produção aplicados no setor de fundições 143 f. 2003. Tese de Doutorado. Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos.

Ballou, R. H. (2009). Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos-: Logística Empresarial. Bookman Editora.

Belo-Filho, M. A., Toledo, F. M., & Almada-Lobo, B. (2014). Models for capacitated lot-sizing problem with backlogging, setup carryover and crossover. *Journal of the Operational Research Society*, 65(11), 1735-1747.

Benton, W. C. (1991). Quantity discount decisions under conditions of multiple items, multiple suppliers and resource limitations. *The International Journal of Production Research*, 29(10), 1953- 1961.

Benton, W. C., & Park, S. (1996). A classification of literature on determining the lot size under quantity discounts. *European Journal of Operational Research*, 92(2), 219-238.

Brahimi, N., Absi, N., Dauzère-Pérès, S., & Nordli, A. (2017). Single-item dynamic lot-sizing problems: An updated survey. *European Journal of Operational Research*, 263(3), 838-863.

Chaudhry, S. S., Forst, F. G., & Zydiak, J. L. (1993). Vendor selection with price breaks. *European Journal of Operational Research*, 70(1), 52-66.

Choudhary, D., & Shankar, R. (2011). Modeling and analysis of single item multi-period procurement lot-sizing problem considering rejections and late deliveries. *Computers & Industrial Engineering*, 61(4), 1318-1323.

Coelho, L. C., Follmann, N., & Rodriguez, C. M. T. (2009). O impacto do compartilhamento de informações na redução do efeito chicote na cadeia de abastecimento. *Gestão & Produção*, 16(4), 571-583.

DE ARAUJO, Silvio Alexandre. **Estudos de problemas de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade**. 1999. Tese de Doutorado. Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação.

Fiorotto, D. J., Jans, R., & De Araujo, S. A. (2017). An analysis of formulations for the capacitated lot sizing problem with setup crossover. *Computers & Industrial Engineering*, 106, 338-350.

Gruen, T. W., Corsten, D. S., & Bharadwaj, S. (2002). Retail Out of Stocks: A Worldwide Examination of Extent, Causes, and Consumer Responses, Grocery Manufacturers of America, Washington DC.

Karimi, B. et al (2003). The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms Omega, 31(5), 365 – 378.

OLIVEIRA, Marcela Maria Eloy Paixão; SILVA, Rafaella Machado Rosa da. Gestão de estoque.[...]. **Cuiabá: Instituto Cuiabano de Educação**, 2014.

Pirkul, H., & Aras, O. A. (1985). Capacitated multiple item ordering problem with quantity discounts. IIE transactions, 17(3), 206-211.

ROCHA, Fabricia Abrantes Figueiredo da. Modelo de simulação para avaliar o efeito chicote em cadeias de suprimentos. 2017.

Slack, N. et al. (2009). Administração da produção. São Paulo: Atlas.

Wagner, H. M. e Whitin, T. M. (1958). Dynamic Version of the Economic Lot Size Model Management Science, v.5, n.1, p. 89-96.