



INVESTIGAÇÃO DO PROBLEMA DA MOCHILA COM RESTRIÇÃO DE CONFLITOS PARA OTIMIZAR A GRADE DE HORÁRIOS EM UMA UNIVERSIDADE

LAÍS GONÇALVES VIANA – lais.viana@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

HELEN VITALINE DE CASTRO SANTOS - helen.castro@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

THIAGO HENRIQUE NOGUEIRA - thiagoh.nogueira@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

LARISSA SOUSA CAMPOS - larissa.sousa@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

RAIANE RIBEIRO MACHADO GOMES - raianemachado@gmail.com
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

ÁREA: 3. PESQUISA OPERACIONAL

SUBÁREA: 3.1 - MODELAGEM, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO

RESUMO: O PRESENTE ESTUDO INVESTIGA O PROBLEMA DA MOCHILA COM RESTRIÇÃO DE CONFLITOS (PMRC) COM O OBJETIVO DE OTIMIZAR A DISTRIBUIÇÃO DE PROFESSORES NAS DISCIPLINAS DO CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA, CAMPUS RIO PARANAÍBA. O PMRC É UM PROBLEMA DE PESQUISA OPERACIONAL QUE BUSCA MAXIMIZAR O PREENCHIMENTO DE UMA MOCHILA HIPOTÉTICA COM ITENS VARIADOS, CADA UM COM SEU VALOR E PESO, RESPEITANDO RESTRIÇÕES DE CONFLITOS ENTRE ELES. ESTE ESTUDO EXPLORA TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO COMO HEURÍSTICA CONSTRUTIVA, RVND E PERTURBAÇÃO DE VIZINHANÇA PARA RESOLVER O PROBLEMA. OS RESULTADOS DEMONSTRAM QUE O MODELO PROPOSTO PARA O PMRC PODE OTIMIZAR A DISTRIBUIÇÃO DOS PROFESSORES, CONSIDERANDO ESPECIFICIDADES E RESTRIÇÕES, COMO CARGA HORÁRIA E DISPONIBILIDADE DOS DOCENTES, EVITANDO CONFLITOS ENTRE AS DISCIPLINAS. OS ACHADOS DESTE ESTUDO PODEM SER APLICADOS EM DIVERSAS OUTRAS ÁREAS ALÉM DA ALOCAÇÃO DE PROFESSORES EM UMA UNIVERSIDADE.

PALAVRAS-CHAVES: GRADE DE HORÁRIOS, PMRC E RVND.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com Lee [2019], o Problema da Mochila com Restrição de Conflitos (PMRC), é originado em um contexto militar, onde se buscava uma solução para maximizar a utilização das mochilas dos soldados, atentando-se para as suas restrições físicas. Atualmente, segundo Assimi [2020] o PMRC, caracteriza-se como um clássico desafio da pesquisa operacional, área destaque que auxilia nas tomadas de decisões complexas, por meio de formulações e modelos matemáticos. Neste sentido para Fang e Wang (2022), o problema tem como missão o preenchimento de uma mochila hipotética com diferentes elementos que variam de acordo com seus valores e pesos, objetificando, assim, maximizar a utilização dos recursos dispostos na mesma [BABUKARTHIK, 2021].

Segundo Lemos et al. [2022], o PMRC é um dos mais populares e desafiadores da pesquisa operacional, ele surge em diversas aplicações que envolvem alocação de recursos limitados e conflitantes. Existem diferentes técnicas para a solução de problemas de Otimização, onde cada método possui suas vantagens e desvantagens. Dentre suas vantagens tem-se a simplicidade, flexibilidade e capacidade de adaptações, além de permitir o uso de métodos heurísticos para a resolução de problemas complexos [DUANSHUN et al., 2021]. Algumas técnicas tradicionais utilizadas são, Força Bruta, Programação Dinâmica, Algoritmo Guloso e Branch and Bound (B&B).

Apesar de existirem diferentes técnicas, cada uma delas citadas anteriormente possuem complexidades e limitações que inviabilizam sua execução em diferentes situações. De acordo com De Freitas et al. [2020], a Programação Dinâmica não é indicada para problemas que possuem grandes e pequenas restrições, por conta do seu problema de alocação de memória, que requer um espaço semelhante ao número de objetos. Ao contrário dessa limitação, o Força Bruta é mais eficaz em situações de grande porte. Já as técnicas Algoritmo Guloso e Branch and Bound, dispõe de entraves no que diz respeito ao favorecimento de objetos de baixo valor e ganho de bons limites, respectivamente, o que pode gerar imperfeições na análise dos resultados [DE SOUZA, 2009].

Para o presente trabalho foram utilizados dois artigos científicos base relacionados ao tema. Um desses artigos, dos autores Baía et al. [2021], apresenta diferentes modelos matemáticos para solucionar o problema da distribuição de disciplinas a professores. Dentre eles, um que considera a distribuição equitativa das matérias e um completo que leva em consideração as restrições do departamento. O outro, dos autores Alves e Hashino [2022], apresentam diferentes heurísticas, como a construtiva e gulosa; metaheurísticas e o RVND como busca local para resolver o PMRC. Em seguida foi necessária adequação dos mesmos para que os métodos se ajustassem ao problema estudado.

O presente estudo tem como finalidade a investigação do desempenho do modelo do PMRC, com intuito de otimizar a distribuição dos professores nas disciplinas do curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Viçosa, Campus Rio Paranaíba, levando em conta especificidades e restrições deste problema, tais, como carga horária e disponibilidades dos professores evitando conflito entre as disciplinas. Deste modo, propõe-se uma distribuição balanceada sem sobrecarregar o profissional da instituição e por consequência garantindo a disponibilidade das disciplinas para os alunos do curso de, garantindo maior harmonia nas grades de horários.

2. REVISÃO DE LITERATURA

O Problema de Designação (PD) é uma classe de problemas de otimização combinatória que consiste em alocar recursos a tarefas, minimizando o custo total ou maximizando o benefício total [KOTSKO et al.; 2005]. Um caso especial desse problema é a

Atribuição de Horários (AH), que envolve a alocação de professores, estudantes e salas para um conjunto de reuniões, respeitando restrições obrigatórias e não obrigatórias. Esse problema tem diversas aplicações práticas, como na elaboração de grades horárias escolares, na programação de exames, na organização de eventos acadêmicos, entre outras. [CONSTANTINO, 2022]

Segundo Barboza [2003], a resolução do PD e do AH pode ser feita por diferentes métodos, dependendo da complexidade e das características do problema. Alguns métodos são baseados em programação linear ou inteira, outros em heurísticas ou metaheurísticas, e outros em técnicas híbridas ou multicritério [SILVA, JUNIOR, 2021]. Cada método tem suas vantagens e desvantagens, como tempo de execução, qualidade da solução, facilidade de implementação, entre outras. Neste caso, o problema é classificado na literatura acadêmica, em termos de complexidade computacional, como NP-Difícil [DANTAS, 2018], o que implica grande exigência de tempo computacional para sua resolução.

Bucco et al. [2017] afirmam que devido a esta complexidade, métodos metaheurísticos são propostos para soluções satisfatórias em um tempo viável. O Algoritmo Guloso, Branch and Bound e RVND são destaque, baseados em busca local e global [DE SÁ MOREIRA, COLNAGO, 2018]. Enquanto a primeira busca a solução local ótima em cada fase para encontrar uma solução global [SOUZA, PASSOS, 2013], o B&B elimina subconjuntos sem a solução ótima [FREITAS et al., 2014]. Já o RVND é uma técnica que combina vários movimentos vizinhos em uma busca local iterativa, aplicando o melhor movimento disponível em cada iteração [CHENTLI et al., 2019].

Durante a busca local iterativa, o RVND, ao invés de aplicar apenas o melhor movimento disponível em cada iteração, introduz perturbações aleatórias que modificam temporariamente a solução corrente [NGISOMUDDIN; SATYANANDA, 2020]. Essas perturbações podem incluir a troca de atribuições entre recursos e tarefas ou a modificação de restrições não obrigatórias, por exemplo [MÁXIMO; NASCIMENTO, 2020]. Essa estratégia permite que o RVND explore novas soluções em busca de uma melhor solução global, mesmo que temporariamente afaste-se da solução corrente [BUCCO et al., 2017].

Outra alternativa para a resolução desse problema é a programação matemática, que consiste em modelar o PMRC como um problema de programação linear inteira mista e aplicar algoritmos de decomposição para resolver o modelo proposto [CHEN et al., 2019]. Este tipo de programação é uma área da matemática aplicada que estuda métodos para encontrar os valores ótimos (mínimos ou máximos) de funções que estão sujeitas a restrições [YU et al., 2022].

3. METODOLOGIA

Com o intuito de otimizar a grade de horários do curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Viçosa, campus Rio Paranaíba é proposto o modelo matemático geral pelo Método da Mochila com Restrições de Conflito, onde o intuito é não sobrecarregar os professores e garantir a melhor disponibilidade de aulas aos alunos do campus.

Para isso foi estabelecido uma heurística construtiva baseada na literatura. Após essa etapa, foi identificado a necessidade de implementar metaheurísticas de refinamento, a fim de gerar soluções ótimas. Esta, por sua vez, constitui-se em etapas, como a solução inicial (advinda da heurística construtiva), perturbação, busca local (RVND) e o critério de parada.

3.1. Construção da solução inicial

Inicialmente faz-se a análise do clássico método do problema da mochila 0-1 (PM 0-1), em inglês knapsack problem, no qual foi proposto, pela primeira vez, por Dantzig [1957]. Sendo esse um modelo mais simples que origina, por meio de acréscimo de restrições, possíveis

resolutores para desafios similares mais complexos, tal problema é exposto pelo modelo a seguir:

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^n v_i x_i$$

Sujeito a:

1. $\sum_{i=1}^n p_i x_{ij} \leq C$
2. $x_i \in \{0,1\}, \forall i \in \{1,2,\dots,n\}$

Neste sentido, é possível formular modelos matemáticos para resolução de problemas de maior complexibilidade, como é exposto modelos adaptados em estudos com o de Coniglio et al [2021], que pautado PM 0-1, acresce restrições que torna possível utilizar do método para diferentes problemas de maior complexibilidade, assim sendo o presente estudo utiliza a mesma técnica para propor um modelo matemático capaz de otimizar a distribuição das disciplinas do curso de Engenharia de Produção, onde a função objetivo minimiza a soma dos créditos das disciplinas alocadas na grade horária. Segue abaixo o modelo proposto.

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in N} C_i Z_i$$

Sujeito a:

1. $\sum_{h \in H} \sum_{d \in D} x_{ihd} = 2Z_i, \forall i \in N$
2. $\sum_{i \in N} \sum_{h \in H} \sum_{d \in D} C_i x_{ihd} \leq \text{Capacidade}$
3. $\sum_{h \in H} \sum_{d \in D} r_{ij} x_{ihd} \leq 1, \forall i \in N, \forall j \in H, i \neq j$
4. $x_{ihd} \in \{0,1\}, \forall i \in N, \forall h \in H, \forall d \in D$
5. $Z_i \in \{0,1\}, \forall i \in N$

- Parâmetros:

N: Conjunto de disciplinas, onde $N = \{1, 2, \dots, n\}$.

P: Conjunto de períodos, onde $P = \{1, 2, \dots, p\}$.

H: Conjunto de horários, onde $H = \{1, 2, \dots, h\}$.

D: Conjunto de dias da semana, onde $D = \{1, 2, \dots, d\}$.

c_i : Créditos da disciplina i.

p_i : Período da disciplina i.

r_{ij} : Indicador de conflito entre as disciplinas ij, onde $r_{ij} = 1$ se há conflito e $r_{ij} = 0$ caso contrário.

- Variáveis de Decisão:

x_{ihd} : Variável binária que indica se a disciplina i é alocada no horário h e no dia da semana d .

Z_i : Variável binária que indica se a disciplina i é selecionada para alocar na grade horária.

Para melhor entendimento faz-se a explicação de cada uma das restrições, onde: 1 se refere, que cada disciplina deve ser alocada exatamente duas vezes na grade horária; 2 é a capacidade da mochila, ou seja, o número de horários disponíveis não pode ser excedido; a 3 é referente as disciplinas selecionadas não podem ter conflitos de período ou professor; 4 e 5 admite x_{ihd} e Z_i como variáveis binárias de decisão.

3.2 Construtiva

A heurística construtiva é uma técnica utilizada para encontrar uma solução inicial para um problema de otimização (SOBREIRO, NAGANO; 2013). No caso do Problema da Mochila com Restrição de Conflitos, a heurística construtiva utilizada foi baseada no clássico método do Problema da Mochila 0-1 (PM 0-1), que consiste em selecionar os itens mais valiosos que caibam na mochila (horários), respeitando a capacidade máxima da mesma. No entanto, no Problema da Mochila com Restrição de Conflitos, há outras restrições a serem consideradas, como a disponibilidade dos professores e a ausência de conflitos de horários entre as disciplinas.

Por isso, a heurística construtiva foi adaptada para levar em conta essas restrições, selecionando as disciplinas que não apresentam conflitos de horários e que podem ser ministradas pelos professores disponíveis. Essa solução inicial é utilizada como ponto de partida para as matheurísticas de refinamento, que buscam melhorar a solução encontrada pela heurística construtiva.

3.2.1 RVND

O RVND utiliza uma estratégia de busca local iterativa, explorando diferentes vizinhanças para encontrar soluções melhores [BUCCO et al., 2017]. Essa abordagem oferece diversidade e maior capacidade de escapar de ótimos locais, tornando-se uma escolha adequada para problemas de otimização [SILVA; LEAL, 2020]. Para melhorar a compreensão do algoritmo RVND, é possível fornecer uma descrição mais genérica do seu funcionamento

Algoritmo 1: RVND

```
1: função  $s$ : solução inicial
2:  $N = \{N_1, \dots, N_{\max}\}$ 
3:  $k \leftarrow 1$ 
4: enquanto  $k \leq k_{\max}$  faça
5:    $s' \leftarrow \text{procurar\_vizinho}(N_k, s)$ 
6:   se  $f(s') < f(s)$  então
7:      $s \leftarrow s'$ 
9:      $k \leftarrow 1$ 
10:  senão
11:     $k \leftarrow k + 1$ 
12:  fim se
13: fim enquanto
14: retorna  $s$ 
```

Fonte: Mladenovic e Hansen (1997)

Ele recebe uma solução inicial e uma lista de vizinhanças em uma ordem aleatória. Em um loop, o algoritmo examina cada vizinhança, buscando por vizinhos que melhorem a solução atual. Se um vizinho melhor for encontrado, a solução é atualizada e o processo é reiniciado. Caso contrário, o algoritmo passa para a próxima vizinhança. Esse ciclo é repetido até que nenhuma melhoria adicional seja encontrada. O objetivo final é obter uma solução localmente otimizada, explorando as diferentes vizinhanças disponíveis.

3.2.3 Vizinhança

A fim de investigar as possibilidades de solução do problema, definiu-se duas categorias de ações para serem executadas em uma solução. Cada ação gera uma estrutura de vizinhança, denotada por $N_k(s)$, em que $k = 1, 2, 3$ e é definida da seguinte maneira:

- $N_1(s)$ Vizinhança de troca: Consiste em trocar um item selecionado na mochila por um item não selecionado;
- $N_2(s)$ Vizinhança de remoção: Envolve a remoção de um item selecionado da mochila, abrindo espaço para outros itens serem inseridos em seu lugar;
- $N_3(s)$ Vizinhança de Inserção: Nessa vizinhança, um elemento é removido de uma posição na solução e é inserido em outra posição.

3.2.4 Perturbação

Para expandir a busca em diferentes áreas do espaço de soluções, foi utilizado um método de perturbação na solução atual. O algoritmo de perturbação recebe como entrada a solução atual, representada por 's', e o número de perturbações desejado, representado por 'k'. O objetivo é gerar uma solução perturbada, representada por 's'', que explore novas regiões do espaço de soluções.

Algoritmo 4: Perturbação

```
1: entrada: Solução atual s, Número k de perturbações
2 : saída: Solução perturbada s'
3:  $s' \leftarrow s$ 
4:  $i \leftarrow 1$ 
5: enquanto ( $i \leq k$ ) faça
6:   Selecione aleatoriamente uma solução vizinha s''
7:    $s' \leftarrow s''$ 
8:    $i \leftarrow i+1$ 
9: fim
10: retorne s'
```

Fonte: Vasconcelos et. al (2021)

A perturbação é realizada através de uma seleção aleatória de soluções vizinhas. Em cada iteração, uma solução vizinha aleatória, denotada por 's"', é selecionada. Essa solução vizinha é então incorporada à solução perturbada 's''. O processo é repetido até que o número desejado de perturbações seja alcançado, conforme determinado pelo contador 'i', que é iniciado com o valor 1 e incrementado a cada perturbação realizada.

Ao final do processo, a solução perturbada 's'' é retornada como resultado. O algoritmo de perturbação desempenha um papel importante na exploração de diferentes regiões do espaço de soluções, contribuindo para escapar de ótimos locais e encontrar soluções potencialmente melhores.

4. ESTILO DAS CITAÇÕES

Para a solução do problema, foi desenvolvido na linguagem de programação Python os códigos para que fosse gerado os resultados, sendo utilizado o software Visual Studio Code como editor de código. Os experimentos foram realizados em um computador Desktop contendo uma Intel(R) Core (TM) i5-8265U CPU @ 1.60GHz 1.80 GHz, equipado com 8 GB RAM executando sobre o sistema operacional Windows

Os dados utilizados no código referem-se às disciplinas a serem ofertadas no curso de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Viçosa, campus Rio Paranaíba, no segundo semestre de 2023. Para isso, foram propostas as seguintes premissas:

- Total de 6 professores;
- Cada professor leciona no máximo 4 disciplinas;
- Total de 17 disciplinas;
- Cada disciplina apresenta um total de 4 créditos, sendo que cada 2 créditos representa a alocação de 1 horário, sendo permitida 2 disciplinas por horário;
- Disciplinas de mesmo período apresentam conflitos, não podendo ser alocadas juntas.
- As disciplinas não podem ser alocadas em dias consecutivos

Os dados das disciplinas que serão alocadas na grade estão contidos na tabela a seguir:

TABELA 1: Dados Disciplinas

Disciplinas	Códigos	Professor	Período
Atividades complementares	ENP 300	1	6
PCP 2	ENP 316	1	6
Logística	ENP 320	2	8
Projeto de produto 1	ENP 330	2	6
Projeto agroindustriais 1	ENP 337	2	6
Ergonomia	ENP 340	3	6
Projeto de trabalho	ENP 342	3	8
Gerência de projeto	ENP 351	3	8
Simulação da produção	ENP 352	4	4
Gestão de serviços	ENP 356	4	2
Gestão da qualidade 1	ENP 361	4	8
OTP	ENP 401	5	6
Gestão estratégica	ENP 402	5	7
Custos industriais	ENP 405	5	8
TCC	ENP 491	6	10
Metodologia de pesquisa	ENP 492	6	5
Estágio supervisionado	ENP 494	6	10

Deste modo, buscou-se a melhor distribuição da grade de disciplinas ofertadas, tendo como saída final uma lista de disciplinas, seus respectivos períodos e a grade horária proposta pelo modelo. Os resultados encontrados serão relatados a seguir, sendo exibidos em 3 etapas: PMRC - Grade de Horários, PMRC + RVND - Grade de Horários e Relaxação de Programação Inteira (IP). A etapa foi baseada no modelo matemático e pseudocódigos presentes no referencial teórico.

4.1 Função objetivo

A função objetivo do presente estudo e estendida no referencial teórico será fundamental para a comparação dos resultados obtidos e avaliação da melhor grade proposta.

Neste sentido, a função objetivo tem o intuito de minimizar o número de itens que serão alocados na mochila. Em outras palavras, busca-se alocar todas as disciplinas, itens, utilizando um menor espaço da grade de horários, que no caso é a capacidade da mochila.

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in N} C_i Z_i$$

4.2 PMRC - Grade de horário

A grade de horário otimizada é gerada, considerando as restrições de conflito. A função principal do código implementa um algoritmo de alocação que busca distribuir as disciplinas ao longo dos horários e dias da semana, maximizando a eficiência e evitando conflitos. A tabela a seguir expõem a grade horária resultante da execução do código:

TABELA 2: Resultado do PRMC - Grade de Horário

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
08-10h	ENP 300 ENP 320	ENP 316 ENP 342	ENP 300 ENP 320	ENP 316 ENP 342	ENP 330 ENP 351
10-12h	ENP 330 ENP 351	ENP 337 ENP 352	ENP 340 ENP 356	ENP 337 ENP 352	ENP 340 ENP 356
12-14h	ENP 361 ENP 401	ENP 402 ENP 491	ENP 361 ENP 401	ENP 402 ENP 491	ENP 405 ENP 492
14-16h	ENP 405 ENP 492	ENP 494		ENP 494	
16-18h					

O resultado obtido na grade horária ilustra como as disciplinas foram distribuídas de acordo com as restrições definidas no código. O algoritmo percorre cada disciplina e tenta alocá-la em um horário e dia da semana na grade. Ele verifica se o horário e o dia estão disponíveis, não ocupados por duas disciplinas, evitando horários em dias consecutivos, e não há conflitos de período ou professor.

A saída apresentada fornece, ainda, uma resposta de 36 créditos para a função objetivo, é válido lembrar que a função objetiva é a de minimizar o número de créditos alocados na grade. Com intuito de propor uma grade de horário de explorar novas alternativas de respostas é proposto ao método a Heurística de busca iterativa RVND.

4.3 PMRC + RVND - Grade de horário

O RVND proposto funciona selecionando aleatoriamente uma vizinhança disponível, dentro das restrições do problema, a qual é aplicada uma perturbação permitindo explorar novas possibilidades. Esse processo é repetido várias vezes para explorar diferentes vizinhanças e tentar encontrar uma solução que satisfaça a melhor resposta para a função objetivo. A tabela a seguir expõem uma grade horária sugerida, sendo válido salientar que a cada rodagem do código uma nova grade é exibida, alterando a distribuição das disciplinas, mas, sempre, respeitando suas restrições.

TABELA 3: Resultado da Função principal + RVND

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
8-10h	ENP 330 ENP361	ENP 320 ENP 401	ENP 330 ENP 361	ENP 320 ENP 300	ENP 316 ENP 491
10-12h	ENP 316 ENP 491	ENP 342 ENP 352	ENP 351 ENP 492	ENP 342 ENP 352	ENP 351 ENP 492
12-14h	ENP 340 ENP 402	ENP 337 ENP 356	ENP 340 ENP 402	ENP 337 ENP 356	ENP 494 ENP 405
14-16h	ENP 494 ENP 405	ENP 401	ENP 300		
16-18h					

A perturbação consiste em remover uma disciplina alocada em um horário e dia específicos e realocá-la em um novo horário e dia aleatórios, garantindo uma distribuição randomizada. A distribuição final das disciplinas na grade depende da aleatoriedade do RVND. A cada iteração, uma vizinhança aleatória é escolhida, e a perturbação é aplicada para tentar melhorar a solução atual.

A saída apresentada fornece, ainda, uma resposta de 36 créditos para a função objetivo, mesmo valor da PMRC - Grade de horário, é válido lembrar que a função objetiva é a de minimizar o número de créditos alocados na grade. Neste sentido é proposto o método de relaxação de Programação Inteira (IP), onde uma das restrições de integralidade é relaxada permitindo a alocação de até 3 disciplinas por horário, objetivando a melhora da função objetiva

4.4 Relaxação de Programação Inteira (IP)

Foi proposto ao método uma relaxação em uma das suas restrições de integralidade, a restrição de número máximo de matérias alocadas em um único horário, onde a finalidade é de melhorar o resultado da função objetiva do problema, a tabela a seguir expõe a grade proposta a partir dessa alteração. A tabela a seguir expõem uma grade horária sugerida, sendo válido salientar que a cada rodagem do código uma nova grade é exibida, alterando a distribuição das disciplinas, mas, sempre, respeitando suas restrições.

Tabela 4: Relaxação de Programação Inteira (IP)

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
8-10h	ENP 300 ENP 492 ENP 351	ENP 337 ENP 342 ENP 352	ENP 300 ENP 492	ENP 337 ENP 342 ENP 352	ENP 340 ENP 320 ENP 494
10-12h	ENP 340 ENP 320 ENP 494	ENP 361 ENP 491 ENP 401	ENP 316 ENP 405 ENP 356	ENP 361 ENP 391	ENP 316 ENP 405 ENP 356
12-14h	ENP 330 ENP 402 ENP 351	ENP 401	ENP 330 ENP 402		
14-16h					
16-18h					

A saída apresentada fornece, uma resposta de 26 créditos para a função objetivo, apresentando uma significativa melhora quando comparamos com o resultado apresentado anteriormente, ganho real de 10 créditos na grade de horário, mostrando a eficácia do método proposto no presente trabalho.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo visa minimizar os créditos na grade horária do curso de Engenharia de Produção, distribuindo as disciplinas de forma ótima. Com o algoritmo de alocação, gerou-se uma grade com 36 créditos, usando o menor espaço possível. Também se usou a heurística RVND, que explora vizinhanças aleatórias e perturbações para melhorar a solução. O resultado foi uma grade com 36 créditos, igual à anterior. Depois, relaxou-se a restrição de integralidade, permitindo até 3 disciplinas por horário. A função objetivo melhorou para 26 créditos, um ganho de 10 créditos. Assim, as abordagens propostas otimizaram a distribuição das disciplinas na grade horária, reduzindo os créditos alocados. Elas são eficientes para resolver o problema de alocação de disciplinas em cursos, favorecendo a organização e eficiência do processo educacional. Para trabalhos futuros, sugerimos testar outras heurísticas de busca local e meta-heurísticas para comparar o desempenho com o RVND.

REFERÊNCIAS

Ademir Constantino, 2022, INVESTIGAÇÃO DE MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA DISTRIBUIÇÃO DE DISCIPLINAS A PROFESSORES. Em: Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Campinas : Galoá. 2021. Disponível em: <<https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2021/trabalhos/investigacao-de-modelos-de-programacao-matematica-para-distribuicao-de-disciplin?lang=pt-br>>.

ASSIMI, Hiran et al. Evolutionary bi-objective optimization for the dynamic chance-constrained knapsack problem based on tail bound objectives. arXiv preprint arXiv:2002.06766, 2020.

BABUKARTHIK, R. G. et al. A novel approach for multi-constraints knapsack problem using cluster particle swarm optimization. Computers & Electrical Engineering, v. 96, p. 107399, 2021.

Barboza, A. O., Carnieri, C., Steiner, M. T. A., & Siqueira, P. H.. (2003). Técnicas da pesquisa operacional no problema de horários de atendentes em centrais telefônicas. Gestão & Produção, 10(1), 109–127. <https://doi.org/10.1590/S0104-530X2003000100008>

BUCCO, Guilherme Brandelli; BORNIA-POULSEN, Camilo José; BANDEIRA, Denise Lindstrom. Desenvolvimento de um modelo de programação linear para o Problema da Construção de Grades Horárias em Universidades. Gestão & Produção, v. 24, p. 40-49, 2017.

CONIGLIO, Stefano; FURINI, Fabio; SAN SEGUNDO, Pablo. A new combinatorial branch-and-bound algorithm for the knapsack problem with conflicts. European Journal of Operational Research, v. 289, n. 2, p. 435-455, 2021.

CHEN, Xiaoyu et al. A mixed integer linear programming model for multi-satellite scheduling. European Journal of Operational Research, v. 275, n. 2, p. 694-707, 2019.

CHENTLI, Hayet; OUAFI, Rachid; CHERIF-KHETTAF, Wahiba Ramdane. Impact of iterated local search heuristic hybridization on vehicle routing problems: application to the capacitated profitable tour problem. In: Operations Research and Enterprise Systems: 7th International Conference, ICORES 2018, Funchal, Madeira, Portugal, January 24–26, 2018, Revised Selected Papers 7. Springer International Publishing, 2019. p. 80-101.

DA SILVA KOTSKO, Eliana Gomes; DA FONSECA MACHADO, Artur Lourival; DOS SANTOS, Elaine Maria. Otimização na alocação de professores na construção de uma grade horária escolar. *Ambiência*, v. 1, n. 1, p. 31-45, 2005.

DANTAS, Lucas Hiago de Azevêdo. Uma abordagem metaheurística para o problema de alocação de horário escolar no IFRN. 2018. Dissertação de Mestrado. Brasil.

DANTZIG, George B. Discrete-variable extremum problems. *Operations research*, v. 5, n. 2, p. 266-288, 1957.

DE FREITAS COSTA, José Robertty; DIAS, Fábio Carlos Sousa; TAVARES, Wladimir Araújo. Um Algoritmo Branch-and-Bound para o Problema da Máxima Interseção de k-Subconjuntos.

de Souza, É. L., & Rafael, E. A. L. (2009). Abordagens para Resolver o Problema da Mochila 0/1. *Igapó*, 3(1).

DE SÁ MOREIRA, João Pedro; COLNAGO, Glauber R. OTIMIZAÇÃO DA GRADE DE HORÁRIOS DOS PROFESSORES E DISCIPLINAS DOS CURSOS DO IFSP-CÂMPUS CUBATÃO. 2018.

FAHIMNIA, Behnam et al. Behavioral Operations and Supply Chain Management—A Review and Literature Mapping. *Decision Sciences*, v. 50, n. 6, 2019.

FENG, Yanhong; WANG, Gai-Ge. A binary moth search algorithm based on self-learning for multidimensional knapsack problems. *Future Generation Computer Systems*, v. 126, p. 48-64, 2022.

FRANCO, L. Alberto; MONTIBELLER, Gilberto. Facilitated modelling in operational research. *European Journal of Operational Research*, v. 205, n. 3, p. 489-500, 2010.

Freitas, Cherze & Guimarães, Priscilla & Neto, Manoel & Barboza, Frederico. (2014). Uma Ferramenta Baseada em Algoritmos Genéticos para a Geração de Tabela de Horário Escolar.

KAUR, Manpreet; SAINI, Sanjay. A review of metaheuristic techniques for solving university course timetabling problem. *Advances in Information Communication Technology and Computing: Proceedings of AICTC 2019*, p. 19-25, 2021.

Li, D., Liu, J., Lee, D., Seyedmazloom, A., Kaushik, G., Lee, K., & Park, N. (2021, July). A Novel Method to Solve Neural Knapsack Problems. In *International Conference on Machine Learning* (pp. 6414-6424). PMLR.

LEE, Ji Hwan et al. 1H1-5 A study on the optimal dimension design of a Military Backpack considering body size characteristics. *人間工学*, v. 55, n. Supplement, p. 1H1-5-1H1-5, 2019.

LEMOES, Dayllon VX; LONGO, Humberto J.; MARTINS, Wellington S. Programação dinâmica paralela em GPU para os problemas da mochila uni e bi-dimensional. In: *Anais da X Escola Regional de Informática de Goiás*. SBC, 2022. p. 24-35.

MÁXIMO, Vinícius R.; NASCIMENTO, Mariá CV. A hybrid adaptive iterated local search with diversification control to the capacitated vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, v. 294, n. 3, p. 1108-1119, 2021.

MLADENović, Nenad; HANSEN, Pierre. Variable neighborhood search. *Computers & operations research*, v. 24, n. 11, p. 1097-1100, 1997.

MIDGLEY, Gerald; JOHNSON, Michael P.; CHICHIRAU, George. What is community operational research?. *European Journal of Operational Research*, v. 268, n. 3, p. 771-783, 2018.

NGISOMUDDIN, M.; SATYANANDA, Darmawan. Perturbation operator analysis on ILS-RVND algorithm to solve CVRP. In: *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing, 2020.

SILVA JÚNIOR, Hélio Santana da. Estudo comparativo de meta-heurísticas: otimização do modelo de alocação na Agência Nacional de Aviação Civil. 2021.

SOUSA, Douglas Souto de; PASSOS, João Paulo Medina. Uma solução web para o problema de alocação de horários acadêmicos. 2013. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, Campus São João Evangelista, Curso Superior de Sistemas de Informação.

Sobreiro, V. A., & Nagano, M. S.. (2013). Proposta de uma heurística construtiva baseada na TOC para definição de mix de produção. *Production*, 23(3), 468–477.

STACHO, JURAJ. Introduction to operations research. 2021.

TRANTAPHYLLOU, Evangelos et al. Multi-criteria decision making: an operations research approach. *Encyclopedia of electrical and electronics engineering*, v. 15, n. 1998, p. 175-186, 1998.

YU, Vincent F. et al. The vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and parcel lockers. *Mathematics*, v. 10, n. 6, p. 920, 2022.