



De 11 a 14 - NOVEMBRO DE 2024

**Inteligência Artificial
na Gestão de Operações:**
Limitações e possibilidades



MODELO MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO PARA O PLANEJAMENTO INTEGRADO DE PLANTIO E COLHEITA DA CANA-DE-AÇÚCAR E DA PRODUÇÃO SUCROENERGÉTICA

DANIEL FERNANDO GARCIA - daniel.garcia@unesp.br
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP – BAURU - FEB

ANTONIO ROBERTO BALBO – antonio.balbo@unesp.br
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP – BAURU – FC

EDILAINE MARTINS SOLER – edilaine.soler@unesp.br
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP – BAURU - FC

ÁREA: 3. PESQUISA OPERACIONAL

SUBÁREA: 3.1 – Modelagem, Simulação e Otimização

RESUMO: A CANA-DE-AÇÚCAR E SEUS SUBPRODUTOS DESEMPENHAM UM PAPEL SIGNIFICATIVO NA ECONOMIA GLOBAL. O MOMENTO DO CULTIVO E COLHEITA DA CANA-DE-AÇÚCAR INFLUENCIAM A PRODUÇÃO DE SACAROSE E BIOENERGIA. NESTE TRABALHO É PROPOSTO UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRO MISTO PARA OTIMIZAR AS OPERAÇÕES DE PLANTIO E COLHEITA DE DIFERENTES VARIEDADES DE CANA-DE-AÇÚCAR E O PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO DAS PRINCIPAIS COMMODITIES. AS DECISÕES ENVOLVIDAS INCLUEM A ESCOLHA DE VARIEDADES DE CANA, PERÍODOS DE CULTIVO E COLHEITA, E ALOCAÇÃO DOS INSUMOS DERIVADOS DA MESMA CULTURA. SÃO CONSIDERADAS RESTRIÇÕES REFERENTES AOS CICLOS DE MATURIDADE DAS VARIEDADES DE CANA, DEMANDA POR SACAROSE, DEMANDAS DAS COMMODITIES E REQUISITOS TÉCNICOS E DE RECURSOS DISPONÍVEIS. O MODELO PROPOSTO VISA MAXIMIZAR A PRODUÇÃO DE SACAROSE E FOI IMPLEMENTADO NO SOFTWARE IBM ILOG CPLEX OPTIMIZATION STUDIO, SENDO RESOLVIDO PELO SOLVER CPLEX VERSÃO 22.1.1. TESTES NUMÉRICOS PRELIMINARES DEMONSTRAM O POTENCIAL DA METODOLOGIA PROPOSTA, FORNECENDO ANÁLISES DOS RESULTADOS PARA AUXILIAR DECISÕES ESTRATÉGICAS DA USINA.

PALAVRAS-CHAVES: CANA-DE-AÇÚCAR; CULTIVO; COLHEITA; PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO; MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRO MISTO.

1. INTRODUÇÃO

O Brasil lidera a produção mundial de cana-de-açúcar, com 685,86 milhões de toneladas, como mostra a primeira estimativa para a safra 2024/2025 (CONAB, 2024), representando cerca de 40% do total global. Os principais produtos derivados da cana são o açúcar bruto e o etanol, sendo o Brasil o maior produtor mundial de açúcar e o segundo maior de etanol. A indústria da cana-de-açúcar é crucial para a economia brasileira, representando cerca de 2% do PIB. Além disso, subprodutos como bagaço, palha, melaço, vinhaça, torta de filtro e leveduras têm significativo aproveitamento econômico e ambiental (NEVES e KALAKI, 2020).

Segundo Katakojwala et al (2019) e Santos et al (2020) avanços tecnológicos estão transformando a indústria canavieira, permitindo a produção de biocombustíveis, biomateriais, bioquímicos e bioenergia a partir da cana-de-açúcar e seus resíduos por meio de biorrefinamento. Essa tecnologia emergente contribui para a produção sustentável de novos produtos. No Brasil, essa tendência tem impulsionado o desenvolvimento de novas variedades de cana, melhorando a produtividade de sacarose e biomassa.

A cadeia produtiva da cana-de-açúcar tem atraído atenção interdisciplinar. A revisão da literatura realizada por Teixeira et al. (2023) destaca o interesse e a relevância do tema na comunidade de Pesquisa Operacional. Diversos modelos matemáticos e métodos de solução foram desenvolvidos para o planejamento das etapas de cultivo, colheita, transporte e processamento da cana-de-açúcar. Problemas de programação de colheita são os mais investigados, devido à sua centralidade na cadeia produtiva.

Com o enfoque nos momentos de seleção das variedades, plantio e colheitas de forma separada destacamos os trabalhos de Piewthongngam et al. (2009), Jena e Poggi (2013), Florentino e Pato (2014), Lamsal, Jones e Thomas (2017), Florentino et al. (2018), Junqueira e Morabito (2019), Morales et al. (2020) e Aliano Filho, Melo e Pato (2021). Modelos integrados em relação ao plantio e colheita são abordados em Florentino et al (2020), Poltroniere et al (2021) e Aliano Filho, Oliveira e Melo (2023). Modelos propostos para a otimização da programação da produção podem ser visto nas pesquisas de Carvalho Junior (2016), Garcia, Soler e Balbo (2022) e Lozano et al (2024).

A integração das decisões de plantio, colheita e planejamento da produção não são abordados na literatura, conforme mencionado por Teixeira et al. (2023). Este trabalho propõe um novo modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) que incorpora práticas de

seleção e plantio de variedades de cana-de-açúcar para otimizar a produção de sacarose, integrando-se às operações de colheita e planejamento da produção. A seleção da variedade de cana e do período de plantio dependem de fatores agrícolas, ambientais, econômicos e capacidades das instalações de processamento.

As principais decisões envolvem a determinação dos períodos e variedades a serem plantadas, os períodos subsequentes de colheita e a utilização dos insumos na produção sucroenergética. Essas decisões são influenciadas pela demanda esperada por sacarose, ciclos de cultivo das variedades de cana e limitações técnicas de produção. O objetivo é identificar um cronograma que maximize a produção total de sacarose para a manufatura das principais *commodities* derivadas da cana-de-açúcar.

Este trabalho está organizado como segue: a seção 2 diz respeito a descrição do problema, a seção 3 descreve o modelo matemático proposto, a seção 4 apresenta os resultados numéricos obtidos e a seção 5 as considerações finais.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A problemática abordada neste trabalho diz respeito ao planejamento integrado de cultivo, colheita e planejamento da produção de uma usina de cana-de-açúcar ao longo de um horizonte de planejamento dividido em períodos de um mês. As fazendas são divididas em múltiplas áreas de cultivo, chamadas talhões, cada uma das quais deve ser colhida em um único período. Após as etapas de plantio e colheita, a cana-de-açúcar passa pelo processo de transformação de seus recursos, tais como, biomassa, bagaço, caldo e melaço residual nas principais *commodities* derivadas da cana, como o açúcar e etanol por exemplo, assim como na geração de energia.

Segundo Florentino et al (2018) o sistema de plantio de cana-de-açúcar é realizado de três maneiras: um ano, um ano e meio, e inverno e dependem do tipo da variedade de cana plantada. No primeiro tipo, a cana é plantada no início da estação chuvosa, cresce por 12 meses e é colhida anualmente, apresentando baixa produtividade no primeiro ano. No sistema de um ano e meio, o plantio ocorre em condições ideais de temperatura e umidade, com a primeira colheita após 18 meses e subsequentemente a cada 12 meses, sendo o mais produtivo na primeira colheita. O plantio de inverno é realizado na estação seca com irrigação, permitindo colheitas anuais e alta produtividade inicial.

Com boa condução do cultivo, a reforma ou replantio da cana-de-açúcar ocorre após 5 a 6 anos. Alta produtividade e qualidade são alcançadas com gestão correta e recomendações

técnicas. Florentino et. al (2020) destacam medidas para avaliar a qualidade da cana, como pol (% sacarose), brix (sólidos solúveis), fibra, açúcar comercial (CCS) e pureza, sendo a pol o parâmetro mais importante. A porcentagem de pol está relacionada à maturação da cana; no ponto máximo de maturação, o teor de sacarose é mais alto, e colheitas fora deste período reduzem significativamente a produção de cana e pol.

A diversificação das variedades de cana e as capacidades técnicas do engenho são fatores essenciais no plantio e colheita. Cada talhão deve ser plantado com uma única variedade. Os períodos de plantio e colheita dependem da variedade utilizada, enquanto a qualidade e quantidade da cana colhida são influenciadas pelo desenvolvimento da planta, período de plantio, demanda mensal e capacidades do engenho, resultando em um desafio decisório complexo (ALINO FILHO, OLIVEIRA e MELO, 2023).

Garcia, Soler e Balbo (2022) apontam que diversos estudos demonstram que a cana-de-açúcar é uma das culturas mais abundantes para a produção de açúcar, etanol e cogeração de energia elétrica. Portanto, pesquisas focadas em otimizar o planejamento da produção, alocação dos insumos e desenvolvimento de modelos para melhorar a cogeração nas usinas sucroenergéticas estão sendo intensificadas.

De maneira sucinta segundo Garcia (2021) as principais etapas da industrialização da cana-de-açúcar contemplam as etapas de recepção da matéria-prima, o preparo da cana, a moagem e consecutivamente a produções das *commodities* açúcar e etanol e ainda o aproveitamento da biomassa na cogeração.

Assim, devido a complexidade das operações envolvidas, propõe-se neste trabalho um modelo matemático integrado contemplando as três principais etapas, plantio, colheita e programação da produção visando a maximização da produção de sacarose respeitando restrições de seleção e plantio, colheita e programação da produção da cana-de-açúcar.

3. MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

O modelo matemático de PLIM proposto visa por meio da maximização da produção de sacarose, auxiliar na construção de um cronograma de plantio e colheita da cana-de-açúcar bem como auxiliar a usina na programação da produção das *commodities* derivadas da cana.

As restrições que compõem o modelo proposto são baseadas no de Florentino et al. (2020), Poltroniere et al. (2021), Garcia, Soler e Balbo (2022) e Aliano Filho, Oliveira e Melo (2023).

A seguir são descritos os conjuntos, índices, parâmetros, as variáveis de decisão e o

modelo proposto. Na notação adotada, as variáveis de decisão são denotadas por letras minúsculas e os parâmetros por letras maiúsculas e gregas.

Conjuntos

- J: talhões disponíveis para o plantio da cana-de-açúcar;
 I_1 : variedades de cana-de-açúcar do tipo “ano e meio”;
 I_2 : variedades de cana-de-açúcar do tipo “ano”;
I: variedades de cana-de-açúcar, tal que $I = I_1 \cup I_2$;
M: meses em que poderá haver colheita, tal que $M = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$;
D: desvios permitidos, a partir da correta data de colheita, tal que $D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$;
 H_1 : meses em que poderá haver plantio para cana do tipo “ano e meio”, tal que $H_1 = \{1, 2, 3, 4\}$;
 H_2 : meses em que poderá haver plantio para cana do tipo “ano”, tal que $H_2 = \{9, 10\}$;
H: meses em que poderá haver plantio de cana-de-açúcar, tal que $H = H_1 \cup H_2$;
 R_1 : recursos disponíveis para a produção das *commodities*, tal que $R_1 = \{\text{caldo, melaço}\}$;
 R_2 : recursos disponíveis para a produção das energias internas, tal que $R_2 = \{\text{biomassa, bagaço}\}$;
R: todos os recursos disponíveis, tal que $R = R_1 \cup R_2$;
C: *commodities* produzidas, a partir dos derivados da cana, tal que $C = \{\text{açúcar VHP, etanol anidro, etanol hidratado}\}$;
E: energias internas envolvidas na produção sucroenergética, tal que $E = \{\text{térmica, mecânica, elétrica}\}$.

Índices

- i: associado às variedades de cana-de-açúcar, $i \in I$;
j: associado aos talhões, $j \in J$;
h: associado aos meses de plantio, $h \in H$;
m: associado aos meses de colheita, $m \in M$;
d: associado aos desvios do pico de maturação da cana-de-açúcar, $d \in D$;
r: associado aos recursos disponíveis, $r \in R$;
c: associado às *commodities*, $c \in C$;
e: associado às energias envolvidas na produção sucroenergética, $e \in E$.

Parâmetros

- L_j : área do talhão j (em ha);
 F_h^{TRA} : número de frentes de trabalho disponíveis na etapa de plantio;
 P_{i0} : produtividade da variedade i no ano inicial (em t/ha);

- Dem_m : produção mínima de sacarose no mês m (em t/mês);
- Q_m^{moa} : capacidade de moagem da usina no mês m (em t/mês);
- D_{cm}^C : demanda da *commodity* c a ser atendida pela usina no mês m (em t ou m^3);
- Q_{crm}^{ET} : quantidade de energia térmica (vapor de processo) necessária para produzir a *commodity* c a partir do recurso r no mês m (em MW/t);
- Q_m^{Mmoa} : quantidade de energia mecânica consumida na etapa de moagem da cana no mês m (em MW/t);
- Q_m^{Erec} : quantidade de energia elétrica consumida na etapa de recepção da cana no mês m (em MW/t);
- Q_m^{Emoa} : quantidade de energia elétrica consumida na etapa de moagem da cana no mês m (em MW/t);
- Q_{crm}^E : quantidade de energia elétrica necessária para produzir a *commodity* c , a partir do recurso r no mês m (em MW/t);
- D_m^{Eaux} : demanda de energia elétrica auxiliar consumida na usina no mês m (em MW);
- η_{rc}^R : coeficiente de transformação do recurso r para a *commodity* c (em t/t ou t/m^3);
- η_{re}^E : coeficiente de transformação do recurso r em energia e (em t/MW);
- Q_{rm}^R : quantidade do recurso r disponível para cada tonelada de cana-de-açúcar processada no mês m (em t);
- Q_{2m}^R : quantidade do recurso bagaço disponível para cada tonelada de cana-de-açúcar processada no mês m (em t);
- Q_{1m}^R : quantidade do recurso biomassa disponível para cada tonelada de cana-de-açúcar processada no mês m (em t);
- P_m^Q : capacidade da usina de processamento da biomassa no mês m (em t/mês);

Variáveis de decisão

- x_{ijh} : variável binária que assume valor 1 se a variedade i de cana for plantada no talhão j no mês h , 0 caso contrário;
- t_{ijmd} : variável binária que assume valor 1 se a variedade i de cana plantada no talhão j no mês m for colhida com desvio d do seu pico de maturação, 0 caso contrário;
- p_{iid} : produtividade da variedade i na primeira colheita (em t/ha);
- i_j^0 : variedade i selecionada para ser plantada no talhão j ;
- t_j^0 : mês de plantio da cana-de-açúcar no talhão j ;
- t_j^1 : mês de colheita da cana-de-açúcar no talhão j ;
- d_j : desvio da data de colheita no talhão j ;
- q_m : produtividade da colheita no mês m (em t);
- q^T : produtividade total da colheita (em t);
- x_{crm}^C : quantidade da *commodity* c produzida a partir do recurso r no mês m (em t/t ou m^3/t);
- x_{erm}^E : quantidade da energia e , para atender a demanda interna, produzida a partir do

- recurso r no mês m (em MW/t);
- d_{em}^E : demanda interna da energia e no mês m necessária para a produção sucroenergética (em MW);
- d_{1m}^E : demanda interna de energia térmica no mês m (em MW);
- d_{2m}^E : demanda interna de energia mecânica no mês m (em MW);
- d_{3m}^E : demanda interna de energia elétrica no mês m (em MW);
- x_{rcm}^R : quantidade do recurso r necessária para produzir a *commodity* c no mês m (em t);
- x_{ecm}^{RE} : quantidade do recurso r necessária para produzir a energia e no mês m para atender a demanda interna da usina (em t);
- x_c^T : quantidade total da *commodity* c produzida (em t ou m³);
- x_e^{ET} : quantidade total de energia e produzida (em MW);
- x_{2em}^{RE} : quantidade do recurso bagaço necessária para produzir a energia e para atender a demanda interna no mês m (em t);
- x_{1em}^{RE} : quantidade do recurso biomassa necessária para produzir a energia e para atender a demanda interna no mês m (em t);
- d_e^{ET} : demanda total da energia e necessária na produção sucroenergética (em MW);
- x_{rc}^{RT} : quantidade total do recurso r necessário para produzir cada *commodity* c (em t);
- x_{re}^{RET} : quantidade total do recurso r necessário para produzir cada energia e (em t);

Modelo matemático proposto

$$\max \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} P_{ild} \cdot L_j \cdot t_{ijmd} \quad (1)$$

Sujeito à

$$\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} x_{ijh} = 1 \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{h \in H} L_j \cdot x_{ijh} \leq 0,15 \cdot \sum_{j \in J} L_j \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$i_j^0 = \sum_{i \in I_1} \sum_{h \in H_1} i \cdot x_{ijh} + \sum_{i \in I_2} \sum_{h \in H_2} i \cdot x_{ijh} \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijh} \leq F_h^{TRA} \quad \forall h \in H \quad (5)$$

$$t_j^0 = \sum_{i \in I_1} \sum_{h \in H_1} h \cdot x_{ijh} + \sum_{i \in I_2} \sum_{h \in H_2} h \cdot x_{ijh} \quad \forall j \in J \quad (6)$$

$$i_j^0 = \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} i \cdot t_{ijmd} \quad \forall j \in J \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} t_{ijmd} = 1 \quad \forall j \in J \quad (8)$$

$$t_j^1 = t_j^0 + \sum_{i \in I_1} \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} (18 + d) \cdot t_{ijmd} + \sum_{i \in I_2} \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} (12 + d) \cdot t_{ijmd} \quad \forall j \in J \quad (9)$$

$$t_j^1 = \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} (m \cdot t_{ijmd}) + 12 \quad \forall j \in J \quad (10)$$

$$d_j = \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{d \in D} d \cdot t_{ijmd} \quad \forall j \in J \quad (11)$$

$$q_m = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{d \in D} p_{i1d} \cdot L_j \cdot t_{ijmd} \quad \forall m \in M \quad (12)$$

$$Dem_m \leq q_m \leq Q_m^{Cmoa} \quad \forall m \in M \quad (13)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{h \in H} p_{i0} \cdot L_j \cdot x_{ijh} \geq \frac{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} p_{i0} \cdot L_j}{|I| \cdot |J|} \quad \forall j \in J \quad (14)$$

$$q^T = \sum_{m \in M} q_m \quad (15)$$

$$\sum_{c \in C} \sum_{r \in R_1} x_{crm}^C \geq D_{cm}^C \quad \forall m \in M \quad (16)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{r \in R_2} x_{erm}^E \geq D_{em}^E \quad \forall m \in M \quad (17)$$

$$d_{1m}^E = \sum_{c \in C} \sum_{r \in R_1} Q_{crm}^{ET} \cdot x_{crm}^C \quad \forall m \in M \quad (18)$$

$$d_{2m}^E = Q_m^{Mmoa} \cdot q_m \quad \forall m \in M \quad (19)$$

$$d_{3m}^E = (Q_m^{Erec} + Q_m^{Emoa}) \cdot q_m + \sum_{c \in C} \sum_{r \in R_1} Q_{crm}^E \cdot x_{crm}^C + D_m^{Eaux} \quad \forall m \in M \quad (20)$$

$$x_{crm}^C = x_{rcm}^R \cdot \eta_{rc}^R \quad \forall c \in C; \forall r \in R_1 \quad (21)$$

$$x_{erm}^E = x_{rem}^{RE} \cdot \eta_{re}^R \quad \forall e \in E; \forall r \in R_2 \quad (22)$$

$$x_{cm}^T = \sum_{c \in C} \sum_{r \in R_1} x_{crm}^C \quad \forall m \in M \quad (23)$$

$$x_{em}^{ET} = \sum_{e \in E} \sum_{r \in R_2} x_{erm}^E \quad \forall m \in M \quad (24)$$

$$\sum_{c \in C} x_{rcm}^R \leq Q_{rm}^R \cdot q_m \quad \forall r \in R_1; \forall m \in M \quad (25)$$

$$\sum_{e \in E} x_{2em}^{RE} \leq Q_{2m}^R \cdot q_m \quad \forall m \in M \quad (26)$$

$$\sum_{e \in E} x_{1em}^{RE} \leq Q_{1m}^R \cdot q_m \quad \forall m \in M \quad (27)$$

$$Q_{1m}^R \cdot q_m \leq P_m^Q \quad \forall m \in M \quad (28)$$

$$x_{rc}^{RT} = \sum_{c \in C} \sum_{m \in M} x_{rcm}^R \quad \forall r \in R_1 \quad (29)$$

$$x_{re}^{RET} = \sum_{e \in E} \sum_{m \in M} x_{rem}^{RE} \quad \forall r \in R_2 \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & x_{crm}^C, x_{erm}^E, x_c^T, x_e^{ET}, x_{rc}^{RT}, x_{re}^{RET}, x_{rcm}^R, x_{rem}^{RE} \geq 0 \\ & d_e^{ET}, q_m, q^T, p_{i1d}, i_j^0, t_j^0, t_j^1, d_{em}^E \geq 0 \\ & d_j \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \\ & x_{ijh}, t_{ijmd} \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad \begin{aligned} & c \in C; r \in R; e \in E; m \in M \\ & e \in E; m \in M, i \in I; j \in J; d \in D \\ & j \in J \\ & i \in I; j \in J; m \in M; h \in H; d \in D \end{aligned} \quad (31)$$

Em (1) temos a função objetivo do modelo que visa a maximização da produção de sacarose na primeira colheita. De (2) a (6) encontram-se as restrições de seleção e plantio da

cana-de-açúcar. As restrições de (7) a (11) são referentes ao período de colheita da cana. De (12) a (15) estão as restrições de produtividade da sacarose. Em (16) temos as restrições de atendimento da produção mínima das *commodities*. As restrições de (17) a (20) referem-se ao atendimento das demandas energéticas internas para a produção sucroenergética. De (21) a (30) temos as restrições referente aos recursos derivados da cana-de-açúcar. E por fim em (31) encontram-se os domínios de definição das variáveis de decisão do modelo.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

O modelo proposto foi implementado no software IBM ILOG CPLEX Optimization Studio, sendo resolvido pelo solver CPLEX versão 22.1.1. A validação do modelo foi realizada considerando uma planta hipotética com capacidade de moagem de 45.000 toneladas nos meses de colheita. Além disso são consideradas 20 variedades de cana-de-açúcar sendo as variedades de 1 a 14 do tipo “ano e meio” e as variedades de 15 a 20 do tipo “ano”. Os meses considerados para o plantio são os meses de janeiro a abril e os meses setembro e outubro, e para a colheita são considerados os meses de abril a novembro.

A instância testada considera 16 talhões disponíveis para o plantio das variedades de cana e todos com uma área de 20 hectares cada e que serão colhidos levando em conta os desvios do pico de maturação considerados $D = \{-3, \dots, 3\}$. As demandas mínimas de sacarose e de produção mínima das *commodities* nos meses de colheita estão na Tabela 1

TABELA 1 - Demandas e produções mínimas.

Demanda mínima de Sacarose (t)	Produção mínima das <i>commodities</i> (t ou m³)
Dem _{4,5,6,10,11} = 4000	$D_{1m}^C = \{500, 700, 650, 250, 300, 350, 800, 500\}$
Dem _{7,8,9} = 3000	$D_{2m}^C = \{25, 25, 20, 15, 10, 10, 30, 10\}$
	$D_{3m}^C = \{20, 15, 20, 10, 10, 15, 10, 30\}$

Fonte: os autores (2024).

A instância de teste possui um total de 20.221 variáveis (19.856 binárias e 365 contínuas), 535 restrições lineares, 135.541 coeficientes diferentes de zero. A solução foi obtida após 31.154 iterações com um GAP de 0% e um tempo de processamento de 39,09 segundos.

A Figura 1 apresenta o planejamento do plantio e de colheita obtido.

FIGURA 1 - Planejamento ideal de plantio e colheita da cana-de-çáúcar

Meses de plantio						Meses de colheita							
Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Set.	Out.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.
j = 4 i = 10	j = 1 i = 14	j = 6 i = 5	j = 12 i = 14	j = 7 i = 15	j = 2 i = 20	j = 5 i = 7 d = -3	j = 1 i = 14 d = -3	j = 3 i = 10 d = -2	j = 7 i = 15 d = -2	j = 9 i = 5 d = -1	j = 6 i = 5 d = 0	j = 2 i = 20 d = 0	j = 12 i = 14 d = 1
j = 5 i = 7	j = 3 i = 10	j = 9 i = 5		j = 10 i = 15	j = 8 i = 20	j = 11 i = 7 d = -3	j = 13 i = 11 d = -3	j = 4 i = 10 d = -1	j = 10 i = 15 d = -2			j = 8 i = 20 d = 0	j = 16 i = 17 d = 1
j = 11 i = 7	j = 13 i = 11				j = 15 i = 17							j = 15 i = 17 d = 0	
	j = 14 i = 11				j = 16 i = 17		j = 14 i = 11 d = -3						

Fonte: os autores (2024).

Na Figura 1 podemos observar quais foram os meses selecionados para que ocorresse o plantio e também podemos notar quais talhões e variedades foram selecionados, por exemplo: no mês de janeiro um dos talhões selecionados para o plantio foi o talhão $j = 4$ e nele foi plantada a variedade de cana-de-açúcar $i = 10$. O mesmo pode ser observado para o planejamento da colheita, por exemplo: no mês de outubro, um dos talhões selecionados para a colheita foi o talhão $j = 8$ que foi plantado com a variedade de cana $i = 20$ e colhido com um desvio $d = 0$ do seu pico de maturação.

É importante dizer que 4 talhões foram colhidos com o desvio considerado ótimo para colheita ($d = 0$), dos 16 talhões disponíveis para colheita. Obtivemos também 5 talhões colhidos três meses antes do pico de maturação ($d = -3$), 4 talhões colhidos dois meses antes ($d = -2$), 1 talhão colhido um mês antes ($d = -1$) e finalmente 2 talhões colhidos um mês depois ($d = 1$).

A seguir são apresentados os resultados obtidos para o planejamento da produção sucroenergética além do valor obtido para a função objetivo do modelo proposto. Os resultados obtidos para cada *commodity* (açúcar VHP, etanol anidro, etanol hidratado) e para cada tipo de energia interna (térmica, mecânica, elétrica) produzidas podem ser observados na Tabela 2.

TABELA 2 - Resultados obtidos para o planejamento da produção

Função Objetivo: 41.316,4728 toneladas								
Variáveis de decisão	Meses de colheita							
	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.
q_m (t)	4.631,5	6.292,6	5.350	4.795,7	3.219,8	3.300	8.282	5.344,9
x_{cm}^T c = 1	550	700	650	250	300	350	800	500
(t ou m ³) c = 2	25	25	20	15	10	10	30	10
c = 3	20	15	20	10	10	15	10	30

x_{em}^{ET} (MW)	e = 1	2.690,9	3.656	3.108,3	2.786,3	1.870,7	1.917,3	4.869,9	3.105,4
	e = 2	50,947	69,218	58,85	52,752	35,418	36,3	92,202	58,794
	e = 3	3.082,1	4.187,5	3.560,2	3.191,4	2.142,7	2.196	5.577,9	3.556,8

Fonte: os autores (2024).

Interpretando os resultados da Tabela 2 podemos perceber que com o planejamento do plantio e colheita a função objetivo atinge o valor de 41.316,4728 toneladas de cana-de-açúcar colhidas e com essa quantidade foi possível produzir as *commodities* a fim de satisfazer as produções mínimas das mesmas e também é possível obter os valores das energias internas necessários para o funcionamento da planta agroindustrial.

Na Tabela 3 são apresentados os totais produzidos de cada *commodity* e cada energia interna que foram produzidas a partir de cada recurso (biomassa, bagaço, caldo, melaço) disponível.

TABELA 3 - Totais produzidos de cada *commodity* e cada energia a partir do recurso r .

Variáveis de decisão			Meses de colheita							
			Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.
x_{cm}^C (t/t ou m³/t)	r = 3	c = 1	550	700	650	250	300	350	800	500
		c = 2	0	0	0	0	0	0	0	0
		c = 3	7,5694	0	0	0,01	0	0,01	0	5,9722
	r = 4	c = 1	0	0	0	0	0	0	0	0
		c = 2	25	25	20	15	10	10	30	10
		c = 3	12,431	15	20	9,99	10	14,99	10	24,028
x_{em}^{ET} (MW/t)	r = 1	e = 1	2.690,9	3.656	3.108,3	2.786,3	1.870,7	1.917,3	4.869,9	3.105,5
		e = 2	0	0	0	0	0	0	0	0
		e = 3	0	0	0	0	0	0	0	0
	r = 2	e = 1	0	0	0	0	0	0	0	0
		e = 2	50,947	69,218	58,85	52,752	35,418	36,3	92,202	58,794
		e = 3	3.082,1	4.187,5	3.560,2	3.191,4	2.142,7	2.196	5.577,9	3.556,8

Fonte: os autores (2024).

Por meio dos dados da Tabela 3 podemos perceber que a *commodity* açúcar VHP ($c = 1$) foi produzida em sua totalidade por meio da utilização do recurso caldo ($r = 3$), já a *commodity* etanol anidro ($c = 2$) foi produzido totalmente por meio do recurso melaço ($r = 4$), apenas a *commodity* etanol hidratado ($c = 3$), que em alguns meses específicos como abril ($m = 4$) por exemplo, utilizou ambos os recursos em sua produção. Podemos analisar também que a produção da energia térmica ($e = 1$) foi realizada totalmente utilizando o recurso biomassa ($r = 1$), já a utilização do recurso bagaço ($r = 2$) se dividiu na produção das energias mecânica ($e = 2$) e elétrica ($e = 3$).

Outro resultado importante obtido é que todas as demandas energéticas internas foram supridas, ocorrendo excedentes na produção de energia térmica e elétrica, apenas a energia mecânica ficou igualada a demanda sem geração de excedentes. Além disso também é possível saber que para realizar o planejamento da produção foram necessários 5.784,3 toneladas de biomassa, 11.568,9 toneladas de bagaço, 24.241,29 toneladas de caldo e 533,55 toneladas de melaço residual.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo matemático proposto neste trabalho mostra-se promissor, pois, a partir das análises efetuadas nos resultados obtidos é possível realizar um cronograma de plantio e colheita considerando as variedades de cana-de-açúcar disponíveis e assim maximizar a produção de sacarose na etapa de colheita respeitando todas as exigências de instalação e produção da usina e assim realizando também o planejamento da produção. Para trabalhos futuros se faz necessário a realização de testes numéricos com instâncias maiores.

AGRADECIMENTO

Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Programa de Demanda Social (CAPES – DS) pela bolsa de mestrado (Processo número: 88887.489834/2020-00), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ (Processos no 314711/2020-1 e 316787/2023-0) e a Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de São Paulo - Fapesp (Processos no 2013/07375-0 e 2022/05803-3).

REFERÊNCIAS

- ALIANO FILHO, A.; MELO, T.; PATO, M. V. A bi-objective mathematical model for integrated planning of sugarcane harvesting and transport operations. **Computers & Operations Research**, v. 134, p. 105419, 2021.
- ALIANO FILHO, A.; OLIVEIRA, W. A.; MELO, T. Multi-objective optimization for integrated sugarcane cultivation and harvesting planning. **European Journal of Operational Research**, v. 309, n. 1, p. 330-344, 2023.
- CARVALHO JUNIOR, Cícero Pereira. **Modelo de otimização ao balanço econômico da cogeração de energia, produção de etanol e açúcar na indústria canavieira**. 95f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.
- CHAVEZ, M. M. M. et al. Multiobjective stochastic scheduling of upstream operations in a sustainable sugarcane supply chain. **Journal of Cleaner Production**, v. 276, p. 123305, 2020.
- CONAB (2021). Companhia Nacional de Abastecimento - **Acompanhamento da safra brasileira - cana-de-açúcar, v. 7 - SAFRA 2024/25 - n. 1 - Primeiro levantamento**. Disponível em: <https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/cana/boletim-da-safra-de-cana-de-acucar>. Acesso em 03 jul. 2024.
- FLORENTINO, H. O.; PATO, M. V. A bi-objective genetic approach for the selection of sugarcane varieties to comply with environmental and economic requirements. **Journal of the Operational Research Society**, v. 65, n. 6, p. 842-854, 2014.
- FLORENTINO, H. O. et al. A multiple objective methodology for sugarcane harvest management with varying maturation periods. **Annals of Operations Research**, v. 267, p. 153-177, 2018.
- FLORENTINO, H. O. et al. An optimization model for combined selecting, planting and harvesting sugarcane varieties. **Annals of Operations Research**, p. 1-19, 2020.
- GARCIA, D. F. **Modelo de otimização para o planejamento da coleta da biomassa visando a cogeração de energia e produção em uma indústria sucroenergética**. 84 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Bauru, 2021.
- GARCIA, D. F.; SOLER, E. M.; BALBO, A. R. Modelo matemático para o planejamento da produção e coleta de biomassa para cogeração em usinas sucroenergéticas. **Energia na Agricultura**, v. 37, n. 1, p. 9-19, 2022.
- JENA, S. D.; POGGI, M. Harvest planning in the Brazilian sugar cane industry via mixed integer programming. **European Journal of Operational Research**, v. 230, n. 2, p. 374-384, 2013.

JUNQUEIRA, R. Á. R.; MORABITO, R. Modeling and solving a sugarcane harvest front scheduling problem. **International Journal of Production Economics**, v. 213, p. 150-160, 2019.

KATAKOJWALA, R. et al. Valorization of sugarcane waste: prospects of a biorefinery. In: Industrial and municipal sludge. **Butterworth-Heinemann**, 2019. p. 47-60.

LAMSAL, K.; JONES, P. C.; THOMAS, B. W. Sugarcane harvest logistics in Brazil. **Transportation Science**, v. 51, n. 2, p. 771-789, 2017.

LOZANO, M. A. et al. Optimal modes of operation and product cost allocation in sugarcane steam cogeneration plants. **Thermal Science and Engineering Progress**, p. 102686, 2024.

NEVES, M. Fava; KALAKI, R. B. Bioenergy from sugarcane. **Socicana**, 151 p., 2020.

PIEWTHONGNGAM, K.; PATHUMNAKUL, S.; SETTHANAN, K. Application of crop growth simulation and mathematical modeling to supply chain management in the Thai sugar industry. **Agricultural Systems**, v. 102, n. 1-3, p. 58-66, 2009.

POLTRONIERE, S. C. et al. Integrated planning for planting and harvesting sugarcane and energy-cane for the production of sucrose and energy. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 184, p. 105956, 2021.

SANTOS, F. et al. By-products of the sugarcane industry. In: **Sugarcane biorefinery, technology and perspectives**. Academic Press, 2020. p. 21-48.

TEIXEIRA, E. S. et al. A review of mathematical optimization models applied to the sugarcane supply chain. **International Transactions in Operational Research**, v. 30, n. 4, p. 1755-1788, 2023.