



De 11 a 14 - NOVEMBRO DE 2024

**Inteligência Artificial
na Gestão de Operações:**
Limitações e possibilidades



MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA OTIMIZAÇÃO DA MANUTENÇÃO PREVENTIVA

MARCELA ROCHA SOUZA - marcela.r.souza@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

LAÍS GONÇALVES VIANA – lais.viana@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

HELEN VITALINE DE CASTRO SANTOS - helen.castro@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

THIAGO HENRIQUE NOGUEIRA - thiagoh.nogueira@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

LARISSA SOUSA CAMPOS - larissa.sousa@ufv.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA – UFV – CAMPUS RIO PARANAÍBA

ÁREA: 3. PESQUISA OPERACIONAL

SUBÁREA: 3.1 - MODELAGEM, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO

RESUMO: A MANUTENÇÃO É CRUCIAL PARA GARANTIR O FUNCIONAMENTO ADEQUADO DE EQUIPAMENTOS, MÁQUINAS E SISTEMAS, ENGLOBANDO ATIVIDADES PREVENTIVAS, CORRETIVAS E PREDITIVAS. A MANUTENÇÃO PREVENTIVA, EM PARTICULAR, É VITAL PARA IDENTIFICAR E CORRIGIR PROBLEMAS ANTES QUE SE TORNEM GRAVES E ONEROSOS, PROLONGANDO A VIDA ÚTIL DOS EQUIPAMENTOS, MELHORANDO A SEGURANÇA OPERACIONAL E MINIMIZANDO O TEMPO DE INATIVIDADE. DECIDIR SOBRE INVESTIMENTOS EM MANUTENÇÃO PREVENTIVA OU CORRETIVA ENVOLVE DESAFIOS, INCLUINDO RISCOS DE FALHAS, CUSTOS DE MANUTENÇÃO E PERDA DE PRODUÇÃO. A PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA (PLIM) OFERECE UMA ABORDAGEM EFICIENTE PARA ESSA TOMADA DE DECISÃO, OTIMIZANDO A GESTÃO E A ALOCAÇÃO DE RECURSOS PARA MANUTENÇÃO. A PLIM PERMITE UMA ANÁLISE PRECISA E UMA MODELAGEM MATEMÁTICA RIGOROSA, PROPORCIONANDO BENEFÍCIOS SIGNIFICATIVOS PARA AS EMPRESAS AO APRIMORAR A EFICIÊNCIA OPERACIONAL E REDUZIR CUSTOS.

PALAVRAS-CHAVES: MANUTENÇÃO PREVENTIVA; PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA; OTIMIZAÇÃO; GESTÃO DE RECURSOS

1. INTRODUÇÃO

Uma manutenção se caracteriza como um conjunto de atividades que são realizadas em equipamentos, máquinas ou sistemas com o objetivo de reparar e garantir sua disponibilidade para uso (DE JONGE, 2020). Existem vários tipos de manutenções, que podem ser aplicadas de acordo com as necessidades destes equipamentos ou sistemas (CACKOWIEC, 2019). Ainda segundo o autor, alguns dos tipos mais comuns podem ser identificados como manutenção preventiva, manutenção corretiva e manutenção preditiva. Todas elas têm sua importância, pois garantem a operação segura, podem minimizar os custos e ainda evitam tempo de inatividade não programado (ZHU, 2021).

Quando se trata de uma manutenção corretiva, a mesma pode e deve ser aplicada após a ocorrência de falhas ou defeitos, ela tem como objetivo restabelecer as condições normais de operação de um dito equipamento ou sistema (SOUZA, 2022). Já a manutenção preventiva é realizada com o intuito de evitar falhas futuras, por meio da inspeção, limpeza, lubrificação ou substituição de peças antes mesmo que elas possam vir a apresentar defeitos (CHENG, 2020). O autor ainda ressalta que essa manutenção é planejada com antecedência e pode reduzir o custo total de manutenções a longo prazo. Por fim, a manutenção preditiva é realizada com base em indicadores de desempenho ou condições de operação, como vibrações, temperaturas ou ruídos (ZONTA, 2020).

O artigo escolhido denominado “Um modelo de programação linear inteira para a tomada de decisão de manutenção preventiva” aborda o problema de tomada de decisão dos gerentes em relação aos investimentos em manutenção preventiva ou corretiva. Muitas empresas enfrentam o desafio de alocar orçamentos insuficientes para uma manutenção preventiva adequada, o que pode levar a falhas nos equipamentos, custos de manutenção mais elevados, perda de produção e danos à reputação da empresa (WOLSEY, 1998). O estudo utiliza um modelo de programação linear inteira, uma abordagem abrangente para a resolução de problemas de otimização, que oferece uma estrutura matemática eficiente para lidar com as restrições e objetivos conflitantes do problema. Essa técnica é amplamente aplicada em diversas áreas, como produção, transporte e distribuição, para auxiliar na tomada de decisões complexas que envolvem múltiplas alternativas (BERTSIMAS; FREUND, 2004).

Ademais, os autores utilizaram a programação linear inteira (PLI), aplicando-a na tomada de decisão que os gerentes enfrentam, em realizar ou não a manutenção preventiva em dado equipamento, em função do orçamento delimitado para a manutenção. A estruturação desse modelo ocorreu mediante a uma análise de risco, através do desenvolvimento de uma árvore de decisão relacionado ao problema, que será empregado baseado em dados coletados de equipamentos em um Terminal Logístico de Açúcar.

Tendo isso em vista, o objetivo do artigo atual é aplicar a programação linear inteira mista aos dados utilizados por Picanço et al. (2015) com o objetivo de minimizar os custos de manutenção e auxiliar na tomada de decisão sobre a realização ou não da manutenção preventiva em determinado item, considerando restrições orçamentárias.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Gestão da manutenção preventiva

A gestão da manutenção visa garantir a disponibilidade e a confiabilidade dos equipamentos, reduzir os custos operacionais e prolongar a vida útil dos insumos e equipamentos (Bertling, 2002). Para alcançar esses objetivos, muitas organizações têm recorrido a modelos matemáticos para planejar e otimizar as atividades do ramo (Kamel, 2020). Esses modelos permitem a identificação de oportunidades para melhorar a eficiência das atividades de manutenção, reduzir os custos e aumentar a disponibilidade dos equipamentos.

Além disso, permitem uma análise de diferentes cenários com tomada de decisões mais informadas e precisas, considerando fatores como a criticidade dos equipamentos, a disponibilidade de recursos e o impacto financeiro das decisões de manutenção (Kolus, 2020).

A escolha do modelo matemático adequado para resolver problemas de manutenção preventiva é crucial para garantir a disponibilidade, confiabilidade e eficiência dos equipamentos em uma organização (Hong, 2012). Dentre os modelos disponíveis, a programação linear inteira, a simulação, a manutenção baseada em condição e a programação dinâmica são algumas das opções mais comuns (Meyer). Em geral, uma abordagem mista que combine diferentes modelos matemáticos pode ser a mais adequada para resolver problemas de manutenção preventiva de maneira eficiente e eficaz (Chansombat, 2019).

2.2 Modelos aplicáveis à manutenção preventiva

Diversos pesquisadores têm se dedicado ao estudo do planejamento de manutenção preventiva, Das et al. (2007) sugeriram um modelo utilizado em sistemas de manufatura, considerando confiabilidade das máquinas e a alocação eficiente dos recursos. Já o estudo de Kay (1976), utilizou uma distribuição de Weibull para representar o tempo médio até a falha (MTTF) de um equipamento em um modelo de manutenção. Sachdeva et al (2008), desenvolveu um modelo de estrutura de otimização multicritério para definir um período ótimo de manutenção, levando em consideração variáveis como: ociosidade de máquinas, custos de manutenção e custos do ciclo de vida dos equipamentos. Picanço et al (2015), por outro lado sugeriu um modelo de PLI para tomada de decisão de manutenção considerando restrições de orçamento, o modelo foi construído em base de uma árvore de decisão.

Grigoriev et al (2006), estudaram o Problema de Manutenção Periódica (PMP), que o intuito era buscar minimizar os custos operacionais e de serviço por meio de uma programação cíclica de manutenção. Os autores com este estudo propõem diferentes modelos para abordar o PMP de formas distintas e calcular soluções ótimas. Na abordagem de problemas de Programação Linear Inteira (PLI), destaca-se o modelo utilizado por Manzini et al (2015), que foi utilizado um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), com restrições de custo, confiabilidade e recursos para definir o planejamento de manutenção preventiva. Esse modelo se adequa perfeitamente à proposta do trabalho em estudo, sendo este o escolhido para alinhamento de ideias.

2.3 Modelagem mista e programação linear inteira binária

A modelagem mista é uma abordagem que combina diferentes técnicas e modelos matemáticos para resolver um problema de maneira mais eficiente e precisa (Mcculloch, 2004). Essa modelagem é frequentemente usada em problemas complexos que envolvem múltiplos fatores e restrições, como problemas de manutenção preventiva, planejamento de produção e gestão de cadeia de suprimentos (Yang, 2014). Já os modelos de programação linear binária demonstraram sucesso na otimização da tomada de decisões em vários domínios (Verwer, 2019). Por meio de sua versatilidade e capacidade de lidar com variáveis de decisão binárias, a programação linear binária provou ser uma ferramenta valiosa para aprimorar os processos de tomada de decisão (Wagner 2018).

Sendo assim, a modelagem mista e a programação linear inteira binária são técnicas matemáticas que podem ser aplicadas para resolver problemas de decisão relacionados à manutenção preventiva (Chansombat, 2019). O autor ainda cita que esses modelos combinam elementos de programação linear e inteira para permitir a otimização de atividades e levam em consideração limitações como recursos disponíveis, custos de manutenção e prioridades de equipamentos críticos. A utilização dessas técnicas pode levar a redução de custos, aumento da

disponibilidade dos equipamentos e otimização da programação de manutenção preventiva, permitindo que as empresas obtenham vantagens competitivas (Manzini, 2015). Portanto, diante das vantagens citadas, o trabalho segue a metodologia observada em Manzini et al (2015).

3. METODOLOGIA

A pesquisa desenvolvida é um estudo comparativo que se baseia nas metodologia desenvolvida por Picanço et al. (2015), no artigo intitulado "Um modelo de programação linear inteira para a tomada de decisão de manutenção preventiva". Tem-se por objetivo a aplicação de outro modelo matemático para questionamento e averiguação dos dados levantados pelo mesmo. Sendo assim, o objetivo central é a construção de um modelo matemático de programação linear inteira mista com variáveis binárias para tomada de decisão para realização da manutenção preventiva. Os dados utilizados serão os mesmos utilizados pelo artigo base, que foram coletados no dia 05 de abril de 2015 por meio de pesquisa documental na empresa escolhida.

Inicialmente, foram levantados os parâmetros: custo, probabilidade de falha e confiabilidade. Em seguida foi aplicado os métodos de modelagem relacionados a programação linear inteira mista que possibilitou a modelagem da função objetivo e restrições do problema. Os resultados serão analisados e comparados com os resultados do artigo base de forma que possibilite a conclusão da usabilidade da pesquisa.

3.1 Modelo

Considere uma lista de N ativos em que é necessário realizar manutenção preventiva para reduzir o risco de falha durante um período Q . Cada ativo i tem um custo de manutenção preventiva P_i . Suponha m um capital disponível para realizar as manutenções, onde m é menor ou igual à soma dos custos de manutenção de todos os ativos ($\sum_{i=1}^N P_i$). O objetivo do estudo consiste em identificar os elementos da lista nos quais devemos concentrar os esforços de manutenção, visando minimizar as perdas esperadas decorrentes de falhas. Nesse processo, levamos em consideração os custos de manutenção, buscando manter-se dentro do limite de orçamento estabelecido em m .

Para cada item i na lista, vamos introduzir uma variável de decisão binária x_i , que estará associada às seguintes ações:

- $x_i = 1$ Realizar a manutenção preventiva no item i .
- $x_i = 0$ Não realizar a manutenção preventiva no item i .

Portanto, temos três estados principais para cada item: OK, FL e FG. As probabilidades de ocorrência desses estados são afetadas pela decisão x_i :

- Estado OK: significa que o item funcionou perfeitamente durante o período considerado.
- Estado FL: significa que o item sofreu uma falha leve, que pode ser consertada com um reparo rápido.
- Estado FG: significa que o item sofreu uma falha grave, que necessitará de um reparo mais complexo.

Nesse contexto, β_{i1} representa a probabilidade de o item i estar funcionando, dado que não foi realizada a manutenção preventiva, e P_{i1} é o prejuízo associado a essa situação, que, na maioria dos casos práticos, é igual a zero. De forma análoga, β_{i2} representa a probabilidade de o item sofrer uma falha leve, dado que não foi feita a manutenção preventiva. Nesse caso, o prejuízo é denotado por P_{i2} . Da mesma forma, β_{i3} representa a probabilidade de o item sofrer uma falha grave, dado que não foi realizada a manutenção preventiva, e o prejuízo nesse caso

é denotado por Pi_3 . O βi_4 representa a probabilidade de o item sofrer uma falha grave, dado que não foi realizada a manutenção preventiva, e o prejuízo nesse caso é denotado por Pi_4 . Da mesma forma, βi_5 representa a probabilidade de o item sofrer uma falha leve, dado que não foi feita a manutenção preventiva e o prejuízo é a denotação de Pi_5 . E por último o, βi_6 é a probabilidade de o item está funcionando, dado que não foi realizada a manutenção preventiva, e Pi_6 é o prejuízo associado a essa situação.

A função objetivo do problema, que descreve o valor esperado do prejuízo, incluindo os custos de manutenção, é descrita como:

$$\text{Min: } E(P(x)) = \sum_{i=1}^N (1 - x_i)(\beta i_1 P i_1 + \beta i_2 P i_2 + \beta i_3 P i_3) + x_i(\beta i_4 P i_4 + \beta i_5 P i_5 + \beta i_6 P i_6)$$

Os parâmetros que foram utilizados consistem em parâmetros de custos referentes ao custo médio por hora de manutenção preventiva, ao custo hora médio de efetuar manutenção corretiva, ao custo hora da parada do sistema produtivo e ao custo médio por hora de intervenções graves e leves

Assim, podemos estabelecer o seguinte problema de programação linear binária, sujeito às restrições de custo:

$\sum_{i=1}^N x_i m_i \leq m$, onde $x_i \in \{0,1\}$. Sendo x_i as variáveis binárias, e m_i o custo de manutenção preventiva no ativo i .

Podemos observar que o modelo proposto é um problema de programação linear inteira mista com N variáveis binárias, $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, e uma restrição. Devido à natureza de planejamento do problema, é possível ter uma maior tolerância em relação ao tempo de solução. Portanto, espera-se que este problema possa ser resolvido em tempo viável utilizando solvers convencionais, como o python.

4. RESULTADOS

4.1 Definição dos parâmetros

O modelo foi utilizado em um cenário real, em um terminal logístico que lida com açúcar, focando em duas categorias de equipamentos, E e B, que possuem características e vida útil semelhantes. Os parâmetros de custo considerados são: o custo médio por hora para manutenção preventiva, o custo médio por hora para manutenção corretiva, o custo por hora quando o sistema de produção é interrompido e o custo médio por hora para intervenções leves e severas.

As intervenções foram classificadas como leves ou severas de acordo com a complexidade das operações de manutenção necessárias. As intervenções leves são aquelas que são de curta duração, requerem menos especialização da mão de obra e geralmente envolvem peças menos críticas. Em contraste, as intervenções severas levam mais tempo, necessitam de mão de obra altamente especializada e frequentemente envolvem a substituição de peças complexas dos equipamentos. Esta classificação de atividades leves e severas foi realizada em colaboração com a empresa em estudo.

Também foram considerados parâmetros de probabilidade, incluindo a probabilidade de falha do item, a probabilidade de operação (confiabilidade) e as probabilidades de falhas leves ou severas. Deve-se também considerar os tempos associados à manutenção de falhas leves e severas, que influenciam os custos de mão de obra e os custos associados à interrupção do sistema. A Tabela 1 mostra os dados coletados sobre os custos de manutenção e parada para os 9 itens analisados, dos quais 3 pertencem ao Grupo E e 6 ao Grupo B.

TABELA 1: Dados coletados acerca do custo de manutenção e parada

Variável	Equipamentos	Custo Hora Preventiva	Tempo da Hora Preventiva	Custo Hora Parada das não programadas
x1	E1	R\$ 66,32	1,89	R\$ 756,63
x2	E2	R\$ 66,32	1,89	R\$ 756,63
x3	E3	R\$ 66,32	1,89	R\$ 756,63
x4	B1	R\$ 139,32	1,02	R\$ 306,85
x5	B2	R\$ 139,32	1,02	R\$ 306,85
x6	B3	R\$ 139,32	1,02	R\$ 306,85
x7	B4	R\$ 139,32	1,02	R\$ 306,85
x8	B5	R\$ 139,32	1,02	R\$ 306,85
x9	B6	R\$ 139,32	1,02	R\$ 306,85

Fonte: Picanço et al. (2015)

Destaca-se que, em um universo de 150 equipamentos presentes no terminal analisado, foram escolhidos 9 equipamentos críticos. Essa seleção foi feita com base em uma análise de criticidade para compor o estudo de caso que serve para validar o modelo. Adicionalmente, foram coletados dados relativos à probabilidade de falhas em intervenções leves e graves, os respectivos custos por hora e o tempo médio de operação para cada tipo de intervenção, conforme apresentado na Tabela 2.

TABELA 2: Dados coletados acerca das intervenções

	Família do item	Probabilidade	Tempo média h	Custo hora médio
Falha Grave	E	0,142857143	11,16	R\$ 519,37
Falha Leve	E	0,857142857	1,258	R\$ 63,24
Falha Grave	B	0,285714286	5,75	R\$ 244,61
Falha Leve	B	0,714285714	1,3	R\$ 118,12

Fonte: Picanço et al. (2015)

Além disso, as informações sobre a confiabilidade e a probabilidade de falha dos itens em estudo foram reunidas, conforme mostrado na Tabela 3

TABELA 3: Dados coletados acerca da confiabilidade e probabilidade de falhas

Equipamentos	Confiabilidade R(t)	Probabilidade de Falhas F(t)
E1	76,71%	23,29%
E2	12,48%	87,52%
E3	62,88%	37,12%
B1	19,34%	80,66%
B2	3,02%	96,98%
B3	55,14%	44,86%
B4	71,65%	28,35%
B5	15,24%	84,76%
B6	63,61%	36,39%

Fonte: Picanço et al. (2015)

Utilizando os dados de custos e tempos da Tabela 1, as informações de probabilidade e tempo da Tabela 2, e os dados de confiabilidade e probabilidade de falha da Tabela 3, foram construídas as matrizes de parâmetros β_{ij} e p_{ij} :

$$\beta_{ij} = \begin{pmatrix} 0,767 & 0,120 & 0,033 & 0,233 & 0,000 & 0,767 \\ 0,125 & 0,750 & 0,125 & 0,875 & 0,000 & 0,125 \\ 0,629 & 0,318 & 0,053 & 0,371 & 0,000 & 0,629 \\ 0,193 & 0,576 & 0,230 & 0,807 & 0,000 & 0,193 \\ 0,030 & 0,693 & 0,277 & 0,970 & 0,000 & 0,030 \\ 0,551 & 0,320 & 0,128 & 0,449 & 0,000 & 0,551 \\ 0,717 & 0,202 & 0,081 & 0,284 & 0,000 & 0,716 \\ 0,152 & 0,605 & 0,242 & 0,848 & 0,000 & 0,152 \\ 0,636 & 0,260 & 0,104 & 0,364 & 0,000 & 0,636 \end{pmatrix}$$

$$\rho_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & R\$ 1.031,40 & R\$ 5.876,99 & R\$ 1.031,40 & R\$ 15.271,59 & R\$ 125,34 \\ 0 & R\$ 1.031,40 & R\$ 5.876,99 & R\$ 1.031,40 & R\$ 15.271,59 & R\$ 125,34 \\ 0 & R\$ 1.031,40 & R\$ 5.876,99 & R\$ 1.031,40 & R\$ 15.271,59 & R\$ 125,34 \\ 0 & R\$ 398,90 & R\$ 3.723,35 & R\$ 465,57 & R\$ 3.723,35 & R\$ 142,11 \\ 0 & R\$ 398,90 & R\$ 3.723,35 & R\$ 465,57 & R\$ 3.723,35 & R\$ 142,11 \\ 0 & R\$ 398,90 & R\$ 3.723,35 & R\$ 465,57 & R\$ 3.723,35 & R\$ 142,11 \\ 0 & R\$ 398,90 & R\$ 3.723,35 & R\$ 465,57 & R\$ 3.723,35 & R\$ 142,11 \\ 0 & R\$ 398,90 & R\$ 3.723,35 & R\$ 465,57 & R\$ 3.723,35 & R\$ 142,11 \\ 0 & R\$ 398,90 & R\$ 3.723,35 & R\$ 465,57 & R\$ 3.723,35 & R\$ 142,11 \end{bmatrix}$$

No parâmetro π_6 está associada apenas a probabilidade de funcionamento do equipamento, portanto, incide apenas sobre os custos de manutenção preventiva. Sendo assim, a matriz π_i é uma matriz coluna de π_6 .

4.2 Comparação de Resultados

Tendo em mente que a pesquisa desenvolvida é um estudo comparativo que se baseia nas metodologia desenvolvida por Picanço et al. (2015), no artigo intitulado "Um modelo de programação linear inteira para a tomada de decisão de manutenção preventiva" serão apresentados os resultados obtidos em ambos os casos e suas devidas comparações.

Para o primeiro caso foram aplicados os dados coletados ao modelo de PLI descrito, considerando a restrição orçamentária de gasto médio com manutenção preventiva (CT_{mi}) de R\$800,00, utilizando o SOLVER do MS Excel.

Foi observado que deve-se fazer manutenção preventiva apenas nos itens E2, B1, B2, B3 e B5. Há o custo médio com manutenção preventiva de R\$693,77 de um orçamento de R\$800,00 com custo esperado de R\$5.088,82 ao mês.

No caso em questão, usando como base os dados previamente coletados pelo artigo foi utilizado uma abordagem levemente diferente da sugerida pelo artigo, sendo ela a programação inteira mista (MILP), essa linguagem é uma extensão da programação linear inteira (ILP) que permite que algumas variáveis sejam contínuas (números reais) e outras sejam binárias (assumindo valores 0 ou 1). Isso proporciona mais flexibilidade na modelagem de problemas, permitindo a representação de decisões binárias, como escolhas de "sim" ou "não", ao lado de variáveis contínuas que representam quantidades ou valores. Além disso, outro ponto importante de diferenciação do artigo base foi a plataforma utilizada para implementação dos códigos, sendo ele realizado em Python.

Em resumo, o código que foi rodado em Python cria um problema de minimização onde a função objetivo é calculada com base em matrizes de probabilidade e preço. Ele busca a combinação de variáveis de decisão que minimizem o prejuízo total, sujeito a uma restrição de

custo total. A restrição limita o custo total a não ultrapassar 800. O código utiliza a biblioteca Pulp para modelar e resolver o problema de otimização. Ele define as variáveis de decisão, a função objetivo, as restrições e, em seguida, resolve o problema.

Sendo assim, foi feita uma comparação dos valores obtidos por meio do código com programação linear inteira mista, juntamente com os valores obtidos através da programação linear inteira:

TABELA 4: Comparação de Resultados para um CT_{mi} de R\$800,00 .

Orçamento	Custo Esperado	CT_{mi}	Comparação de valores
R\$ 800,00	R\$ 5.088,82	R\$ 693,77	(PLI)
R\$ 800,00	R\$ 4.311,18	R\$ 693,77	(PLIM)

Fonte: Autoria Própria

É possível perceber que assim como nos resultados encontrados por Picanço et al. (2015) os itens de manutenção preventiva são os mesmos, sendo eles: E2, B1, B2, B3 e B5. Também há o custo médio com manutenção preventiva de R\$693,77 de um orçamento de R\$800,00. A diferença se encontra no valor de custo esperado para o mês, uma vez que obtivemos um valor de R\$4.311,18, sendo este valor menor do que o encontrado no trabalho de referência.

Acredita-se que o valor de custo esperado possa ter apresentado divergência em relação ao valor do artigo base, devido ao fato de que o Excel Solver e as bibliotecas Python podem usar diferentes algoritmos para resolver problemas de programação linear, o que pode levar a diferenças nos resultados. Mesmo que ambos estejam usando um método de simplex, as implementações podem variar.

O artigo base ainda compara possíveis cenários de resultados perante a variação de orçamento disponível para realização da manutenção preventiva. Observa-se que as variáveis x_4 , x_5 e x_8 , referentes aos equipamentos B1, B2 e B5, respectivamente, são as prioridades na decisão de fazer manutenção preventiva. Isto pode ser explicado por serem os equipamentos que apresentam maior probabilidade de falha. Por outro lado, B4 e E1 (representados pelas variáveis x_7 e x_1 , respectivamente) são os equipamentos com menos prioridades, uma vez que apresentam confiabilidade elevada. Especialmente no caso do equipamento E1, já que vale ressaltar que em nenhum cenário houve a decisão em se realizar a preventiva. Tais resultados foram exatamente iguais para a aplicação em teste neste estudo, como pode ser visualizado na Tabela 4:

TABELA 5: Comparação de Resultados para análise de cenários PLI e PLIM

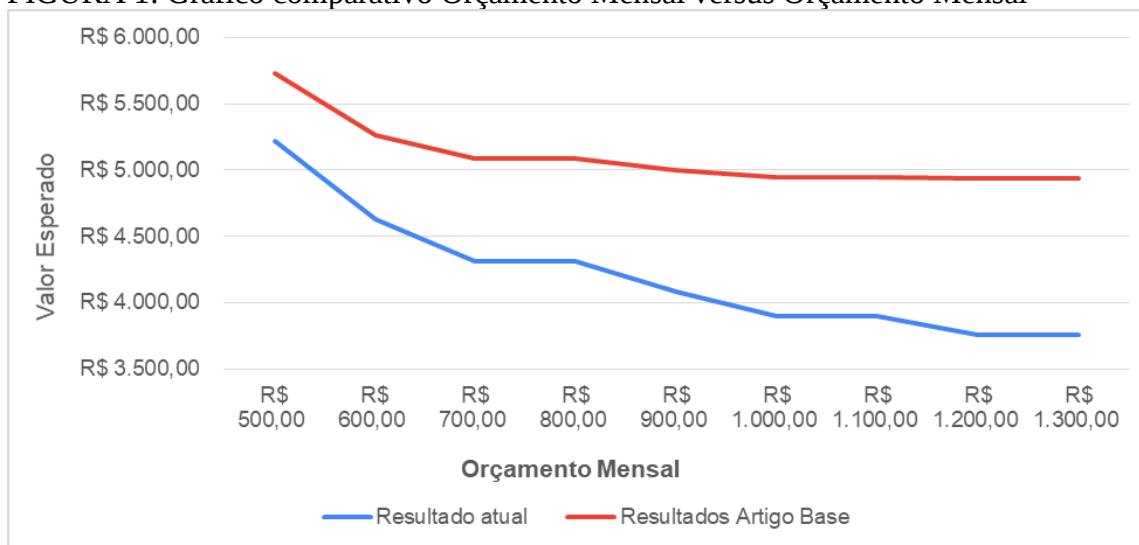
Orçamento	PLI		PLIM		Diferenças Custo Esperado
	Custo Esperado	CT_{mi}	Custo Esperado	CT_{mi}	
R\$ 500,00	R\$ 5.729,40	R\$ 426,32	R\$ 5.218,11	R\$ 426,33	8,9%
R\$ 600,00	R\$ 5.264,55	R\$ 551,66	R\$ 4.628,07	R\$ 551,67	12%
R\$ 700,00	R\$ 5.088,82	R\$ 693,77	R\$ 4.311,18	R\$ 693,78	15,2%
R\$ 800,00	R\$ 5.088,82	R\$ 693,77	R\$ 4.311,18	R\$ 693,77	15,2%
R\$ 900,00	R\$ 4.999,94	R\$ 835,88	R\$ 4.080,09	R\$ 835,89	18,39%
R\$ 1.000,00	R\$ 4.947,14	R\$ 961,22	R\$ 3.902,11	R\$ 961,23	21,12%

R\$ 1.100,00	R\$ 4.947,14	R\$ 961,22	R\$ 3.902,11	R\$ 961,23	21,12%
R\$ 1.200,00	R\$ 4.940,69	R\$ 1.103,33	R\$ 3.753,91	R\$ 1.103,34	24,0%
R\$ 1.300,00	R\$ 4.940,69	R\$ 1.103,33	R\$ 3.753,91	R\$ 1.103,34	24,0%

Fonte: Autoria própria

Entretanto apesar da semelhança nas decisões de tomada de decisão, houve variação do custo esperado para todos os cenários, a variação entre artigo base e estudo atual podem ser visualizados na Figura 1:

FIGURA 1: Gráfico comparativo Orçamento Mensal versus Orçamento Mensal



Fonte: Autoria própria.

Sendo assim, é possível perceber que os resultados obtidos a partir dos dois métodos foram comparados e mostraram uma concordância consistente entre si. Isso indica que tanto o método utilizado no artigo original quanto o novo método aplicado neste estudo produziram resultados consistentes e confiáveis. Essa congruência entre os resultados fortalece a validade e a robustez das conclusões obtidas e destaca a eficácia do novo método empregado neste estudo como uma alternativa viável na análise dos dados apresentados.

5. CONCLUSÃO

O modelo de Programação Linear Inteira Mista (MILP), que permite a coexistência de variáveis contínuas (valores reais) e binárias (valores 0 ou 1), demonstrou ser uma ferramenta valiosa para a decisão de manutenção planejada no contexto da administração de operações industriais e de manutenção. Vale enfatizar que a principal finalidade do modelo construído é aprimorar a gestão e a distribuição de recursos para manutenção. Os resultados indicam que, apesar da simplicidade do modelo, ele requer uma análise precisa para a obtenção dos parâmetros. A determinação das probabilidades e da confiabilidade necessita de um histórico de falhas, bem como dados relativos aos custos de manutenção vinculados à manutenção preventiva, intervenções corretivas leves e severas e o custo médio de paradas. A coleta de dados para o estudo de caso foi relativamente simples, dado que os custos de paradas estão bem estabelecidos contratualmente e devido à presença de um sistema de manutenção informatizado. Contudo, isso não é uma realidade na maioria das indústrias brasileiras. Para futuras investigações, além da Programação Linear Inteira Mista (MILP), várias outras

abordagens podem ser consideradas para tratar problemas de otimização na manutenção de equipamentos, como a utilização de heurísticas de otimização.

REFERÊNCIAS

BERTSIMAS, D., & FREUND, R. M. (2004). "Introduction to linear optimization." **Athena Scientific**

CHENG, Jack CP et al. Data-driven predictive maintenance planning framework for MEP components based on BIM and IoT using machine learning algorithms. **Automation in Construction**, v. 112, p. 103087, 2020.

DE JONGE, Bram; SCARF, Philip A. A review on maintenance optimization. *European journal of operational research*, v. 285, n. 3, p. 805-824, 2020.

SOUZA, Rafael Lucas Costa et al. Robust job-shop scheduling under deterministic and stochastic unavailability constraints due to preventive and corrective maintenance. **Computers & Industrial Engineering**, v. 168, p. 108130, 2022.

WOLSEY, Laurence. (1998). Integer Programming. **Wiley-Interscience**.

ZHU, Haoran et al. Optimisation method of network level pavement maintenance planning based on benefit maximisation subject to budget constraints and a case study. **International Journal of Pavement Engineering**, p. 1-16, 2021.

ZONTA, Tiago et al. Predictive maintenance in the Industry 4.0: A systematic literature review. **Computers & Industrial Engineering**, v. 150, p. 106889, 2020.

WAGNER, H.M., GIGLIO, R.J, GLASER, R.G. Preventive maintenance scheduling by mathematical programming. *Management Science*, v. 10, p. 316–334, USA, 1964.

SACHDEVA, A., et al. Planning and optimizing the maintenance of paper production systems in a paper plant. *Computers & Industrial Engineering*, v. 55, p. 817-829, Elsevier, 200

KAY, E. The effectiveness of preventive maintenance. *International Journal of Production Research*, 14, 329–344, UK, 1976

GRIGORIEV, A., KLUNDERT, J. V., SPIEKSMA, F. C.R., Modeling and solving the periodic maintenance problem. *European Journal of Operations Research*, v. 183, p. 162-180, 2007.

DAS, K., LASHKARI, R. S., SENGUPTA, S. Machine reliability and preventive maintenance planning for cellular manufacturing system. *European Journal of Operations Research*, v. 183, p. 162-180, 2007.

Wagner, B. (2018). "Mathematical optimization for decision-making: The fundamental concepts and methods." *European Journal of Operational Research*, 269(3), 967-973.)

PICANÇO, Ailson R. S., PELEGRINA, G. D., TOREZZAN, C., SILVA, A.L. da. Um modelo de programação linear inteira para a tomada de decisão de manutenção preventiva. XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Pernambuco/PE, 2015.

BERTLING, L. et al. Survey of causes of failures based on statistics and practice for improvements of preventive maintenance plans. In: **14th Power Systems Computation Conference**. 2002. p. 1-7.

KAMEL, Gehad et al. Optimization of a multilevel integrated preventive maintenance scheduling mathematical model using genetic algorithm. **International Journal of Management Science and Engineering Management**, v. 15, n. 4, p. 247-257, 2020.

KOLUS, Ahmet et al. An integrated mathematical model for production scheduling and preventive maintenance planning. **International Journal of Quality & Reliability Management**, v. 37, n. 6/7, p. 925-937, 2020.

HONG, Ding Siew; KAMARUDDIN, Shahrul; AZID, Ishak Abdul. Maintenance policy selection: a review towards building proper selection model. **International Journal of Industrial and Systems Engineering**, v. 10, n. 3, p. 355-375, 2012.

MEYER, Walter J. **Concepts of mathematical modeling**. Courier Corporation, 2004.

CHANSOMBAT, Sirikarn; PONGCHAROEN, Pupong; HICKS, Christian. A mixed-integer linear programming model for integrated production and preventive maintenance scheduling in the capital goods industry. **International Journal of Production Research**, v. 57, n. 1, p. 61-82, 2019.

MCCULLOCH, Charles E.; SEARLE, Shayle R. **Generalized, linear, and mixed models**. John Wiley & Sons, 2004.

YANG, Jian et al. Advantages and pitfalls in the application of mixed-model association methods. **Nature genetics**, v. 46, n. 2, p. 100-106, 2014.

VERWER, Sicco; ZHANG, Yingqian. Aprendendo árvores de classificação ótima usando uma formulação de programa linear binário. In: **Anais da Conferência AAAI sobre Inteligência Artificial**. 2019. pág. 1625-1632.

CHANSOMBAT, Sirikarn; PONGCHAROEN, Pupong; HICKS, Christian. A mixed-integer linear programming model for integrated production and preventive maintenance scheduling in the capital goods industry. **International Journal of Production Research**, v. 57, n. 1, p. 61-82, 2019.

MANZINI, Riccardo et al. The scheduling of maintenance. A resource-constraints mixed integer linear programming model. **Computers & Industrial Engineering**, v. 87, p. 561-568, 2015.