



MARKOWITZ E DEA: UMA ABORDAGEM MULTIMETODOLÓGICA PARA SELEÇÃO DE ATIVOS NEGOCIADOS NA B3

Raffaella Regueira de Oliveira - raffaella_regueira@id.uff.br
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE - UFF

Wagner dos Anjos Carvalho – wagnerc@id.uff.br
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE - UFF

Erika Burkowski - erikab@id.uff.br
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE - UFF

Oswaldo Luiz Gonçalves Quelhas - osvaldoquelhas@id.uff.br
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE - UFF

ÁREA: 7. ENGENHARIA ECONÔMICA
SUBÁREA: 7.3 - GESTÃO DE INVESTIMENTOS

RESUMO: A SELEÇÃO DE ATIVOS PARA A CONSTRUÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO NO MERCADO DE AÇÕES E O CONHECIMENTO DA EFICIÊNCIA DESTES SÃO DE EXTREMA IMPORTÂNCIA PARA ORIENTAR A TOMADA DE DECISÃO DE INVESTIDORES. PARA TANTO, O OBJETIVO DESTES ARTIGO É ANALISAR A APLICAÇÃO INTEGRADA DOS MÉTODOS DE DIVERSIFICAÇÃO DE CARTEIRAS DE MARKOWITZ E A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA) PARA OTIMIZAÇÃO DA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS COMPOSTA PELOS ATIVOS DO SEGMENTO DE PRODUTOS DIVERSOS COMERCIALIZADOS NA B3. PARA A ELABORAÇÃO DESTES ESTUDO DE CASO FOI SELECIONADO O SEGMENTO DE PRODUTOS DIVERSOS, DO SUBSETOR DE COMÉRCIO, PERTENCENTE AO SETOR DE CONSUMO CÍCLICO DA B3. A APLICAÇÃO DO MÉTODO MARKOWITZ BUSCOU CONSTRUIR UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS QUE MAXIMIZASSE O RETORNO ESPERADO, MINIMIZANDO O RISCO A PARTIR DE INFORMAÇÕES DO MERCADO E O MÉTODO DEA ANALISOU A EFICIÊNCIA DAS AÇÕES CONSIDERANDO OS INPUTS E OUTPUTS SELECIONADOS. DESSA FORMA, TORNA-SE POSSÍVEL IDENTIFICAR O MÉTODO DEA COMO UMA ABORDAGEM ALTERNATIVA E COMPLEMENTAR AO MÉTODO DESENVOLVIDO POR MARKOWITZ PARA A REALIZAÇÃO DE ANÁLISE FUNDAMENTALISTA DE UMA EMPRESA.

PALAVRAS-CHAVES: TEORIA DE MARKOWITZ; DEA; B3; GESTÃO DE INVESTIMENTOS; PESQUISA OPERACIONAL.

1. INTRODUÇÃO

A análise da eficiência dentro das organizações e os indicadores de análise financeiras tem caráter fundamental na tomada de decisão operacional e estratégica das empresas. Frente ao desafio da melhoria contínua, o monitoramento e o controle de eficiência dos processos é uma forma importante de verificação da performance da empresa, bem como fonte de fatos e dados para a tomada de ações corretivas e tratamentos de desvios de rota. A avaliação em caráter relativo, ou seja, comparativamente ao resultado das demais unidades é medida fundamental em um ambiente competitivo (Stefanello et al., 2011).

Diante do desafio da escolha de uma carteira de ativos, a diversificação e o acompanhamento contínuo sobre as variações de mercado é muito importante que as fontes de dados para o processo de tomada de decisão sejam os mais realista possível e extraídos de fontes confiáveis de informação.

A teoria base da seleção de portfólio teve início com Markowitz (1952). O economista Harry Markowitz desenvolveu, através da aplicação de programação quadrática a carteiras de ativos, um processo de otimização que permite a minimização do seu risco para um determinado nível de retorno. Ao se realizar o processo para vários níveis de retorno, cria-se a denominada curva de Markowitz que determina a fronteira. O investimento em ações tornou-se uma excelente alternativa de diversificação para os investidores, demonstrando a boa avaliação através de portfólios financeiros. Markowitz foi laureado com o Prêmio Nobel de Ciências Econômicas em 1990 com essa teoria.

O trabalho de Markowitz (1952) na seleção de carteiras eficientes alinha risco e retorno estimulando o desenvolvimento de vários outros modelos de seleção de carteiras. Vale citar que a respectiva seleção mostra que o investidor diversifica a carteira, pois faz correlação negativa escolhendo o ativo, com isso reduz, ou elimina o risco.

FIGURA 1 - Mapa Mental



Fonte: Autores (2024)

A avaliação em caráter relativo, ou seja, comparativamente ao resultado das demais unidades é medida fundamental em um ambiente competitivo (Stefanello et al., 2011). Neste contexto, a Análise por Envoltória de Dados (em inglês Data Envelopment Analysis - DEA) se mostra uma importante ferramenta de apoio aos gestores na tomada de decisão do negócio (Bezerra et al., 2021).

A DEA foi desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978 e desde então se tornou utilizada para cálculo de eficiência em diversos contextos, de forma a determinar a eficiência relativa entre as unidades estudadas, identificando quando unidades tem maior capacidade de transformar seus insumos em produtos com o máximo de produtividade possível (Mariano et al., 2006).

A premissa fundamental utilizada na técnica DEA é de que se uma determinada unidade avaliada é capaz de produzir X unidades de produto utilizando Y unidades de insumos, assim, outras unidades com as mesmas características poderiam produzir o mesmo, caso elas estejam operando de forma eficiente (Casado, 2007).

A técnica é utilizada em estudos comparativos para comparar unidades produtivas ou Decision Making Units [DMUs], que empregam processos e níveis de tecnologia semelhantes, para transformar múltiplos *inputs* (entradas) em múltiplos *outputs* (saídas), definindo uma fronteira de produção para avaliar a eficiência relativa dos planos de operação executados para as unidades que mais efetivas, definindo o que pode ser usado como referência para o estabelecimento de metas eficientes por unidade, visando a melhoria de performance da organização estudada (Casado, 2007).

Dessa forma, o objetivo deste artigo é explorar a aplicação do método de Diversificação de Carteiras de Markowitz, integrando com a Análise Envoltória de Dados (DEA) para otimizar a composição de carteiras de investimentos e avaliar a eficiência e performance dos ativos.

A estrutura do presente estudo é composta desta seção 1 que aborda a Introdução; a seção 2 que apresenta uma revisão da literatura; a Seção 3, onde descreve-se a metodologia adotada, a seção 4 que engloba a análise dos resultados obtidos por meio da aplicação dos métodos. Por fim, a seção 5 encerra o estudo com as conclusões.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Por se tratar de um modelo de programação quadrática, foco de estudos da área de Pesquisa Operacional, é possível estruturar a função principal do modelo como uma função

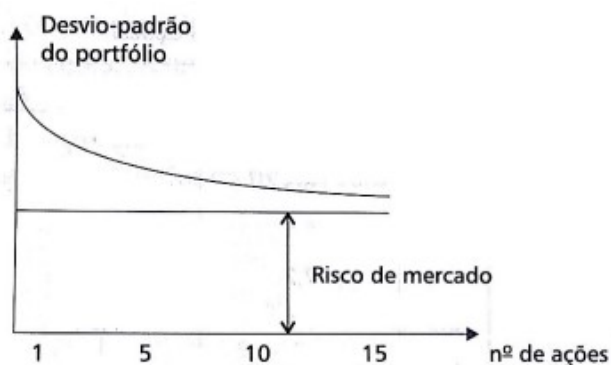
objetivo. Esta função deverá ser de maximização ou de minimização, ao passo que as variáveis independentes sofrerão alterações dentro do espaço delimitado por restrições. Este procedimento é necessário para otimizar a função objetivo no sentido requerido. A modelagem se baseia em três pilares (MARKOWITZ, 1952): 1) retorno esperado para a carteira; 2) a proporção da composição dos ativos na carteira; 3) a variância da carteira que representará o risco incorrido para ela.

Quanto maior o rendimento de uma determinada ação e de sua ponderação na composição da carteira, maior será o retorno dela. No entanto, a variância deve ser a menor possível já que o investidor deseja o menor risco possível. A variância do modelo é definida como o somatório da multiplicação das ponderações de dois ativos, multiplicados pelas suas covariâncias, somadas as variâncias dos ativos individuais multiplicadas pelas suas respectivas ponderações elevadas ao quadrado.

Ao adicionar mais um ativo na carteira, faz-se com que as ponderações fiquem mais diluídas, atenuando o resultado das suas multiplicações com as covariâncias. Isto leva a uma redução da variância conjunta. Assim, quanto mais ativos forem alocados no portfólio, ou seja, quanto mais diversificada for a carteira, menor será o risco do conjunto.

Neste sentido, as teorias desenvolvidas corroboram com um preceito popular da área de finanças: “Nunca se deve levar todos os ovos na mesma cesta”. Segundo Casarotto e Kopittke (2010) é importante lembrar que apesar da possibilidade de diversificação para a composição de um portfólio de investimentos, não é possível eliminar o risco intrínseco ao mercado, também denominado simplesmente de risco mercado ou risco sistemático. Os riscos que são diversificáveis, ou seja, podem ser mitigados através da variação, conforme explicado anteriormente, também são chamados de riscos não-sistemáticos. Os riscos sistemáticos podem ser observados na Figura 2.

FIGURA 2 – Risco de Mercado



Fonte: Casarotto e Kopittke (2010)

Ao se colocar os níveis de risco e retorno de cada carteira em um plano de eixos coordenados, em que as abscissas correspondem ao risco e as ordenadas ao retorno, será obtida uma curva denominada de fronteira eficiente de investimento. Ou seja, esta curva corresponde ao lugar geométrico em que para um determinado nível de retorno obtém-se o menor risco possível, conforme pode ser analisado na Figura 2. O ponto da curva em que há o a maior relação risco retorno é o ponto mais a “noroeste” da curva, denominado de portfólio de mercado. No outro extremo da fronteira, o ponto de menor retorno e risco, recebe a denominação de Mínima Variância (MV).

FIGURA 3 – Fronteira Eficiente de Markowitz



Fonte: Adaptado de Ross, et al (2015)

Para avaliar o desempenho da carteira, deverá ser realizada uma adaptação da equação da rentabilidade, considerando-se a soma das rentabilidades de cada um dos ativos que compõe a carteira, ponderadas pela participação de cada ativo na carteira.

2.1 Diversificação de ativos

A fim de melhorar o entendimento sobre diversificação do risco, é apresentada uma ideia inicial de diversificação e redução do risco de um portfólio contendo dois ativos: Imagine a aplicação em duas ações ou ativos: X e Y. O ativo X tem um retorno r_A e o ativo Y tem retorno r_B . Uma proporção de seu dinheiro em X é usada em ω_A , assim como em ω_B , chamados de pesos que somados devem totalizar 100% conforme apresentado na equação 1:

$$\omega_A + \omega_B = 1 \text{ ou } 100\% \quad (1)$$

O retorno de uma carteira (r_p) é obtido pela ponderação entre os retornos esperados entre as ações ou ativos e suas respectivos pesos (participações) de acordo com a equação 2:

$$r_p = \omega_A r_A + \omega_B r_B \quad (2)$$

Para calcular o risco da carteira pode-se realizar o cálculo do desvio padrão se ambas as ações variassem exatamente do mesmo modo. Em qualquer outra situação da variação das ações, a diversificação, até com apenas duas ações, reduziria o risco da carteira. Assim a variância da carteira é calculada conforme a equação 3:

$$\sigma_C^2 = \omega_A^2 \sigma_A^2 + \omega_B^2 \sigma_B^2 + 2\omega_A \omega_B \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B \quad (3)$$

Percebe-se que quanto menor for a variância entre os ativos, maior será a oportunidade para diversificação dos riscos. A equação poderá ser generalizada para mais de dois ativos como apresentado na equação 4:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \omega_i \omega_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j \quad (4)$$

O retorno do portfólio também é generalizado para mais de dois ativos conforme equação 5, onde N representa o número de ativos da carteira:

$$r_p = \sum_{i=1}^N \omega_i r_i \quad (5)$$

O risco da carteira não será tratado como a média ponderada dos riscos que a compõem, pois enquanto o coeficiente de correlação (ρ_{xy}) for menor que 1, as flutuações dos retornos dos ativos compensarão umas às outras, tendo como consequência a redução do risco.

2.2 Análise por Envoltória de Dados

O modelo DEA apresenta duas variações principais, que variam conforme a escala das unidades avaliadas. O primeiro modelo criado por Charnes, Cooper e Roodes é chamado de modelo CCR ou modelo de retornos constantes de escala (*Constant Returns to Scale – CRS*), o que significa que as entradas e saídas são proporcionais entre si.

O modelo CCR considera que não há ganhos de escala de produção no cálculo de eficiência relativa, calculando a eficiência da unidade como eficiência total, ou seja, utilizando a divisão direta entre a produtividade da unidade (relação entre produtos e insumos) a produtividade da unidade mais eficiente (Mariano et al., 2006).

O modelo de programação linear CCR deve ser resolvido para cada DMU selecionada, conforme as equações 6 a 8:

$$\text{Máx } h_0 = \sum_{i=1}^s u_i y_{i0} \quad (6)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^n v_i x_{i0} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m u_i y_{ij} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 0, \forall j, \quad (8)$$

$$u_i, v_i \geq 0$$

onde, h_0 é a eficiência da DMU; y_r é quantidade de output r ; x_i é quantidade de input i ; v_i é o peso dos inputs; u_i é o peso dos outputs; s é a quantidade de DMUs; n é quantidade total de inputs; m é a quantidade total de outputs.

O segundo principal modelo foi desenvolvido por Banker, Charnes e Cooper em 1984 – chamado de modelo BCC - para incorporar ao modelo CCR os conceitos de escala de produção, atribuindo que uma unidade pode variar em produtividade não apenas pela relação de produtos e insumos, mas também em função de sua escala produtiva, que podem trazer retornos constantes, crescentes ou decrescentes (Lorenzetti et al., 2009).

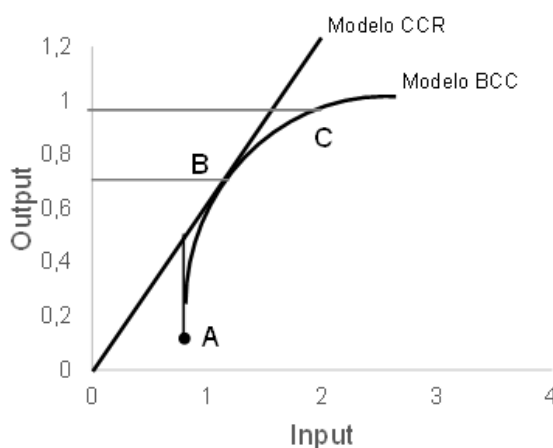
No modelo de retorno crescente, o aumento de inputs ocasiona um aumento proporcionalmente maior dos outputs, indicando que a unidade está operando abaixo de sua capacidade ótima. No retorno decrescente, o aumento de inputs gera um aumento proporcionalmente menor nos outputs, indicado que a unidade está operando acima da sua capacidade ótima. No retorno constante, o aumento de inputs impacta em um aumento proporcional de outputs, indicando que a unidade está operando em sua capacidade ótima. Assim, o modelo BCC determina a eficiência técnica da unidade, comparado sua

produtividade pela maior produtividade entre as unidades que operam em regime de retorno de escala semelhante (Mariano et al., 2006).

Assume-se o modelo de retorno constante de escala quando as unidades avaliadas operam em escala ótima. Comparado os dois modelos, a fronteira de eficiência do modelo BCC assume a forma convexa, envolvendo os dados de forma mais estreita, enquanto o modelo CCR assume uma forma linear (Cunha, 2014).

Na Figura 4, a curva CCR é uma reta que passa pela origem dos eixos coordenados e pela unidade de maior produtividade, ou seja, a unidade B. Todas as unidades que se encontrarem fora da reta são consideradas ineficientes pelo modelo CCR. Considerando a curva do modelo BCC, são eficientes das unidades B e C. A unidade A, apesar de ser ineficiente pelos dois modelos, está mais próxima de atingir a eficiência pelo modelo BCC (maior proximidade da curva). O ponto C apresenta eficiência técnica pelo modelo BCC, mas não opera em escala ótima, não sendo eficiente pelo modelo CCR (Rosano Peña, 2008).

FIGURA 4. Curva CCR e BCC



Fonte: Adaptado de Rosano Peña (2008)

O modelo DEA pode ter duas orientações: para os inputs (insumos) ou para os outputs (produtos). No modelo orientado para inputs, o objetivo do modelo é entender como minimizar o consumo de inputs para a manutenção do volume de outputs. No modelo orientado aos outputs, a fronteira de eficiência será definida pelas unidades que conseguem maximizar o volume produzido com o mesmo valor de insumos utilizados (Mariano et al., 2006). Cada método pode ser mais adequado conforme o objetivo da pesquisa.

Para a seleção das unidades estudadas, Rosano Peña (2008) descreve que as unidades devem ser homogêneas e produzir os mesmos bens ou serviços, com os mesmos insumos.

Sugere-se também no estudo, que o número de unidades analisadas seja 5 vezes o número de inputs e outputs específicos a fim de aumentar a capacidade discriminatória do modelo, apenas desta não ser uma norma padronizada.

3. MÉTODO DE PESQUISA

Por meio de uma abordagem quantitativa, o presente trabalho busca explorar a aplicação do método de Diversificação de Carteiras de Markowitz com a integração da Análise Envoltória de Dados (DEA) para otimizar a composição de carteiras de investimentos e analisar a eficiência e performance dos ativos comercializados na Brasil, Bolsa, Balcão (B3), atual Bolsa de Valores brasileira, no segmento de Produtos Diversos.

Para a elaboração deste estudo de caso foi selecionado o segmento de Produtos Diversos, do Subsetor de Comércio, pertencente ao setor de Consumo Cíclico da B3 devido as características do setor. O setor de Consumo Cíclico tem como característica principal refletir as oscilações sazonais dos consumidos considerando que o setor, em especial o segmento escolhido - Produtos Diversos, é composto por empresas que fornecem bens de consumo não essenciais, ou seja, produtos que são consumidos de acordo com o nível de renda e as condições econômicas dos consumidores.

Atualmente, seis empresas pertencem ao segmento “Produtos Diversos” da B3, sendo que apenas cinco possuem ações comercializadas. Para a realização das análises, optou-se por excluir uma das empresas comercializadas devido esta estar em processo de recuperação judicial, podendo causar impactos nos dados econômico-financeiros da organização. A relação das empresas objeto do estudo é apresentada no Quadro 1.

QUADRO 1 - Empresas objeto de estudo negociadas na B3

Empresa	Código de Negociação	Observação
AMERICANAS	AMER3	Excluída devido recuperação judicial
LE BISCUIT	LLBI3	Excluída devido ações não comercializadas
GRUPO SBF	SBFG3	Incluída
QUERO-QUERO	LJQQ3	Incluída
ESPACOLASER	ESPA3	Incluída
PETZ	PETZ3	Incluída

Fonte: Autores (2024)

Para o desenvolvimento do estudo foram analisados os dados dos preços das ações comercializadas no horizonte temporal de 01/01/2022 a 16/06/2024. Considerando que a B3

comercializa apenas em dias úteis, o período selecionado contém dados de 612 dias úteis de negociação das 4 ações na B3. Cabe destacar que o período foi selecionado arbitrariamente para refletir a situação estrutural das empresas, tendo em vista tratar-se de uma série longa de dados.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para a construção das análises considerou-se uma carteira de ações que utiliza a estratégia “*Long Only*”, ou seja, a operação está baseada totalmente em ativos comprados, onde as oscilações diárias poderão ser compensadas no longo prazo.

Para medir a sensibilidade de cada ação em relação à variação do mercado e a sua correlação, foi considerado o Índice Bovespa (IBOV). Para o cálculo das estatísticas da carteira, arbitrariamente, determinou-se pesos iguais para as ações. A Tabela 1 apresenta a análise estatística dos ativos analisados.

TABELA 1 - Análise estatística

	SBFG3	LJQQ3	ESPA3	PETZ3	CARTEIRA
Peso	0,25	0,25	0,25	0,25	1,59
Beta	1,06	1,83	1,75	1,72	1,59
Correlação	0,32	0,52	0,43	0,49	0,61
Volatilidade do dia	3,76%	3,99%	4,61%	4,04%	2,98%
Volatilidade do ano	59,73%	63,40%	73,23%	64,20%	47,38%

Fonte: Autores (2024)

Analisando a sensibilidade das ações (beta), a partir da Tabela 1 identifica-se que as ações LJQQ3 apresentam a maior volatilidade (1,83) em relação ao índice IBOV. Ou seja, a ação LJQQ3 varia 1,83 vezes mais do que o mercado, indicando o risco maior dessa ação. Por outro lado, a SBFG3 apresenta o menor risco (1,06) dentre as ações analisadas, indicando a sua volatilidade próxima ao mercado.

O resultado da aplicação do modelo de Diversificação de Carteiras de Markowitz é apresentado na Tabela 2.

TABELA 2 - Resultado carteira Markowitz

	IBOV	SBFG3	LJQQ3	ESPA3	PETZ3	TOTAL
Portifólio	100,00%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	100,00%

Retorno Esperado	0,03%
Risco	0,013%

Fonte: Autores (2024)

O modelo Markowitz aplicado resultou na indicação de um investimento 100% no Índice Bovespa (IBOV) para otimização da relação risco-retorno. Tal resultado é coerente com o fato do IBOV ser o índice de referência do mercado financeiro brasileiro em que a relação risco-retorno foi otimizada em sua composição. Dessa forma, o retorno esperado para a carteira resultou em 0,03% com o risco de 0,013%.

Por meio de uma abordagem alternativa e buscando complementar os resultados obtidos por meio da aplicação do modelo de Markowitz, a aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA), considerando o modelo contante de escala e orientado a saída, o resultado apontou a eficiência das ações ESPA3, SBFG3 e PETZ3, em relação em relação aos *inputs* e *outputs* selecionados, conforme Tabela 3.

TABELA 3 - Resultado DEA

Empresa	Nº	Saída			Entrada			Saída ponderada	Entrada ponderada	Diferença	Eficiência DEA
		Patrimônio líquido	Resultado Operacional	Resultado líquido	Ativo total	Despesas Operacionais	Giro do Ativo				
EPA3	1	860.360	127.676	-25.515	2.284.617	-244.211	0,44	0,69	0,69	0,00	100,00%
SBF3	2	2.541.601	530.827	168.812	8.614.447	-2.783.844	0,81	2,61	2,61	0,00	100,00%
PETZ3	3	1.808.893	128.087	16.349	3.995.411	-1.353.701	0,79	0,94	1,21	-0,27	100,00%
LJQQ3	4	533.802	103.006	19.679	3.305.723	-723.006	0,73	0,52	1,00	-0,48	51,62%

Fonte: Autores (2024)

Dessa forma, o Método DEA, analisando as ações a partir dos indicadores fundamentalistas das empresas, indicou a eficiência de três ações. Cabe pontuar que o resultado do Método DEA não objetiva identificar a eficiência da composição de uma carteira de investimentos, mas analisar a eficiência de uma ação de forma individual baseando-se nos critérios de *inputs* e *outputs* selecionados. Assim sendo, o resultado apresentado na Tabela 3 indica que as ações ESPA3, SBFG3 e PETZ3 são eficientes em sua individualidade.

Os *inputs* e *outputs* foram selecionados considerando o segmento de atuação das empresas e as características destas. Para tanto, os indicadores de entrada considerados foram o ativo total, as despesas operacionais e o giro do ativo. Para as saídas, foram selecionados os

indicadores de patrimônio líquido, resultado operacional (EBIT) e resultado líquido das empresas. Para aplicação do modelo DEA foram utilizadas as ferramentas do Excel.

Portanto, com a aplicação dos métodos foi possível identificar a complementariedade entre eles. Enquanto o método Markowitz busca construir uma carteira de investimentos que maximizem o retorno esperado, minimizando o risco a partir de informações do mercado, o método DEA analisa a eficiência das ações considerando os seus *inputs* e *outputs*, ou seja, com base em informações fundamentalistas das empresas.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo foram aplicados os métodos de Markowitz e DEA com o objetivo de investigar a integração dos métodos para otimização da composição de carteiras de investimentos e analisar a eficiência e performance dos ativos comercializados na B3 no segmento de Produtos Diversos. Como resultado, identificou-se a complementariedade dos métodos estudados.

Considerando que método Markowitz procura construir uma carteira de investimentos que maximizem o retorno esperado, minimizando o risco, a partir de informações do mercado, o método DEA analisa a eficiência das ações baseando-se nos *inputs* e *outputs*, ou seja, com base nos indicadores fundamentalistas das empresas. Dessa forma, por capturar as informações internas das empresas, o método DEA oferece uma abordagem alternativa e complementar ao método desenvolvido por Markowitz ao considerar os indicadores corporativos das empresas.

Dada a importância dos métodos torna-se necessário considerar algumas limitações destes. Assim sendo, é possível pontuar que a aplicação do método Markowitz assume a premissa de eficiência dos mercados, ou seja, o método desconsidera que oportunidades de arbitragem possam existir no mercado de capitais. Adicionalmente, como limitação do método DEA identifica-se a sensibilidade deste aos *inputs* e *outputs* selecionados para sua aplicação.

Nesse sentido, como sugestão para trabalhos futuros destaca-se a seleção de indicadores de mercado e a inclusão de outros indicadores fundamentalistas para aplicação do método DEA. Para uma continuidade da aplicação do método Markowitz, sugere-se a utilização de uma série temporal de longo prazo como forma de captar as dinâmicas do mercado ao longo dos anos.

REFERÊNCIAS

- BEZERRA, A.M.; SONZA, I.B.; RIBEIRO, R.P. 2021. Análise envoltória de dados: modelos clássicos e uma aplicação à finanças. **Revista Interdisciplinar Encontro das Ciências – RIEC**. 4-3: 307-324.
- B3 S.A. – Brasil, Bolsa, Balcão. *Para Você*. Disponível: <https://www.b3.com.br/pt_br/para-voce>, em 16 jun. 2024.
- CASADO, F. L. 2007. Análise envoltória de dados: conceitos, metodologia e estudo da arte na educação superior. **Revista Sociais E Humanas**. 20: 59–71.
- CASAROTTO FILHO, Nelson; KOPITKE, Bruno Harmut. **Análise de Investimentos: Matemática Financeira, Engenharia Econômica, Tomada de Decisão, Estratégia Empresarial**. São Paulo: Atlas, 2010. p. 411.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. 1978. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**. 2: 429-444.
- CUNHA, C.C. 2014. Avaliação de desempenho da produção de frangos de corte no Brasil utilizando a Análise Envoltória de Dados e o Índice de Malmquist. Dissertação - Mestrado em Agronegócios. Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.
- F. NETO, Alexandre. **Mercado Financeiro**. 11^a.ed. São Paulo: Atlas, 2012.
- KEYNES, J. M. **A Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda**. Editora: Atlas, 1990. Original, 1936.
- LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. 5^a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- LORENZETT, J.R.; LOPES, A.L.M.; LIMA, M.V.A. 2010. Aplicação de método de pesquisa operacional (DEA) na avaliação de desempenho de unidades produtivas para área de educação profissional. **Estratégia e Negócios**. 3-1.
- MARIANO, E.B.; ALMEIDA, M.R.; REBELATTO, D.A.N. 2006. Peculiaridades da Análise por Envoltória de Dados. In: XII SIMPEP, 2006, Bauru, SP, Brasil.
- MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The journal of finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- MOLLICA, M. A. Uma avaliação de modelos de *Value-at-Risk*: comparação entre métodos tradicionais e modelos de variância condicional. 1999, p. 92.

PASSOS, Eduardo J. P. D. **Programação linear como instrumento da pesquisa operacional**. São Paulo: Atlas, 2008.

ROSANO PEÑA, C. 2008. Um Modelo de Avaliação da Eficiência da Administração Pública através do Método Análise Envoltória de Dados (DEA). **RAC**. 12-1: 83-106.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F. **Administração Financeira**. 2a Ed. São Paulo: Atlas, 2011.

STEFANELLO, M.; SILVA MACEDO, M.A.; ALYRIO, R.D. 2009. Eficiência produtiva de unidades agropecuárias: uma aplicação do método não-paramétrico análise envoltória de dados (DEA). **Organizações Rurais & Agroindustrias**. 11-1:40-56