



MODELO DE COMPENSAÇÃO DE MERCADOS DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM ALTURA DE QUEDA VARIÁVEL

URIEL BINDILATI BETTIN – uriel.b.bettin@unesp.br
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP BAURU

TIAGO FORTI DA SILVA – tiago.forti@unesp.br
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP BAURU

LEONARDO NEPOMUCENO – leonardo.nepomuceno@unesp.br
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP BAURU

ÁREA: 03. PESQUISA OPERACIONAL

SUBÁREA: 03.1 – MODELAGEM, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO

RESUMO: AS USINAS HIDRELÉTRICAS APRESENTAM DIVERSAS NÃO-LINEARIDADES NA PRODUÇÃO DE ENERGIA, COMO A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRÁULICA E OS LIMITES DE OPERAÇÃO DAS UNIDADES GERADORAS. ESSAS FUNÇÕES PRECISAM SER LINEARIZADAS EM UM PROCEDIMENTO DE COMPENSAÇÃO DE MERCADOS (PCM). DIVERSOS MODELOS TÊM SIDO PROPOSTOS COM DIFERENTES LINEARIZAÇÕES, MAS A ALTURA DE QUEDA LÍQUIDA MUITAS VEZES NÃO É REPRESENTADA EXPLICITAMENTE, EXCLUINDO SUA INFLUÊNCIA NOS LIMITES OPERACIONAIS DAS UNIDADES. ESTE TRABALHO PROPÕE UM MODELO DE PCM NO QUAL A ALTURA DE QUEDA LÍQUIDA É EXPLICITAMENTE MODELADA, PERMITINDO UMA MELHOR REPRESENTAÇÃO DAS FUNÇÕES QUE DEFINEM OS LIMITES DE GERAÇÃO E VAZÃO TURBINADA DAS UNIDADES. A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO É MODELADA DE DUAS FORMAS: UMA LINEARIZAÇÃO SIMPLIFICADA E OUTRA POR MEIO DE UMA FUNÇÃO QUADRIMENSIONAL. O TRABALHO TAMBÉM PROPÕE UMA NOVA FORMA DE LINEARIZAÇÃO DA FUNÇÃO QUADRIMENSIONAL, PERMITINDO A REPRESENTAÇÃO INDIVIDUALIZADA DAS UNIDADES DA USINA. EM UM SISTEMA-TESTE DE 24 BARRAS HIDROTÉRMICO, OS DIFERENTES MODELOS LINEARIZADOS FORAM COMPARADOS E AVALIADOS PARA SITUAÇÕES OPERATIVAS EM QUE A ALTURA DE QUEDA É INFERIOR À ALTURA EFETIVA. OS RESULTADOS MOSTRARAM QUE, CONSIDERANDO A ALTURA DE QUEDA FIXA, A PRODUÇÃO HIDRÁULICA FOI SUPERESTIMADA, PREJUDICANDO O RESULTADO DO DESPACHO PRÉ-DETERMINADO PELO MODELO, OS INDICADORES DE PREÇOS E A SEGURANÇA NO FORNECIMENTO DE ENERGIA.

PALAVRAS-CHAVES: MODELO DE COMPENSAÇÃO DE MERCADOS; MODELO HIDROTÉRMICO; FUNÇÃO DE PRODUÇÃO; ALTURA DE QUEDA VARIÁVEL; MODELO QUADRIMENSIONAL.

MARKET CLEARING PROCEDURE FOR HYDROTHERMAL SYSTEMS WITH VARIABLE WATER HEAD

ABSTRACT: HYDROELECTRIC POWER PLANTS EXHIBIT VARIOUS NONLINEARITIES IN ENERGY PRODUCTION, SUCH AS THE HYDRAULIC PRODUCTION FUNCTION AND THE OPERATIONAL LIMITS OF GENERATING UNITS. THESE FUNCTIONS NEED TO BE LINEARIZED IN A MARKET CLEARING PROCEDURE (MCP). SEVERAL MODELS HAVE BEEN PROPOSED WITH DIFFERENT LINEARIZATIONS, BUT THE NET HEAD IS OFTEN NOT EXPLICITLY REPRESENTED, EXCLUDING ITS INFLUENCE ON THE OPERATIONAL LIMITS OF THE UNITS. THIS PAPER PROPOSES A MCP MODEL IN WHICH THE NET HEAD IS EXPLICITLY MODELED, ALLOWING FOR A BETTER REPRESENTATION OF THE FUNCTION THAT DEFINES THE GENERATION LIMITS AND TURBINE FLOW RATES OF THE UNITS. THE PRODUCTION FUNCTION IS MODELED IN TWO WAYS: A SIMPLIFIED LINEARIZATION AND A FOUR-DIMENSIONAL FUNCTION. THE PAPER ALSO PROPOSES A NEW FORM OF LINEARIZATION OF THE FOUR-DIMENSIONAL FUNCTION, ALLOWING THE INDIVIDUALIZED REPRESENTATION OF THE PLANT'S UNITS. IN A 24-BUS HYDROTHERMAL TEST SYSTEM, THE DIFFERENT LINEARIZED MODELS WERE COMPARED AND EVALUATED FOR OPERATING SITUATIONS WHERE THE HEAD IS BELOW THE EFFECTIVE HEAD. THE RESULTS SHOWED THAT, WHEN CONSIDERING A FIXED HEAD, THE HYDRAULIC PRODUCTION WAS OVERESTIMATED, ADVERSELY AFFECTING THE DISPATCH RESULTS PREDETERMINED BY THE MODEL, PRICE INDICATORS, AND THE SECURITY OF ENERGY SUPPLY.

KEYWORDS: MARKET CLEARING PROCEDURE, HYDROTHERMAL MODEL, PRODUCTION FUNCTION, VARIABLE WATER NET HEAD, FOUR-DIMENSIONAL MODEL.

1. NOMENCLATURA UTILIZADA

1.1 Conjuntos

B	Barras do sistema.
B^C	Blocos de lances fornecidos pelos consumidores.
B^G	Blocos ofertados pelas unidades hidrelétricas e termelétricas.
G	Unidades geradoras hidrelétricas e termelétricas.
H	Unidades geradoras hidrelétricas.
L	Unidades geradoras termelétricas.
J	Consumidores.
P	Conjunto de hiperplanos k .
R	Usinas geradoras hidrelétricas.
$S_{r,s}$	Conjunto de vazão vertida da usina r .
T	Períodos de tempo do leilão.
U_r	Unidades hidrelétricas pertencentes à usina r .
N_b	Barras adjacentes à barra b conectadas através de linhas de transmissão ou transformadores.

1.2 Parâmetros

$A_r^0, A_r^1, A_r^2, A_r^3, A_r^4$	Coeficientes da função polinomial da cota de montante associada a usina r .
$B_r^0, B_r^1, B_r^2, B_r^3, B_r^4$	Coeficientes da função polinomial da cota de jusante associada a usina r .
$D_{f,r}$	Tempo de atraso de águas entre a usina f e a usina r [h].
$\overline{E}_{j,t,b}^C$	Energia do lance fornecido pelo consumidor j , no período t e bloco $b \in B^C$ [pu].
$\overline{E}_{g,t,b}^G, \overline{E}_{l,t,b}^G$	Energia ofertada pelas unidades hidrelétricas h e termelétricas l no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].
$\overline{F}_{bn}$	Fluxo de potência ativa máxima na linha de transmissão $b-n$ conectada entre as barras b e n [pu].

$$\underline{P}_h^G, \overline{P}_h^G, \overline{P}_l^G$$

Potências mínimas e máximas da unidade geradora hidrelétrica h e potência máxima da unidade geradora termelétrica, respectivamente, em $[pu]$.

$$\underline{Q}_h, \overline{Q}_h$$

Vazões turbinadas mínimas e máximas da unidade geradora hidrelétrica h , respectivamente $[m^3 / s]$.

$$R_r$$

Limite de rampa de defluência associado à usina r $[m^3 / s]$.

$$\underline{S}_r, \overline{S}_r$$

Vertimento mínimo e máximo da usina r , respectivamente $[m^3 / s]$.

$$U_{f,t}$$

Defluência da usina f no período t do dia anterior $[m^3 / s]$.

$$U_{r,0}$$

Defluência da usina r no período 0 (calculada no leilão do dia anterior) $[m^3 / s]$.

$$\underline{U}_r, \overline{U}_r$$

Defluências mínimas e máximas esperadas para a usina r , respectivamente, durante o horizonte do leilão $[m^3 / s]$.

$$V_{r,0}$$

Volume inicial da usina r $[hm^3]$.

$$V_r^{goal}$$

Meta de volume final mínimo para a usina r $[hm^3]$.

$$\underline{V}_r, \overline{V}_r$$

Volumes mínimos e máximos esperados da usina r , respectivamente, durante o horizonte do leilão $[hm^3]$.

$$X_{bn}$$

Reatância da linha de transmissão $b-n$ conectada entre as barras b e n $[pu]$.

$$\alpha_h$$

Fator de correção que minimiza o desvio quadrático médio da função de produção hidráulica usada no modelo quadrimensional de geração hidráulica.

$$\alpha_h^{T0}, \alpha_h^{T1}$$

Coeficientes independente $[pu]$ e linear $[pu/m]$, respectivamente, da função linear que aproxima a função de potência máxima gerada da unidade h (limite associado à turbina).

$$\beta_h^{G0}, \beta_h^{G1}$$

Coeficientes independente $[m^3 / s]$ e linear $[m^3 / (s.m)]$, respectivamente, da função linear que aproxima a função de vazão turbinada máxima da unidade h (limite associado ao gerador).

$$\beta_h^{T0}, \beta_h^{T1}$$

Coeficientes independente $[m^3 / s]$ e linear $[m^3 / (s.m)]$, respectivamente, da função linear que aproxima a função de

	vazão turbinada máxima da unidade h (limite associado à turbina).
$\gamma_{h,k}^0, \gamma_{h,p}^0$	Coefficientes do efeito linear da unidade geradora hidrelétrica h no hiperplano k e no conjunto de hiperplanos p , respectivamente, no modelo quadrimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{h,k}^Q, \gamma_{h,p}^Q$	Coefficientes do efeito da vazão turbinada da unidade geradora hidrelétrica h no hiperplano k e no conjunto de hiperplanos p , respectivamente, no modelo quadrimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{r,k}^S, \gamma_{r,p}^S$	Coefficientes do efeito da vazão vertida da usina r no hiperplano k no modelo quadrimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{r,k}^V, \gamma_{r,p}^V$	Coefficientes do efeito do volume da usina r no hiperplano k no modelo quadrimensional de geração hidráulica.
γ_r^0, γ_r^1	Coefficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função da cota de montante de um reservatório r .
$\lambda_{j,t,b}^C$	Preço do lance fornecido pelo consumidor j , no período t , e bloco $b \in B^C$.
$\lambda_{h,t}^{DW}, \lambda_{l,t}^{DW}$	Preço de parada da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t [\$/pu].
$\lambda_{g,t,b}^G$	Preço da energia ofertada pela unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , no período t e bloco $b \in B^G$ [\$/pu].
$\lambda_{h,t}^{UP}, \lambda_{l,t}^{UP}$	Preço de partida da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t [\$/pu].
ϕ_r^0, ϕ_r^1	Coefficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função da cota de jusante de um reservatório r .
Γ	Fator de conversão m^3 / s para hm^3 em um período de uma hora, $\Gamma = 0.0036 [hm^3 / (m^3 / s)]$.
$\Psi_{r,t}$	Vazão afluente incremental à usina r no período t [m^3 / s].

1.3 Variáveis

$e_{j,t,b}^C$	Energia consumida pelo consumidor j , no período t e bloco $b \in B^C$ [pu].
$e_{g,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].
$e_{h,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora hidrelétrica h , no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].
$e_{l,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora termelétrica l , no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].
$f_{bn,t}$	Fluxo de potência ativa na linha de transmissão b - n conectada entre as barras b e n no período t [pu].
$h_{r,t}^F$	Cota de montante da usina r no período t [m].
$h_{r,t}^N$	Altura de queda líquida da usina r no período t [m].
$h_{r,t}^T$	Cota de jusante da usina r no período t [m].
$h_{r,t}^{loss}$	Perdas hidráulicas (perdas de carga) da usina r no período t [m].
k	Hiperplano de corte k do modelo quadrimensional de geração hidráulica.
$o_{h,t}^H, o_{l,t}^T$	Variável binária liga/desliga da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t , quando ligado = 1 e desligado = 0.
$p_{j,t}^C$	Potência consumida pelo consumidor j no período t [pu].
$p_{g,t}^G$	Potência gerada pela unidade geradora hidrelétrica h ou termelétrica l , no período t [pu].
$p_{h,t}^G, p_{l,t}^G$	Potência gerada pela unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t [pu].
$q_{h,t}$	Vazão turbinada pela unidade h no período t [m^3 / s].
$s_{r,t}$	Vertimento total da usina r no período t [m^3 / s].
$u_{r,t}$	Defluência total da usina r no período t [m^3 / s].

$V_{r,t}$	Volume da usina r no período t [hm^3].
η_h^{TG}	Rendimento associado ao par turbina-gerador da unidade k .
$\theta_{b,t}$	Ângulo da tensão na barra b no período t [rad].
$\rho_{f,r,t}$	Defluência total das usinas f à montante da usina r no período t , levando-se em conta o atraso de água entre os reservatórios f e r [m^3 / s].

2. INTRODUÇÃO

O procedimento de compensação de mercados (PCM), aplicado à comercialização de energia elétrica, consiste na realização de um leilão, em que os geradores ofertam blocos de venda de energia (MW) e seus preços (\$/MW) e os consumidores submetem blocos de compra (MW) e os valores que desejam pagar (\$/MW). Dessa forma, cabe ao Operador de Mercado (OM) realizar o procedimento de fechamento das operações, determinando o despacho e o preço da energia para cada período do dia seguinte (Conejo; Carrión; Morales, 2010).

Existem mecanismos de ajustes que ocorrem concomitantemente à operação do sistema, tais como o mercado de tempo real, que opera em minutos e o mercado de ajustes, realizado entre espaços de horas, sendo fundamentais para garantir que toda a demanda seja atendida.

Este modelo tem como objetivo a maximização do bem comum e não mais a minimização dos custos das unidades termelétricas, como é utilizado frequentemente na literatura e na operação real do sistema elétrico brasileiro. Além de determinar quais unidades estarão em operação ou não ao longo do dia, este modelo visa também determinar a quantidade de energia despachada dos blocos submetidos, a demanda aceita para os consumidores e a definição do preço de equilíbrio de mercado para cada hora do dia, os quais serão efetivamente utilizados para o cálculo das receitas e despesas dos geradores e consumidores.

Para a realização do procedimento de compensação do mercado hidrotérmico, é necessário que todo o problema seja linear. A principal não-linearidade é a função de produção de uma unidade hidrelétrica, que envolve as variáveis de turbinagem e altura de queda do reservatório. Além da característica do par turbina-gerador, que são definidas por funções não-lineares da altura de queda (Cicogna, 1999 e Pereira et al, 2017).

Comumente é adotado a altura de queda como constante, tornando a função de produção linear em função da turbinagem da unidade, porém, neste caso, as restrições de geração e turbinagem são ignoradas.

Neste trabalho, foi proposto um modelo com representação linearizada da altura de queda líquida nos reservatórios e dos limites de geração e turbinagem das unidades hidrelétricas. Já a função de produção foi representada utilizando-se a técnica quadrimensional proposta por Diniz e Maceira (2008), adaptada para funcionar em uma representação por unidade. Os resultados foram comparados com um modelo com a altura de queda constante, permitindo a comparação dos resultados e do esforço computacional das duas abordagens.

3. MODELO PROPOSTO

Nesta seção é apresentado o modelo linear inteiro misto proposto para compensação de mercados de eletricidade, considerando uma discretização horária. Os polinômios de altura de montante, jusante e de perdas, bem como os limites do par turbina-gerador, são aproximados por funções lineares do volume, defluência e turbinagem e altura de queda líquida, respectivamente. Já para a representação da função de produção, foi utilizada a técnica quadrimensional proposta por Diniz e Maceira (2008), adaptada para uma representação por unidade.

3.1 Função Objetivo

$$\text{Max} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^C} \lambda_{j,t,b}^C e_{j,t,b}^C - \sum_{g \in G} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B^G} \lambda_{g,t,b}^G e_{g,t,b}^G - \sum_{g \in G} c_{g,t}^{UP} - \sum_{g \in G} c_{g,t}^{DW}. \quad (1)$$

A função objetiva utilizada é a maximização de bem comum (1), que consiste na subtração do excedente de consumo e de produção de energia elétrica, assim como a minimização dos custos de partida e parada das unidades geradores, tanto hidrelétricas como termelétricas.

3.2 Restrições Econômicas

No horizonte abordado do leilão, as restrições econômicas estão vinculadas com os limites dos blocos de geração hidráulica (2) e térmica (3) ofertadas por cada unidade, assim como também os blocos de consumo (4) submetidos pelos consumidores.

$$e_{h,t,b}^G \leq \bar{E}_{h,t,b}^G o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T, \forall b \in B^G, \quad (2)$$

$$e_{l,t,b}^G \leq \bar{E}_{l,t,b}^G o_{l,t}^L, \forall l \in L, \forall t \in T, \forall b \in B^G, \quad (3)$$

$$e_{j,t,b}^C \leq \bar{E}_{j,t,b}^C, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall b \in B^C. \quad (4)$$

As potências despachadas por cada unidade de geração g e demandadas pelos consumidores j são expressas em (5) e (6), respectivamente, as quais representam o somatório dos blocos aceitos pelos participantes do leilão.

$$p_{g,t}^G = \sum_{b \in B^G} e_{g,t,b}^G, \forall g \in G, \forall t \in T, \quad (5)$$

$$p_{j,t}^C = \sum_{b \in B^C} e_{j,t,b}^C, \forall j \in J, \forall t \in T. \quad (6)$$

A geração de cada unidade deve respeitar seus limites operacionais, conforme (7), onde a variável binária identifica se a unidade está em operação ou não.

$$\begin{aligned} p_{h,t}^G &\leq \bar{P}_h o_{h,t}^T, \forall h \in H, \forall t \in T \\ p_{l,t}^G &\leq \bar{P}_l o_{l,t}^T, \forall l \in L, \forall t \in T \end{aligned} \quad (7)$$

3.3 Restrições do sistema de transmissão

O balanço de potência ativa em cada barra b e em cada período deve seguir (8), assim como os limites de fluxo de potência (9), desprezando as perdas do sistema de transmissão. Os fluxos são determinados em (10).

$$\sum_{g \in U_b^G} p_{g,t}^G - \sum_{j \in U_b^C} p_{j,t}^C - \sum_{n \in N_b} f_{bn,t} = 0, \forall t \in T, \forall b \in B, \quad (8)$$

$$-\bar{F}_{bn} \leq f_{bn,t} \leq \bar{F}_{bn}, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \quad (9)$$

$$f_{bn,t} = \frac{\theta_{b,t} - \theta_{n,t}}{X_{bn}}, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b. \quad (10)$$

3.4 Restrições Hidráulicas

Os limites operacionais das usinas hidroelétricas são representas em (11)-(14).

$$\underline{V}_r \leq v_{r,t} \leq \bar{V}_r, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (11)$$

$$\underline{U}_r \leq u_{r,t} \leq \bar{U}_r, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (12)$$

$$\underline{S}_r \leq s_{r,t} \leq \bar{S}_r, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (13)$$

$$\underline{Q}_h o_{h,t}^H \leq q_{h,t} \leq \bar{Q}_h o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (14)$$

A defluência do reservatório é definida como a soma da turbinagem de todas as unidades hidráulicas em operação com o vertimento da usina (15).

$$u_{r,t} = \sum_{h \in U_r} q_{h,t} + s_{r,t}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (15)$$

As rampas para o primeiro período do leilão e para os demais são descritas em (16) e (17), as quais representam a taxa variação da vazão defluente ao longo do dia.

$$-R_r \leq u_{r,t} - u_{r,(t-1)} \leq R_r, \forall r \in R, \forall t \in T : t \neq 1, \quad (16)$$

$$-R_r \leq u_{r,1} - U_{r,0} \leq R_r, \forall r \in R. \quad (17)$$

A meta de volume (18), ou volume *goal*, deve ser respeitada para que o planejamento de longo prazo não seja prejudicado pela falta de água nos reservatórios hidrelétricos.

$$v_{r,|T|} \geq V_r^{goal}, \forall r \in R. \quad (18)$$

A dinâmica dos reservatórios, representado pelas restrições de balanço de massa de água para cada período, é dada em (19) para o primeiro período e (20) para os demais.

$$v_{r,t} = v_{r,(t-1)} + \Gamma \left(\Psi_{r,t} + \sum_{f \in F_r} \rho_{f,r,t} - u_{r,t} \right), \forall r \in R, \forall t \in T : t \neq 1, \quad (19)$$

$$v_{r,1} = V_{r,0} + \Gamma \left(\Psi_{r,1} + \sum_{f \in F_r} \rho_{f,r,1} - u_{r,1} \right), \forall r \in R. \quad (20)$$

As vazões de montante f que afluem para o reservatório r são definidas pelo termo $\rho_{f,r,t}$ em que se agrega os tempos de atraso de água (21).

$$\rho_{f,r,t} = \begin{cases} u_{f,t-D_{f,r}} & t > D_{f,r} \\ U_{f,(|T|-(D_{f,r}-t))} & t \leq D_{f,r} \end{cases}, \forall r \in R, \forall t \in T, \forall f \in F_r. \quad (21)$$

As cotas de montante e jusante são definidas por polinômios de quarto grau do volume e defluência do reservatório, respectivamente (22) e (23). Estas alturas também são linearizadas por aproximações lineares, conforme as expressões (24 e 25). As perdas hidráulicas são consideradas valores constantes. Após todas as linearizações concluídas, a altura de queda líquida linearizada é calcula através da expressão (26).

$$h_{r,t}^F = A_r^0 + A_r^1 v_{r,t} + A_r^2 (v_{r,t})^2 + A_r^3 (v_{r,t})^3 + A_r^4 (v_{r,t})^4, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (22)$$

$$h_{r,t}^T = B_r^0 + B_r^1 u_{r,t} + B_r^2 (u_{r,t})^2 + B_r^3 (u_{r,t})^3 + B_r^4 (u_{r,t})^4, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (23)$$

$$h_{r,t}^F = \gamma_r^0 + \gamma_r^1 v_{r,t}, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (24)$$

$$h_{r,t}^T = \varphi_r^0 + \varphi_r^1 u_{r,t}, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (25)$$

$$h_{r,t}^N = h_{r,t}^F - h_{r,t}^T - h_{r,t}^{loss}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (26)$$

A produção de energia e a turbinagem de uma unidade hidrelétrica não são constantes, mas sim funções da altura de queda líquida do reservatório. A figura 1 ilustra a não linearidade das grandezas citadas. As aproximações lineares das restrições do par turbina-

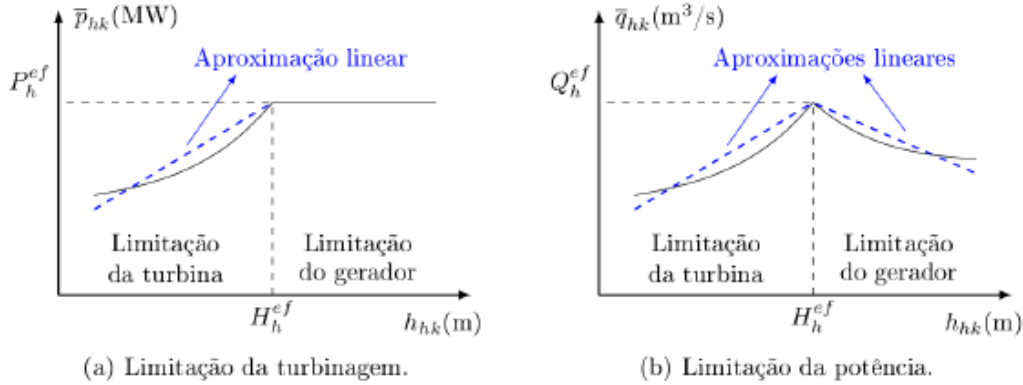
gerador de potência e vazão turbinada máxima da turbina e vazão turbinada do gerador são dados em (27-29).

$$\bar{p}_{h,t}^G \leq \alpha_h^{T0} + \alpha_h^{T1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \quad (27)$$

$$\bar{q}_{h,t}^G \leq \beta_h^{T0} + \beta_h^{T1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \quad (28)$$

$$\bar{q}_{h,t}^G \leq \beta_h^{G0} + \beta_h^{G1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T. \quad (29)$$

FIGURA 1 – Limitações do par turbina-gerador.



Fonte: Adaptada de Cabral (2022).

3.5 Função de Produção

A função de produção hidráulica não linear é dada em (30), que consiste na multiplicação da produtibilidade do reservatório, rendimento do par turbina-gerador, altura de queda líquida e vazão turbinada, resultando na potência gerada por cada unidade.

$$p_{h,t}^G = K_h \eta_h^{TG} h_{r,t}^N q_{h,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T. \quad (30)$$

Para aplicação no leilão hidrotérmico, essa função foi linearizada utilizando a técnica quadrimensional proposta por Diniz e Maceira (2008), a qual substitui a função de produção não linear por um conjunto de restrições lineares que dependem do volume do reservatório, turbinagem e vertimento.

O método é separado em duas etapas, na primeira são determinados planos de corte que são função do volume e vazão turbinada, com vertimento nulo, os quais formam uma caixa convexa em torno da função de produção. Na segunda etapa, consideram-se os efeitos do vertimento nesses planos calculados.

Conforme detalhado por Cabral (2022) e Diniz e Maceira (2008), a função de produção linearizada, após a aplicação das duas etapas descritas, é definida em (31).

$$p_{h,t}^G \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{r,p}^V v_{r,t} + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} \right) + \gamma_{r,p}^S s_{r,t}, \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (31)$$

Com a abordagem por unidade hidráulica, à restrição de função de produção, no termo referente ao vertimento da usina, deve-se somar a defluência das unidades que estiverem turbinando no período t conforme (32).

$$p_{h,t}^G \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{r,p}^V v_{r,t} + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} \right) + \gamma_{r,p}^S \left(u_{r,t} - q_{h,t} \right), \forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (32)$$

4. TESTES E RESULTADOS

O modelo proposto foi comparado com o modelo equivalente com altura de queda constante, o que desconsidera as restrições do par turbina-gerador e utiliza uma função de produção linear com a turbinagem.

Para o leilão proposto, com discretização horária, foi utilizado para os testes o sistema de vinte quatro barras hidrotérmico, considerando as usinas hidrelétricas de Corumbá IV, Corumbá II, Corumbá I, Emborcação, Nova Ponte, Miranda, Capim Branco I, Capim Branco II, Itumbiara e Cachoeira Dourada, com dados retirados do *software* HydroData (Hydrobyte 2024) e duas usinas termelétricas genéricas.

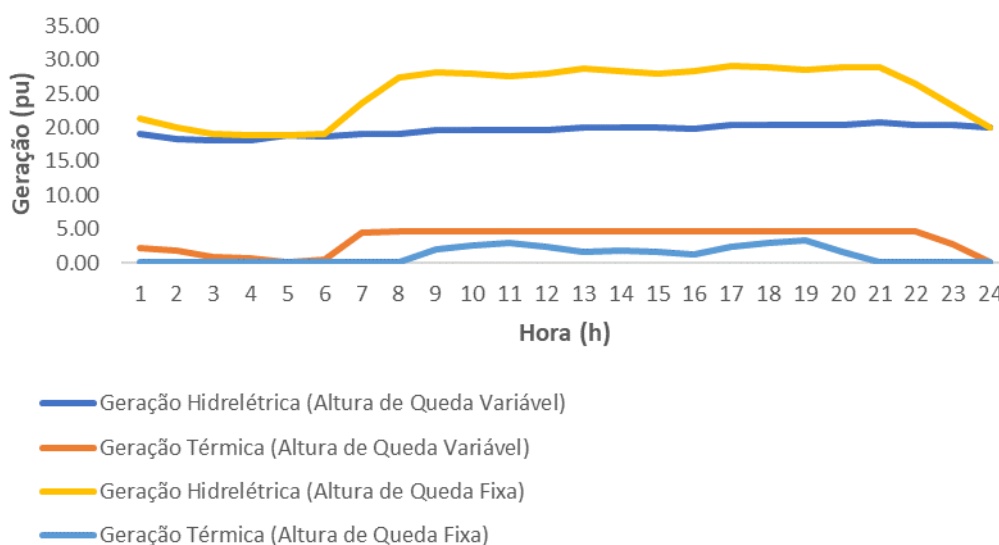
A demanda foi gerada a partir dos valores de Nerger et al (2023) para um dia. A etapa de modelagem da função de produção pela técnica quadrimensional foi realizada no *software* Matlab®. Foi fixada uma faixa de operação do volume de cada reservatório, após definido o valor inicial, a faixa se restringe a mais ou menos 3% do valor adotado. Para as discretizações, foram fixados dois pontos de volume, cinco de turbinagem e cinco de vertimento, resultando entre seis a oito planos convexos para cada unidade.

A implementação e teste do modelo proposta foi feito no *software* IBM Cplex Optimizer (IBM, 2023). Não foram utilizadas zonas proibidas na representação das turbinas, resultando em um modelo composto pelo Função Objetivo (1) e as Restrições (2-21, 24-29, 31-32). Assim, obteve-se um modelo linear com 29.008 restrições e 15.169 variáveis, resolvido pelo Cplex em 4,08 segundos, em um computador com processador Intel Core i5-3210M CPU 2.50GHz e 8GB de RAM, funcionando em um Windows 10 64 bits.

O modelo de comparação utiliza altura de queda constante, considerada igual ao valor efetivo da usina sendo composto pela Função Objetivo (1) e as Restrições (2-21), além de uma versão com rendimento e altura de queda constante da Restrição (30). Dessa forma, obteve-se um modelo linear inteiro misto com 25.168 restrições e 13.489 variáveis, resolvido pelo Cplex em 2,98 segundos.

Analisando os resultados do modelo proposto, obteve-se a geração de 470,59 (pu) de geração hidráulica e 82,56 (pu) de geração térmica e demanda atendida de 553,15 (pu). Ao observar a Figura 2, a geração térmica foi necessária para praticamente todas as horas do dia para garantir o suprimento energético dos consumidores. Neste contexto, o preço da energia tende a ser mais elevado, pois como as usinas hidrelétricas não possuem água suficiente para gerar o máximo de energia possível dentro da faixa de operação determinada, o acionamento das térmicas se faz necessário, encarecendo o valor de compra da energia elétrica.

FIGURA 2 – Geração hidráulica e térmica resultante dos modelos com altura variável e fixa.



Fonte: Autoria própria.

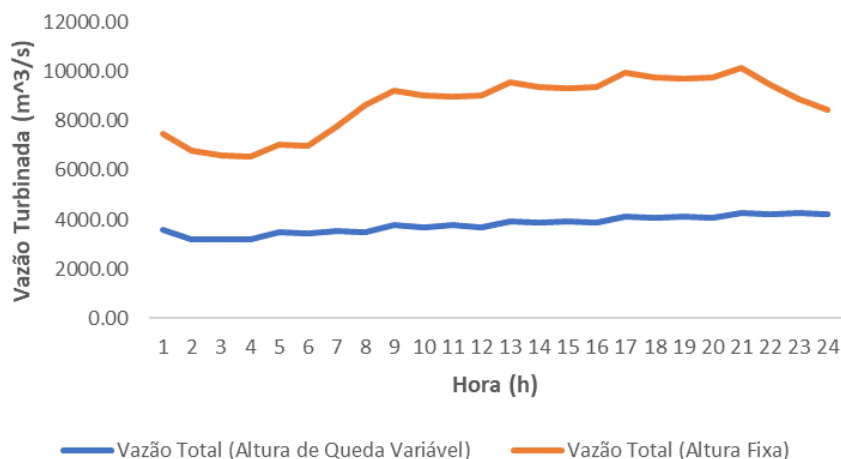
Utilizando a altura constante, obteve-se uma geração hidráulica de 607,13 (pu), térmica de 26,13 (pu), atendendo uma demanda de 633,26 (pu). Neste contexto, ilustrado na Figura 2, a altura de queda fixa superestima o poder de geração hidráulica, o que impacta diretamente do preço de fechamento do leilão, pois a geração térmica é pouco utilizada. Com maior geração das usinas hidrelétricas, o preço da energia é menor, o que faz com que mais blocos de compra dos consumidores sejam aceitos, elevando a demanda total do sistema. Esta abordagem pode resultar em um despacho infactível, aumentando a necessidade de correções nos leilões de ajustes e de tempo real, além da elevação do custo da energia.

A altura de queda linearizada considera as restrições do par turbina-gerador, respeitando a faixa de operação que as condições iniciais do reservatório apresentam. A geração de energia é mais assertiva, respeitando as metas de volume e sem impactar o planejamento de médio e longo prazo do operador do sistema.

A Figura 3 mostra a vazão turbinada total ao longo do dia operativo para as duas linearizações. Pode-se observar que o método quadrimensional turbina menos água,

respeitando os limites de turbinagem, enquanto a linearização com altura fixa utiliza mais geração hidráulica, principalmente nos horários de maior demanda do sistema, consequentemente aumentando a vazão total das unidades.

FIGURA 3 – Vazão turbinada.



Fonte: Autoria própria

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um modelo de compensação de mercados hidrotérmicos com representação explícita da altura de queda líquida das usinas hidrelétricas, permitindo que sua influência nos limites de geração e turbinagem das unidades seja levada em consideração, e a função de produção foi linearizada utilizando-se uma versão por unidade da técnica quadrimensional proposta por Diniz e Maceira (2008).

A abordagem proposta, considerando-se uma situação de operação abaixo da altura de queda efetiva, foi comparada com um modelo com altura de queda constante em um sistema hidrotérmico de 24 barras com 10 usinas hidrelétricas e 2 térmicas. Os resultados obtidos indicam que, nesse tipo de situação, desconsiderar a variação da altura de queda leva o modelo a superestimar a capacidade de geração hidrelétrica, gerando um despacho que pode ser infactível, bem como elevar a necessidade de correções nos leilões de ajustes e de tempo real.

Trabalhos futuros envolvem analisar o comportamento dos modelos em situações que a altura de queda líquida é superior à altura de queda efetiva, além da validação com versões não-lineares desse modelo.

REFERÊNCIAS

- ARROYO, J.M.; CONEJO, A.J. **Multiperiod auction for a pool-based electricity market**. IEEE Transactions on Power Systems n.17, p.1225-1231. 2002.
- CABRAL, M.F. **Métodos para a Linearização da Função de Produção Hidráulica em Estudos de Leilão de Energia no Mercado do Dia Seguinte**. 150 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Bauru, 2022.
- CICOONA, M.A. **Modelo de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos a usinas individualizadas orientado por objetos**. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica). Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas SP, 1999.
- DINIZ, A.L.; MACEIRA, M.E.P. **A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects**. IEEE Transactions on Power Systems n.23, p.1298-1308, 2008.
- HYDROBYTE SOFTWARE. HYDRODATA XP. Disponível em: <https://hydrobyte.com.br/site/pt-br/hydrodata-xp>. Acessado em 22/06/2024.
- IBM. CPLEX Optimizer. Disponível em: <https://www.ibm.com/br-pt/analytics/cplexoptimizer>. Acessado em 22/06/2024.
- MACEIRA, M.E.P.; PENNA, D.D.J.; DINIZ, A.L.; PINTO, R.J.; MELO, A.C.G.; MATLAB®. Acessado em 22/06/2024.
- NERGER, A; NEPOMUCENO, L.; MARTINS, A.C.P.; SOLER, E.M.; BALBO, A.R. **A Nonlinear Multi-Period Hydrothermal Optimal Power Flow Model for Hydropower Systems: Datasets and Supplementary Material**. 2023.
- PEREIRA, A.C.; de OLIVEIRA, A.Q.; BAPTISTA, E.C.; BALBO, A.R.; SOLER, E.M.; NEPOMUCENO, L. **Network-Constrained Multiperiod Auction for Pool-Based Electricity Markets of Hydrothermal Systems**. IEEE Transactions on Power Systems n.32, p.4501-4514. 2017.
- SANTOS, T.N.; DINIZ, A.L.; SABOIA, C.H.; CABRAL, R.N.; CERQUEIRA, L.F. **Hourly pricing and day-ahead dispatch setting in Brazil: The dessem model**. Electric Power Systems Research n.189, p.106709. 2020.
- VASCONCELLOS, C.V.; CRUZ, C.B. **Twenty Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming in Official and Agent Studies in Brazil: Main Features and Improvements on the NEWAVE Model**. Power Systems Computation Conference. 2018.