



De 11 a 14 - NOVEMBRO DE 2024

**Inteligência Artificial
na Gestão de Operações:
Limitações e possibilidades**



UMA MATHEURÍSTICA PARA APOIO À TOMADA DE DECISÃO NO PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO DO MANEJO DE LARANJAS

CASSIANO TAVARES – cassiano.tavares@estudante.ufscar.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar

PEDRO MUNARI - munari@dep.ufscar.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar

ÁREA: 3 – PESQUISA OPERACIONAL

SUBÁREA: 3.1 – MODELAGEM, SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO

RESUMO: Neste trabalho, propõe-se uma matheurística que auxilie os produtores em decisões importantes que surgem no planejamento estratégico de plantio de laranja, tendo como motivação a interação com um dos maiores produtores mundiais de suco de laranja. As abordagens propostas consideram características fundamentais específicas deste tipo de negócio, como equilíbrio varietal da produção e controle de grupos etários das plantas. Os resultados obtidos indicam que o método apresentou soluções de qualidade similar à de uma abordagem exata baseada em modelagem matemática, com uma redução de tempo computacional de 99,55%.

PALAVRAS-CHAVES: OTIMIZAÇÃO, PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO, PLANTIO, CITRICULTURA, MATHEURÍSTICA, PESQUISA OPERACIONAL EM AGRICULTURA.

1. INTRODUÇÃO

As cadeias agro alimentícias representam aproximadamente 25% do Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil, sendo responsáveis por 30% dos empregos do país e quase 50% de todas as exportações brasileiras (CEPEA, 2022). O Brasil é atualmente o maior produtor mundial de laranja e suco de laranja (USDA, 2022), de modo que a citricultura gera um faturamento anual de cerca de 14 US\$ bilhões para a economia do país (Girardi et al., 2021). Entretanto, a hegemonia que o Brasil alcançou nas últimas décadas como o maior produtor mundial de laranjas e de suco de laranja se vê abalada com os resultados previstos para a safra de 2024 (Globo Rural, 2024; USDA, 2022). As principais causas têm isso o aumento da incidência das doenças fitossanitárias e as notáveis mudanças climáticas, que têm impacto direto na quantidade e qualidade de laranjas produzidas (Globo Rural, 2024). Em situações assim, faz-se fundamental a tomada de decisão eficiente, que otimize o uso de recursos visando produtividade e sustentabilidade. Os modelos matemáticos e algoritmos da Pesquisa Operacional podem auxiliar essa tarefa de forma assertiva, conforme abordado neste trabalho.

O planejamento estratégico é uma tarefa fundamental na gestão de toda organização, por meio do qual se define o plano de ação para os próximos anos ou décadas e os resultados esperados com a execução desse plano. Neste trabalho, estuda-se o planejamento estratégico de uma empresa parceira que é uma das maiores produtoras mundiais de suco de laranja. Esse planejamento envolve as decisões de plantio e erradicação de árvores durante um horizonte de várias décadas, considerando diferentes variedades de laranja e suas características, diferentes fazendas e formas de plantio, requisitos rígidos referentes à capacidade de novos plantios e erradicações, e requisitos desejáveis de modo a se atingir equilíbrios varietal e etário. Dada a quantidade de fatores envolvidos e o longo horizonte de planejamento que se pretende analisar, a tomada de decisão se torna bastante complexa para ser realizada de forma manual, motivando o uso de modelos matemáticos e algoritmos.

Recentemente, Tavares & Munari (2024) propuseram um modelo de otimização para apoiar o planejamento estratégico mencionado acima. O modelo foi validado pela empresa usando dados reais de sua operação. Os resultados mostraram que é possível aumentar de forma significativa a produção anual de laranjas, até atingir sua estabilidade a partir de alguns poucos anos. Além do crescimento da produção, as soluções obtidas com o modelo promoveram a satisfação dos equilíbrios varietal e etário desejados pela organização parceira do estudo, o que era até então um grande desafio para a empresa.

Entretanto, os experimentos computacionais apresentados por Tavares & Munari (2024)

mostraram que a resolução direta do modelo por meio de um *solver* de otimização de propósito geral requer excessivo esforço computacional. De fato, para um exemplar contemplando todos os dados da empresa, não foi possível obter uma solução comprovadamente ótima dentro de um tempo limite de 48 horas. Nesse caso, o modelo com esses dados resultou em problema de otimização com 9MM de variáveis e 21MM de restrições, de acordo com estatísticas do *solver*. Esse tempo computacional excessivo pode inviabilizar o uso do modelo na prática, principalmente quando se deseja analisar vários cenários e exemplares para a tomada de decisão.

Esta observação motivou o presente estudo, o qual tem como objetivo desenvolver um método de solução cujo tempo necessário para obter soluções para o problema tratado seja reduzido. Mais especificamente, propõe-se uma heurística baseada no modelo de otimização de Tavares & Munari (2024), que explora uma decomposição do modelo matemático de acordo com o agrupamento de fazendas em polos. Assim, tem-se um subproblema para cada polo de fazendas, de modo que cada subproblema tem tamanho significativamente menor que o problema original, viabilizando assim sua resolução computacional em tempo bastante reduzido. Os resultados computacionais mostram que a qualidade das soluções obtidas não é negativamente afetada, enquanto o tempo computacional é reduzido de forma considerável.

O presente trabalho está estruturado da seguinte forma. Na Seção 2, apresenta-se a caracterização do problema. Na Seção 3, descreve-se a modelagem matemática usada como base para o método proposto. Na Seção 4, propõe-se o método de solução heurístico. Na Seção 5, são apresentados os resultados computacionais. Por fim, na Seção 6, são feitas as considerações finais deste trabalho.

2. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O planejamento estratégico de plantio de laranjas não é trivial, uma vez que, a produtividade das fazendas depende de diversas características, abrangendo variedades de laranja, ciclos de vida das plantas, maturação dos frutos, condições climáticas, entre outras. O processo de planejamento estratégico de plantio na empresa parceira desta pesquisa é o mesmo considerado no estudo de Tavares & Munari (2024). Esse planejamento ocorre anualmente e considera informações como o número de fazendas e talhões em cada uma dessas fazendas; tipos de variedade de laranjas, idade das árvores plantadas, área e quantidade de plantas em cada talhão; estimativas sobre a produtividade da planta e erradicação natural em função de seu ciclo de vida; e a área disponível para plantio nas fazendas. Além disso, os tomadores de decisão

devem definir as porcentagens desejadas de cada tipo de variedade de laranja e o perfil etário desejado para as árvores espalhadas pelas fazendas. Com todas essas informações em mãos, a empresa busca definir um plano estratégico de como será o manejo em cada fazenda nos próximos 30 anos, com objetivo de maximizar a produção de laranjas. Este horizonte tem como propósito dar uma visão ampla dos resultados esperados no longo prazo com base nas decisões planejadas. Obviamente, estas decisões são reavaliadas todos os anos, e mesmo as decisões para o ano em curso são posteriormente revisadas e refinadas em aspectos táticos e operacionais.

As fazendas são divididas em talhões contendo apenas árvores da mesma variedade, porta-enxerto e idade, já que todas as árvores de um talhão são plantadas no mesmo período (safra). Outra característica relevante é que, cada talhão possui uma forma específica de irrigação e adensamento, definindo assim os seguintes atributos únicos que o determina: a idade das plantas (de acordo com o ano de plantio), variedade, porta-enxerto, técnica de irrigação e densidade. Usando essas características, os talhões de mesmos atributos foram agrupados nos chamados *estratos*, seguindo a prática da empresa parceira. Assim, neste estudo, considera-se um conjunto de estratos definidos pela tupla $\langle \text{variedade}, \text{porta-enxerto}, \text{idade}, \text{densidade}, \text{irrigação} \rangle$ usada para representar o grupo de todos os talhões com os mesmos atributos em uma fazenda.

O principal objetivo do processo de planejamento descrito é obter o manejo ótimo que maximiza a produção de laranjas, atendendo às capacidades de novos plantios e erradicações, além de buscar satisfazer os requisitos desejáveis de equilíbrio varietal e etário. Desta forma, a reposta deste planejamento deve especificar *quais* estratos e *quanto* deles plantar, considerando todas as possíveis combinações de variedade, porta-enxerto, densidade e irrigação; *onde* plantar esses estratos, considerando a área disponível em cada fazenda, bem como áreas que podem resultar da erradicação; e *quando* plantar estes estratos nos próximos anos do horizonte de planejamento. Todas essas decisões, quando tratadas de forma simultânea, e considerando um elevado número de estratos, fazendas e períodos de planejamento, tornam a resolução do problema estudado bastante desafiadora na prática.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

O método aqui proposto tem como base um dos modelos matemáticos propostos por Tavares e Munari (2024). Especificamente, é usado o modelo SPMC (*Strategic Planning Model for Citriculture*) definido em conjunto a técnica denominada pelos autores de S1, dado que apresentou os melhores resultados, de acordo com os autores. Assim, utiliza-se a sigla SPMC-

S1 para se referir ao modelo. Este modelo é baseado em programação por metas, e utiliza variáveis artificiais relacionadas às violações dos equilíbrios varietal e etário desejados, que são então penalizadas na função objetivo. Isso foi necessário, pois usando dados reais fornecidos pela empresa, os autores observaram que configuração então corrente de plantio das fazendas da empresa não satisfazia os níveis de equilíbrio de varietal e etário desejados. Para mais detalhes, sugere-se a consulta ao trabalho de Tavares & Munari (2024).

Para definir o modelo base considerado neste artigo, considere os conjuntos, parâmetros e variáveis de decisão apresentados nas Tabelas 1 a 3. Usando a notação introduzida, o SPMC-S1 é definido pelas expressões (1)-(34) a seguir.

TABELA 1 - Conjuntos e Subconjuntos para a modelagem matemática.

E	Conjunto dos estratos;
I	Conjunto de idades, começando em 0;
I_+	Subconjunto de idades começando em 1;
F	Conjunto de fazendas;
L	Conjunto de polos das fazendas;
G	Conjunto de grupos etários;
V	Conjunto de variedades de laranja;
T	Conjunto de períodos começando em 0;
T_+	Subconjunto de períodos começando em 1;
$F(\ell)$	Subconjunto das fazendas que pertencem ao polo $\ell \in L$;
$K(e)$	Subconjunto das fazendas compatíveis com o estrato $e \in E$;
$E(v)$	Subconjunto de estratos que produzem a variedade $v \in V$;
E^b	Subconjunto de estratos base;
E^n	Subconjunto de estratos norma.

TABELA 2 - Parâmetros para a modelagem matemática.

P_{eif}	Produtividade do estrato $e \in E$ com idade $i \in I$ na fazenda $f \in F$ (frutos/caixa);
R_{eif}	Taxa de erradicação do estrato $e \in E$ com idade $i \in I$ na fazenda $f \in F$ (porcentagem de plantas);
N_e	Número máximo de pés por hectare no plantio do estrato $e \in E^n$ (plantas);
I_e^{max}	Idade máxima permitida do estrato $e \in E$ usada para erradicação (anos);
M	Limite anual de plantio de mudas (pés de plantas);
B	Limite anual de erradicação de pés (ha);
H_f	Proporção da área irrigada em cada fazenda (% de área);
U_v^{min}	Porcentagem mínima desejada de produção da variedade $v \in V$ por polo (porcentagem de frutos)
U_v^{max}	Porcentagem máxima desejada de produção da variedade $v \in V$ por polo (porcentagem de frutos);
W_g^{min}	Porcentagem mínima desejada de estratos do grupo etário $g \in G$ (porcentagem de plantas);
W_g^{max}	Porcentagem máxima desejada de estratos do grupo etário $g \in G$ (porcentagem de plantas);
Y_{eif0}	Área ocupada pelos estratos $e \in E$ com idades $i \in I$ nas fazendas $f \in F$ no início do planejamento (plantas);

Continuação da TABELA 2

X_{eif0}	Número de plantas do estrato $e \in E$ com idade $i \in I$ nas fazendas $f \in F$ no início do planejamento (plantas);
A_f^{min}	Área mínima disponível para plantio na fazenda $f \in F$ (hectare);
A_f^{max}	Área máxima disponível para plantio na fazenda $f \in F$ (hectare);
p^{min}	Produtividade mínima por hectare, usada para erradicação por produtividade (frutos/caixa);
I_e^{min}	Idade mínima para erradicação do estrato $e \in E$ por produtividade (anos);
E^{irri}	Estratos que possuem o sistema de irrigação via gotejamento (pés de plantas).

TABELA 3 - Variáveis de decisão para modelagem matemática.

$x_{eift} \geq 0$	Estimativa do número de plantas do estrato $e \in E$ com idade $i \in I$ na fazenda $f \in F$ no período $t \in T$;
$y_{eift} \geq 0$	Área ocupada pelo estrato $e \in E$ com idade $i \in I$ na fazenda $f \in F$ no período $t \in T$;
$z_{eift} \in \{0,1\}$	1, se e somente se o estrato $e \in E$ com idade $i \in I$ está plantado na fazenda $f \in F$ no período $t \in T$;
$\theta_{vlt} \geq 0$	Produção da variedade $v \in V$ no polo $l \in L$ no período $t \in T$.
$u_{vlt}^{min} \geq 0$	Violação do limitante inferior do equilíbrio varietal.
$u_{vlt}^{max} \geq 0$	Violação do limitante superior do equilíbrio varietal.
$w_{gt}^{min} \geq 0$	Violação do limitante inferior do equilíbrio etário.
$w_{gt}^{max} \geq 0$	Violação do limitante superior do equilíbrio etário.

Maximizar

$$\sum_{v \in V} \sum_{\ell \in L} \sum_{t \in T} \theta_{vlt} - \sum_{t \in T} \phi_t^{var} \left(\sum_{v \in V} \sum_{\ell \in L} u_{vlt}^{min} + u_{vlt}^{max} \right) - \sum_{t \in T} \phi_t^{et} \left(\sum_{g \in G} w_{gt}^{min} + w_{gt}^{max} \right) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\theta_{vlt} = \sum_{e \in \mathcal{E}(v)} \sum_{i \in I} \sum_{f \in \mathcal{F}(\ell) \cap \mathcal{K}(e)} P_{eif} x_{eift}, \quad v \in V, \ell \in L, t \in T. \quad (2)$$

$$U_v^{min} \sum_{\ell \in L} \theta_{vlt} - u_{vlt}^{min} \leq \theta_{vlt} \leq U_v^{max} \sum_{\ell \in L} \theta_{vlt} + u_{vlt}^{max}, \quad v \in V, \ell \in L, t \in T \quad (3)$$

$$W_g^{min} \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in I} \sum_{f \in \mathcal{F} \cap \mathcal{K}(e)} x_{eift} - w_{gt}^{min} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in I} \sum_{f \in \mathcal{K}(e)} x_{eift}, \quad \forall g \in G, \forall t \in T, \quad (4)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in I} \sum_{f \in \mathcal{F} \cap \mathcal{K}(e)} x_{eift} \leq W_g^{max} \sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in I} \sum_{f \in \mathcal{K}(e)} x_{eift} + w_{gt}^{max}, \quad \forall g \in G, \forall t \in T. \quad (5)$$

$$x_{eif0} = X_{eif}^0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I, \forall f \in \mathcal{K}(e), \quad (6)$$

$$y_{eif0} = Y_{eif}^0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I, \forall f \in \mathcal{K}(e). \quad (7)$$

$$x_{e0ft} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}^b, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in T_+. \quad (8)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{f \in \mathcal{F} \in \mathcal{K}(e)} x_{e0ft} \leq M, \quad \forall t \in T_+. \quad (9)$$

$$x_{e0ft} = N_e y_{e0ft}, \quad \forall e \in \mathcal{E}^n, \forall i \in I, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T, \quad (10)$$

$$x_{eift} \leq N_e y_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}^n, \forall i \in I, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+, \quad (11)$$

$$x_{eift} \leq \left\lceil \frac{X_{e(i-1)f}^0}{Y_{e(i-1)f}^0} \right\rceil y_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}^b, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T: t \leq i, Y_{e(i-1)f}^0 > 0. \quad (12)$$

$$A_f^{\min} z_{eift} \leq y_{eift} \leq A_f^{\max} z_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T, \quad (13)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in I} \sum_{f \in \mathcal{F} \in \mathcal{K}(e)} y_{eift} \leq A_f^{\max}, \quad \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+, \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{e \in E \cap E^{\text{irri}}} y_{eift} \leq H_t A_f^{\max}, \quad \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+. \quad (15)$$

$$z_{eift} \leq x_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in T. \quad (16)$$

$$x_{eift} \leq (1 - R_{eif}) x_{e(i-1)f(t-1)}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+, \quad (17)$$

$$x_{eift} \geq (1 - R_{eif}) x_{e(i-1)f(t-1)} - \left\lceil X_{e(i-f)f}^0 \right\rceil (1 - z_{eift}), \quad \forall e \in E^b, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+: i \geq t, X_{e(i-t)f}^0 > 0, \quad (18)$$

$$x_{eift} \geq (1 - R_{eif}) x_{e(i-1)f(t-1)} - \left\lceil N_e A_f^{\max} \right\rceil (1 - z_{eift}), \quad \forall e \in E^n, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+. \quad (19)$$

$$y_{eift} \leq y_{e(i-1)f(t-1)}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+, \quad (20)$$

$$y_{eift} \geq y_{e(i-1)f(t-1)} - A_f^{\max} (1 - z_{eift}), \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+. \quad (21)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{i \in I_+} \sum_{f \in \mathcal{F} \in \mathcal{K}(e)} y_{e(i-1)f(t-1)} - y_{eift} \leq B, \quad \forall t \in T_+. \quad (22)$$

$$z_{eift} = z_{e(i-1)f(t-1)}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+: i < I_e^{\min}, \quad (23)$$

$$z_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+: i > I_e^{\max}, \quad (24)$$

$$P_{eif} x_{eift} \geq P^{\min} y_{eift}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I_+, \forall f \in \mathcal{K}(e), \forall t \in T_+: i \geq I_e^{\min}. \quad (25)$$

$$x_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I, \forall f \notin \mathcal{K}(e), \forall t \in T, \quad (26)$$

$$y_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I, \forall f \notin \mathcal{K}(e), \forall t \in T, \quad (27)$$

$$z_{eift} = 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I, \forall f \notin \mathcal{K}(e), \forall t \in T. \quad (28)$$

$$\theta_{vlt} \geq 0, \quad \forall v \in V, \forall l \in L, \forall t \in T, \quad (29)$$

$$x_{eift} \geq 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in I, \forall f \in F, \forall t \in T, \quad (30)$$

$$y_{eift} \geq 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (31)$$

$$z_{eift} \geq 0, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall i \in \mathcal{I}, \forall f \in \mathcal{F}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad (32)$$

$$u_{vlt}^{\min}, u_{vlt}^{\max} \geq 0, \quad v \in \mathcal{V}, \ell \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}, \quad (33)$$

$$w_{gt}^{\min}, w_{gt}^{\max} \geq 0, \quad \forall g \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}. \quad (34)$$

A função objetivo (1) é definida por três componentes. A primeira componente busca maximizar a produção total ao longo de todo o horizonte de planejamento considerando todas as variedades e polos de fazendas. Já a segunda e a terceira componente buscam minimizar os desvios dos controles varietal e etário, respectivamente. As restrições (2) apresentam como o cálculo da variável θ_{vlt} , que consiste na soma total da produção de laranjas da variedade $v \in \mathcal{V}$, no polo $\ell \in \mathcal{L}$, no período $t \in \mathcal{T}$. As restrições (3) apresentam como o equilíbrio varietal desejado é estabelecido em função das porcentagens mínimas e máximas $U_v^{\min}$ e $U_v^{\max}$, estabelecendo que as violações sejam absorvidas pelas variáveis penalizadas na função objetivo. As restrições (4) e (5) funcionam de forma similar para o equilíbrio etário desejado.

As restrições (6) e (7) garantem que as condições de contorno de cada fazenda sejam consideradas. As restrições (6) definem o número de estratos plantados no início do horizonte de planejamento (situação corrente da empresa) e as restrições (7) definem a área ocupada por estes estratos plantados. As restrições (8) garantem a proibição do plantio de estratos base a partir do primeiro ano da otimização. As restrições (9) impõem o limite anual de plantio de novos estratos devido à limitação de recursos operacionais e financeiros do planejamento da safra. As restrições (10)-(12) modelam a relação entre as variáveis x_{eift} e y_{eift} utilizando o adensamento de novos estratos e a configuração de plantio existente nas fazendas. O conjunto de restrições (13)-(15) modelam a relação entre as variáveis y_{eift} e z_{eift} impondo os limites de áreas disponíveis para plantio em cada fazenda. As restrições (16) garantem a consistência entre as variáveis x_{eift} e z_{eift} . Note que a relação oposta é garantida de forma transitivamente através das restrições (11)-(13).

O conjunto de restrições (17)-(19) modelam a evolução do número de estratos plantados de acordo com a sua idade. Elas consideram o número de estratos plantados no cenário inicial de plantio e a erradicação natural dos estratos de acordo com os valores da curva de erradicação dada pelo parâmetro R_{eif} . O conjunto de restrições (20)-(21) trabalham similarmente ao conjunto de restrições (17)-(19) com uma visão de área. As restrições (22) garantem que o limite de área erradicada seja respeitado. O conjunto de restrições (23)-(25) modelam as erradicações. As restrições (23) não permite que o estrato seja erradicado antes do atingimento

da idade mínima. Já as restrições (24) garantem a erradicação dos estratos que excederam a idade máxima estabelecida. As restrições (25) modelam a erradicação por produtividade. O conjunto de restrições (26)-(28) proíbem que um estrato não compatível seja plantado. Por fim, o conjunto de restrições (29)-(32) apresentam os domínios das variáveis de decisão.

4. MATHEURÍSTICA DE DECOMPOSIÇÃO POR POLOS

Nesta seção, propõe-se uma *matheurística*, termo comumente usado na literatura para se referir a métodos de solução que nascem da hibridização da programação matemática (modelos de otimização) com heurísticas. A característica fundamental de uma matheurística é a construção de uma heurística geral construída em torno do modelo matemático que é o artefato principal (Vieira, 2020). Desta forma, a matheurística é uma alternativa atrativa para a resolução de problemas de programação matemática desafiadores (caso do SPMC-S1) devido a não ser um paradigma rígido, mas sim, uma estrutura conceitual para o projeto de heurísticas matematicamente sólidas.

A matheurística aqui proposta explora as características do SPMC-S1 com o objetivo apresentar soluções para o tomador de decisão em tempos computacionais menores. Assim, para cada polo $l \in L$, considere o subconjunto $F(l) \subset F$ de fazendas que compõem esse polo. Desta forma, o conjunto de variáveis inteiras do modelo original é particionado em $|L|$ subproblemas que serão resolvidos de forma iterativa no método proposto. A proposta da matheurística é resolver o horizonte de planejamento do plantio para cada subconjunto $F(l) \subset F$ com objetivo de redução do tempo computacional. Como as restrições de limite de plantio (9) e limite de erradicação (22) são restrições globais, faz-se necessária a criação de duas novas variáveis contínuas, sendo elas: $\delta(t)$, plantio total realizando no período t ; e $\eta(t)$, área erradicada total no período t . Além disso, os parâmetros que limitam o plantio (M) e erradicação anual (B) precisam ser indexados por período t . Desta forma, as restrições (9) e (22) são alteradas da seguinte forma para contemplar tanto o plantio quanto as áreas erradicadas residuais:

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{f \in \mathcal{K}(e)} x_{e0ft} \leq M(t) - \delta(t), \quad \forall t \in T_+, \quad (35)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} \sum_{l \in L_+} \sum_{f \in \mathcal{K}(e)} y_{e(i-1)f(t-1)} - y_{eift} \leq B - \eta(t), \quad \forall t \in T_+. \quad (36)$$

O pseudocódigo da matheurística de Decomposição por Polos é descrito no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Matheurística Decomposição por Polos

Entrada: A sequência de subproblemas de maximização P

Saída: Resultado de todas as variáveis do modelo

Procedimento: Definir e o subconjunto $F(\ell) \subset F$ de fazendas

Para $l = 1$ até L **faça:** Redefinir o conjunto $L = l$

 Redefinir o conjunto $F = F(\ell)$

 Resolver o MIP resultante

 Atualizar os valores de $\delta(t)$ e $\eta(t)$

 Atualizar as restrições (35) - (36)

Fim do Procedimento

5. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Nesta seção, apresentam-se os resultados de experimentos computacionais com a matheurística de Decomposição por Polos, usando dados reais fornecido pela empresa que colaborou com essa pesquisa. Para a validação do desempenho do método foi selecionado o resultado da variante S1-S1 do trabalho de Tavares & Munari (2024), uma vez que, ela obteve os melhores resultados em todos os requisitos da empresa (produção, controle varietal, controle etário, plantio e erradicação). O resultado desta variante foi denominado como *solução base* neste trabalho para fins de análises comparativas.

A abordagem foi implementada na linguagem Python, versão 3.10, utilizando as bibliotecas Gurobipy, Tkinter, Pandas, Numpy, Datetime e Io. Para resolver o modelo, foi utilizado o *solver* de propósito geral do software Gurobi versão 9.5.2, com suas configurações padrão. A tolerância de *gap* de otimalidade adotada foi de 10^{-2} , e impôs-se um limite de tempo de 3600 seg por rodada. Todos os experimentos foram executados em um computador com 256 GB de RAM, processador Intel® Xeon CPU W-226 CPU@ 3,50 GHz x 3,50 GHz, com o sistema operacional Windows 11 Pro 64 bits.

5.1 Descrição dos dados

Foi utilizada a mesma instância criada em Tavares e Munari (2024) com base em dados históricos fornecidos pela empresa parceira. Os dados referem-se a um retrato da sua situação de plantio no momento da coleta de dados. Todos os parâmetros necessários foram definidos com base nessas informações. Os dados fornecidos incluem cerca de 30 fazendas agrupadas em 10 polos e envolvendo cerca de 300 diferentes estratos com descrição completa do plantio atual da empresa. Há também uma área de expansão em torno de 10 mil hectares, que a empresa pretende ocupar com base nas recomendações deste processo de planejamento estratégico. Os

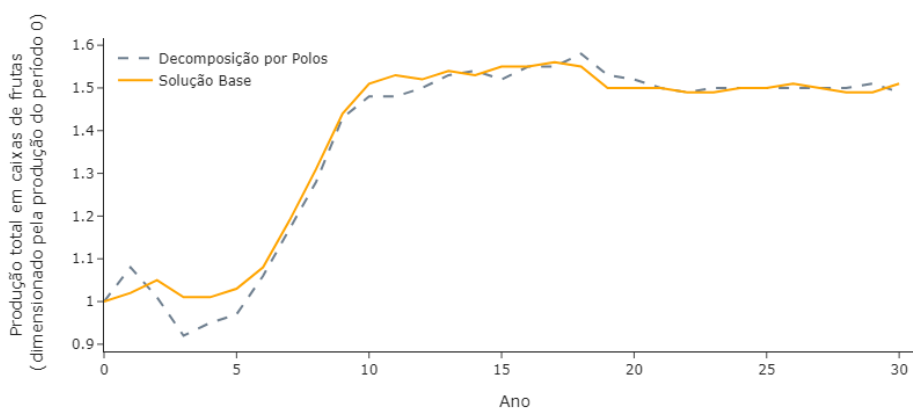
valores mínimos (U_v^{min}) e máximo (U_v^{max}) dos percentuais de produção de cada variedade foram definidos por valores específicos nas faixas [5%, 25%] e [15%, 35%], respectivamente. A empresa utiliza cinco faixas etárias, denominadas de G1 a G5. O mínimo (W_g^{min}) e máximo (W_g^{max}) desejado de porcentagem de árvores em cada faixa etária assume valores específicos nos intervalos [15%, 20%] e [20%, 25%], respectivamente. Cada grupo é definido usando níveis de pertencimento nesses intervalos. Para proteger a confidencialidade dos dados, não é possível apresentar exatamente os números mencionados, conforme exigido pela empresa. Todos os valores dos parâmetros foram definidos de acordo com os dados fornecidos pela empresa, mas os valores numéricos absolutos apresentados nesta seção são multiplicados por um escalar positivo para lidar com a privacidade de dados.

5.2 Análise de Produção

O resultado agregado é apresentado na Figura 1 que apresenta a produção total (em caixas laranja) em cada ano do horizonte de planejamento. O eixo horizontal na Figura 1 representa os anos, e o eixo vertical representa o incremento no desempenho da produção, onde 1 (como é o cenário de produção antes da otimização) e o subsequente os valores (1,2, 1,4, 1,6 e 1,8) representam melhorias relativas de produção em comparação com o cenário atual (por exemplo, 1,2 representa um aumento de 20%).

Analisando a Figura 1, observa-se que os níveis de produção anual da solução obtida com a matheurística de Decomposição por Polos decaem abaixo da curva da solução base até o quinto ano, obtendo uma maior aderência à curva da solução base no 10º ano. A partir deste período, a solução do método proposto apresenta um comportamento muito similar à curva da solução base, tendo uma produção menor nos intervalos de 10 a 15 anos e de 28 a 30 anos.

FIGURA 1 - Produção total de laranjas em cada ano do horizonte de planejamento.



Fonte: Autores (2024).

Após a análise de produção, foi realizada uma análise de aderência da solução obtida pela matheurística considerando o valor da produção na função objetivo da solução base. Esta análise é apresentada na Tabela 4, onde a primeira coluna apresenta o valor do gap relativo calculado em função do valor da produção na função objetivo da solução base, a segunda coluna apresenta o tempo computacional necessário para execução do método, no formato de minutos e segundos. Por fim, a última coluna apresenta a porcentagem de redução de tempo, levando em consideração o tempo necessário para processar o exemplar da solução base (24 horas). Analisando a Tabela 4 se pode observar que o gap relativo foi baixo (não houve perda significativa de produção de laranjas) e o tempo computacional foi consideravelmente reduzido.

TABELA 1 - Análise de aderência do método proposto.

Gap Relativo	Tempo	% Red. de tempo
-4,71E-03	06:29	99,55%

Fonte: Autores (2024).

5.3 Análise do Equilíbrio Etário

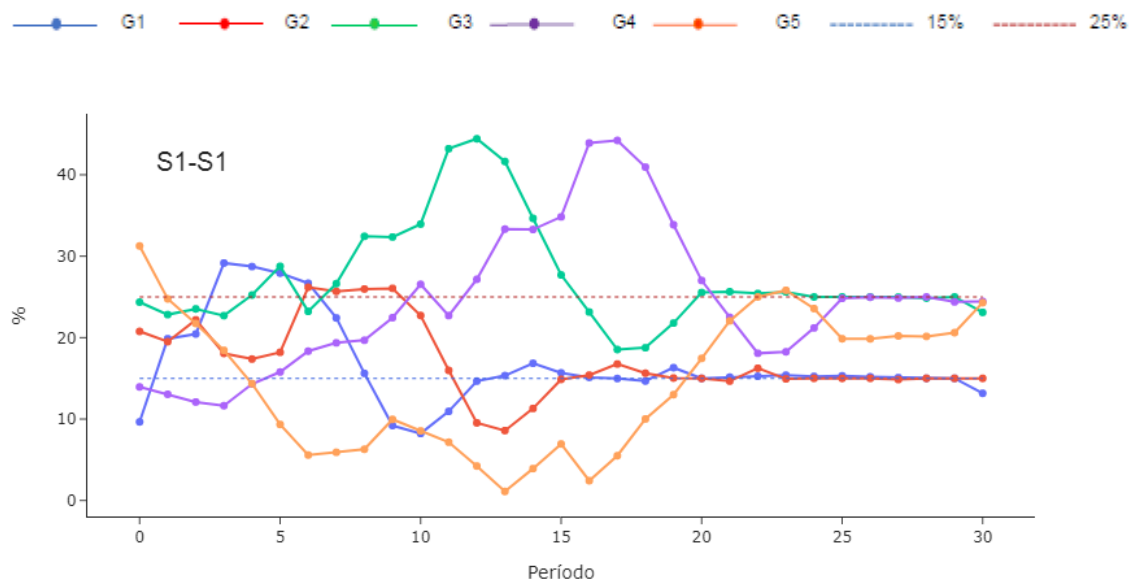
O resultado agregado desta análise é apresentado na Figura 2, sendo que em cada subfigura, o eixo horizontal apresenta os anos das safras e o eixo vertical apresenta os volumes percentuais de cada faixa etária. Analisando a Figura 2, é possível observar que o método proposto conseguiu uma solução que atinge o equilíbrio etário a partir do 27º período do horizonte de planejamento, que equivale a quatro anos a mais que o resultado obtido com a solução base.

5.4 Análise do Equilíbrio Varietal

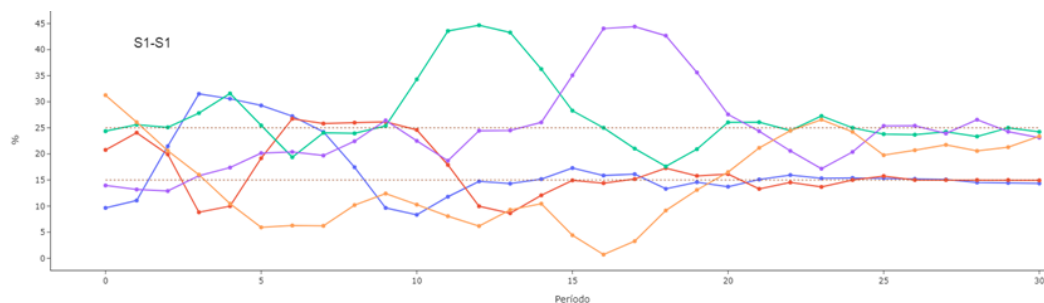
Para a análise de controle varietal, foi observado os percentuais de produção de acordo com as diversas variedades, considerando os níveis especificados pela empresa. A Figura 3 apresenta os percentuais de cada variedade durante os períodos no horizonte de planejamento considerando um dos polos da empresa, escolhido de forma arbitrária. Como o equilíbrio varietal é feito por polo, e tem-se 10 polos no total, foi selecionado arbitrariamente um polo representativo para análise detalhada. Os outros nove polos apresentam comportamento semelhante ao aqui analisado. Adicionalmente, as linhas horizontais tracejadas nos gráficos mostram os valores mínimo e máximo (5 e 35%, respectivamente) que são utilizados na definição do controle varietal desejado. Para cada variedade de laranja, a empresa define valores específicos dentro deste intervalo, mas não é permitido divulgá-los. Em cada subfigura, o eixo horizontal apresenta os anos das safras e no eixo vertical apresenta os volumes percentuais de cada variedade de laranja. Analisando a Figura 3, é possível observar que a solução obtida com

o método proposto consegue alcançar o controle varietal no 8º ano (um ano a mais que a Solução Base).

FIGURA 2 - Análise do controle etário.



(a) Solução Base



(b) Decomposição por Polos

Fonte: Autores (2024).

6. CONCLUSÕES

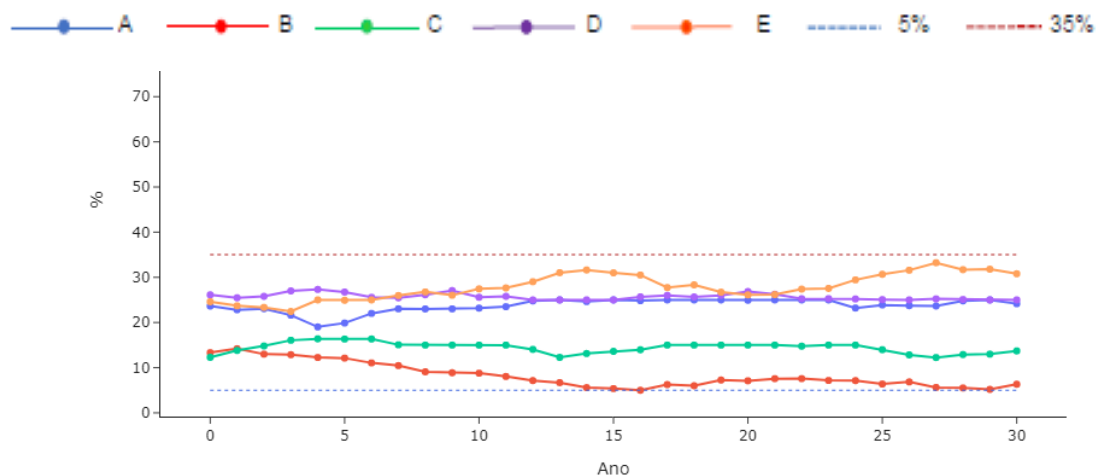
Neste trabalho, foi proposta uma matheurística especializada para apoiar a tomada de decisão envolvendo o planejamento estratégico do manejo de laranjas. O método é baseado no modelo matemático introduzido por Tavares e Munari (2024) e explora a decomposição por polos de fazendas neste modelo. A motivação principal foi a redução do tempo computacional de processamento para a resolução do problema, sem prejudicar significativamente a qualidade das soluções obtidas.

Considerando todas as análises realizadas neste trabalho, envolvendo critérios como produção total, aderência ao equilíbrio varietal e aderência ao equilíbrio etário, pode-se concluir

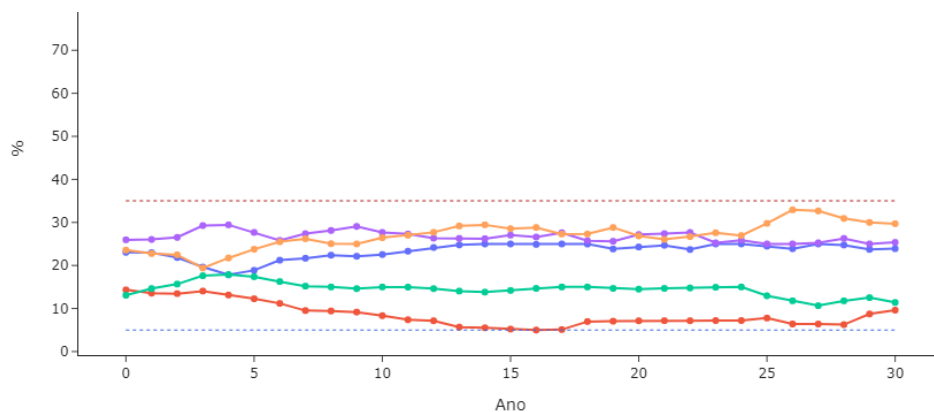
que o método proposto é adequado para atender as necessidades da empresa parceira. De fato, o método obteve uma solução com bons níveis de produtividade, possuindo um *gap* relativo em relação à solução base da ordem de 10^{-3} . Tal solução proporciona o equilíbrio etário a partir do 27º ano (quatro anos a mais que o modelo original) e equilíbrio varietal a partir do 8º ano (um ano a mais que o modelo original). Por fim, e mais importante, o método reduziu o tempo computacional em 99,55 % em relação ao tempo necessário para executar o modelo original.

Diversos tópicos relacionados podem ser explorados em trabalhos futuros. Por exemplo, (i) a exploração de outras matheurísticas conhecidas na literatura como *Horizonte Rolante*, *Fix-and-Optimize* e *Relax-and-Fix* e (ii) a exploração de técnicas multi-objetivo e (iii) exploração de incertezas nos parâmetros de curvas de produtividade e erradicação através da Otimização Robusta.

FIGURA 3 - Análise do controle varietal.



(a) Solução Base



(b) Decomposição por Polos

Fonte: Autores (2024).

REFERÊNCIAS

GLOBO RURAL. **O que é o “greening”, doença que pode devastar pomares e ajuda a explicar a laranja cara.** Disponível em: <https://g1.globo.com/economia/agronegocios/globo-rural/noticia/2024/06/09/o-que-e-o-greening-doenca-que-pode-devastar-pomares-e-ajuda-a-explicar-a-laranja-cara.ghtml>. Acesso em 25/06/2024.

TAVARES, C.; MUNARI, P. **Strategic planning in citriculture: An optimization approach.** Computers and Electronics in Agriculture, v. 222. 109052, 2024.

USDA. **Citrus: World Markets and Trade.** 2022. Disponível em: <https://downloads.usda.library.cornell.edu/usda-esmis/files/w66343603/bv73d549r/1v53m4335/citrus.pdf>. Acesso em: 18 de Outubro de 2022.

VIEIRA, T. J. dos S. **Geração de Romaneios Otimizados para Consolidação de Cargas na Distribuição de Mercadorias com a Utilização de Frotas Subcontratadas.** Dissertação - Universidade Federal de São Carlos. 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/12663>