

Evento Virtual
10 de julho de 2024



2º Encontro de Pesquisas em Ensino,
Diversidade e Cultura (RENOEN/UFRPE)

ENSINO DE ÁREAS ATRAVÉS DO TEOREMA DE PICK E MATHIGON: UMA PROPOSTA DIDÁTICA BASEADA NA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

TEACHING AREAS THROUGH PICK'S THEOREM AND MATHIGON: A DIDACTIC PROPOSAL BASED ON THE THEORY OF OBJECTIFICATION

ENSEÑANZA DE ÁREAS A TRAVÉS DEL TEOREMA DE PICK Y MATHIGON: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA BASADA EN LA TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN

AZEVEDO, Italândia Ferreira de
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE
italandiag@gmail.com

AQUINO, Francisco José Alves de
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE
fcoalves_aq@ifce.edu.br

SANTOS, Maria José Costa dos
Universidade Federal do Ceará - UFC
mazzesantos@ufc.br

Resumo: Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta didática, à luz da Teoria da Objetivação, para o ensino de áreas usando o Teorema de Pick e a plataforma Mathigon. Na plataforma *Mathigon*, a atividade prática pode incluir a construção de diversos polígonos em uma grade, por isso sua importância. Este trabalho fundamenta-se na Teoria da Objetivação, desenvolvida por Luís Radford. Esta teoria destaca a importância da interação ao promover um ambiente onde os alunos podem explorar, questionar e construir conhecimento de forma coletiva. A metodologia desse trabalho tem uma abordagem qualitativa e segue o tipo de pesquisa exploratória, podendo ser aplicada em turmas do 9º ano e/ou ensino médio. Ao utilizar a plataforma, o professor poderá organizar duplas ou grupos e desenvolver a atividade prática de forma a estimular o processo de objetivação, pois quando eles constroem e manipulam os polígonos, geram a tomada de conhecimento sobre o tema. Esta interação facilita o processo de objetivação, ou seja, a transformação das atividades concretas em conhecimento matemático. A plataforma *Mathigon*, com seus recursos dinâmicos e interativos, pode tornar o estudo mais envolvente e acessível, ajudando a consolidar a compreensão sobre o Teorema de

Pick. Este método prático e visual pode ajudar na visualização de como a área é afetada pela disposição dos pontos. Por fim, espera-se que o uso do Mathigon junto à Teoria da Objetivação ofereça um suporte robusto para o ensino e a aprendizagem eficaz do ensino de áreas não regulares.

Palavras-chave: Ensino de matemática; Recurso digital; Mathigon; Teoria da Objetivação.

Abstract: This work aims to present a didactic proposal, considering the Theory of Objectification, for teaching areas using Pick's Theorem and the Mathigon platform. On the Mathigon platform, practical activities can include constructing various polygons on a grid, which underscores its importance. This work is based on the Theory of Objectification, developed by Luis Radford. This theory emphasizes the importance of interaction in promoting an environment where students can explore, question, and collectively construct knowledge. The methodology of this work adopts a qualitative approach and follows the exploratory research type, suitable for 9th-grade and/or high school classes. By using the platform, the teacher can organize pairs or groups and develop practical activities to stimulate the process of objectification, as students generate knowledge on the subject while constructing and manipulating polygons. This interaction facilitates the process of objectification, i.e., the transformation of concrete activities into mathematical knowledge. The Mathigon platform, with its dynamic and interactive resources, can make studying more engaging and accessible, aiding in the consolidation of understanding Pick's Theorem. This practical and visual method can help in visualizing how the area is affected by the arrangement of points. Finally, it is hoped that the use of Mathigon, together with the Theory of Objectification, will provide robust support for the effective teaching and learning of irregular areas.

Keywords: Mathematics teaching; Digital resource; Mathigon; Objectification Theory.

Resumen: Este trabajo tiene como objetivo presentar una propuesta didáctica, a la luz de la Teoría de la Objetivación, para la enseñanza de áreas utilizando el Teorema de Pick y la plataforma Mathigon. En la plataforma Mathigon, la actividad práctica puede incluir la construcción de varios polígonos en una cuadrícula, por lo tanto, su importancia. Este trabajo se fundamenta en la Teoría de la Objetivación, desarrollada por Luis Radford. Esta teoría destaca la importancia de la interacción para promover un entorno donde los estudiantes puedan explorar, cuestionar y construir conocimiento de forma colectiva. La metodología de este trabajo adopta un enfoque cualitativo y sigue el tipo de investigación exploratoria, siendo adecuada para clases de 9° grado y/o educación secundaria. Al utilizar la plataforma, el profesor puede organizar parejas o grupo y desarrollar la actividad práctica para estimular el proceso de objetivación, ya que en el momento en que construyen y manipulan los polígonos, generan la toma de conocimiento sobre el tema. Esta interacción facilita el proceso de objetivación, es decir, la transformación de las actividades concretas en conocimiento matemático. La plataforma Mathigon, con sus recursos dinámicos e interactivos, puede hacer el estudio más atractivo y accesible, ayudando a consolidar la comprensión sobre el Teorema de Pick. Este método práctico y visual puede ayudar en la visualización de cómo el área se ve afectada por la disposición de los puntos. Finalmente, se espera que el uso de Mathigon junto a la Teoría de la Objetivación ofrezca un apoyo sólido para la enseñanza y el aprendizaje eficaz de áreas no regulares.

Palabras clave: Enseñanza de matemáticas; Recurso digital; Matigon; Teoría de la objetivación.

Introdução

O ensino de Geometria é uma área da matemática que pode ser vista pelos alunos de forma aplicada e uma matemática mais presente no cotidiano, como destaca Ritter (2011, p. 9), que a geometria “pode ser considerada como a parte da matemática mais intuitiva, concreta e real”.

Batista e Paulo (2021) reforçam a importância do desenvolvimento da visualização por meio da exploração de situações envolvendo construções geométricas, nas quais os alunos sejam incentivados a “conjeturar sobre as características e as propriedades dos objetos geométricos, levantando hipóteses que possam ser testadas por meio da manipulação e exploração dessas figuras” (Batista; Paulo, 2021, p. 161).

Para contribuir com a exploração das construções geométricas e com a manipulação, temos como aliada a tecnologia digital. De acordo com Moran (2017, p. 1), “as tecnologias digitais hoje são muitas, acessíveis, instantâneas e podem ser utilizadas para aprender em qualquer lugar, tempo e de múltiplas formas”.

Para apresentar esses modelos visuais, destacamos a importância do papel do professor, pois segundo Santos e Almeida Neto (2021, p. 107), “compreende-se que as práticas pedagógicas devem contemplar o uso das tecnologias digitais no sentido da ampliação das potencialidades do professor como curador, mediador e designer da aprendizagem”. Moran (2017) apresenta ainda que os professores podem utilizar estas tecnologias digitais para motivar os alunos principalmente através de vídeos, histórias e jogos, além de desenvolver atividades que possam usar esses recursos tecnológicos para serem trabalhadas em grupos, estimulando uma aprendizagem coletiva para o ensino da Matemática.

A partir do exposto, observamos que a tecnologia pode ser aproveitada como uma grande aliada à Educação no contexto da aprendizagem escolar. Neste contexto, propomos com este trabalho um estudo de áreas usando o teorema de Pick e o recurso digital chamado de Mathigon¹.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta didática, à luz da Teoria da Objetivação, para o ensino de áreas usando o Teorema de Pick e a plataforma Mathigon. Para intensificar uma aprendizagem coletiva e estimular o senso crítico e reflexivo dos alunos, escolhemos trabalhar com a Teoria da Objetivação (TO) pois, segundo Radford (2021), o aluno não é um simples solucionador de problemas, mas um indivíduo ético, que se posiciona e tem visão crítica em atividades de matemática.

Então, essa teoria fornece uma estrutura conceitual adequada para alinhar o uso das tecnologias e uma aprendizagem coletiva. Na seção seguinte, apresentamos a fundamentação teórica com base na Teoria da Objetivação, em seguida, abordamos a plataforma Mathigon e o Teorema do Pick. Descrevemos também a metodologia, a proposta de atividade e finalizamos com as considerações finais.

Teoria da Objetivação

A Teoria da Objetivação (TO) baseia-se no ensino-aprendizagem em diferentes perspectivas teóricas e filosóficas. Esta teoria surge como uma alternativa viável no contexto do ensino e aprendizagem de Matemática, fundamentando-se nos princípios epistemológicos do materialismo histórico-dialético e da teoria histórico-cultural, reconhecendo que “[...] os seres humanos não podem ser concebidos como apartados do

¹A plataforma educacional Mathigon é uma ferramenta inovadora para o ensino de matemática, projetada para tornar o aprendizado mais interativo, envolvente e acessível para alunos de todas as idades.

mundo e de suas culturas” (Radford, 2017, p. 118).

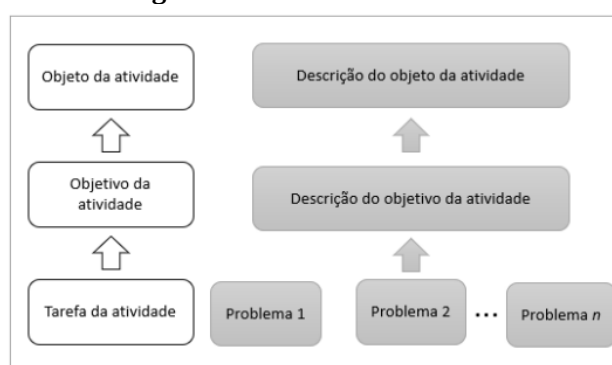
Para Radford (2015), a TO é uma tentativa de entender a aprendizagem não como um resultado individual, mas sim buscando identificar os alunos, enquanto sujeitos históricos e culturais e como estes tornam-se conscientes nas formas de “pensar e agir culturalmente constituídas e como subjetividades em formação, professores e alunos se posicionam em práticas matemáticas” (Radford, 2015, p. 553).

Para Santos e Almeida Neto (2021, p. 103), “a TO é uma proposta pedagógica em que o estudante e o professor de forma colaborativa, podem ensinar e aprender conjuntamente em sala de aula”.

A atividade na TO, segundo Radford (2017, p. 255), “reconceitualiza o trabalho conjunto para trazer à tona a importância ontológica da atividade como forma de vida”. Isso é denominado pelo autor como “labor conjunto”. Para este trabalho buscamos analisar o planejamento de uma tarefa como parte da atividade, na perspectiva da Teoria da Objetivação e com ênfase no ensino de áreas de figuras planas não regulares.

A pesquisa de Minosso, Díaz-Urdaneta e Panossian (2022, p. 20) analisou trabalhos que focavam “o papel das tarefas nas pesquisas; a organização e proposição das tarefas e a relação da tarefa com os meios semióticos de objetivação”. Seguimos a estrutura da atividade de ensino-aprendizagem presente na TO, como mostra a Figura 1.

Figura 1 - Estrutura da atividade



Fonte: Radford (2021, p.25).

De acordo com Radford (2017), o objeto da atividade consiste no saber cultural a ser materializado por meio do processo de ensino-aprendizagem. Para que essa atividade possa efetivamente alcançar seu objeto, é imprescindível traçar objetivos claros, os quais incorporam a intencionalidade da atividade. Ademais, é necessário formular uma série de problemas e ações, de modo que os alunos possam concretizar esses objetivos. Esse conjunto de problemas e ações configura a tarefa.

A plataforma Mathigon e o Teorema do Pick

O mathigon² é uma plataforma de aprendizagem interativa para matemática, que oferece polypad, cursos e atividades. A plataforma educacional Mathigon é uma ferramenta inovadora para o ensino de matemática, projetada para tornar o aprendizado mais interativo, envolvente e acessível para alunos de todas as idades. Ela oferece uma vasta gama de recursos educacionais que vão desde lições interativas até jogos e atividades práticas, proporcionando uma experiência de aprendizado personalizada e dinâmica (SILVA et al., 2021). Veja na Figura 2 a tela inicial dessa plataforma.

² Disponível em: <https://pt.mathigon.org/>

Figura 2 - Tela inicial da plataforma Mathigon



Fonte: Print dos autores (2024).

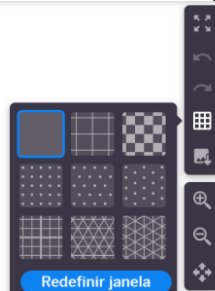
Esta plataforma oferece uma vasta gama de recursos educacionais que vão desde lições interativas até jogos e atividades práticas, proporcionando uma experiência de aprendizado personalizada e dinâmica (Silva et al., 2021).

Uma das ferramentas é *Polypad*. Ela permite a manipulação visual de diversos elementos matemáticos. É bastante interativa e oferece uma vasta gama de funcionalidades para explorar conceitos matemáticos de maneira prática e visual. Alguns de seus principais recursos incluem conceitos organizados em: Geometria, Números, Frações, Álgebra, Probabilidade e dados e, por fim, Jogos e aplicativos.

Para este trabalho vamos focar na ferramenta de malhas, devido suas funcionalidades e separações de recursos voltados para o cumprimento do objetivo deste estudo, ensino de áreas.

Na Figura 3, apresentamos as ferramentas que podem ser utilizadas e exploradas pelo professor de matemática para enriquecer suas aulas.

Figura 3 –Modelos de malhas quadriculadas

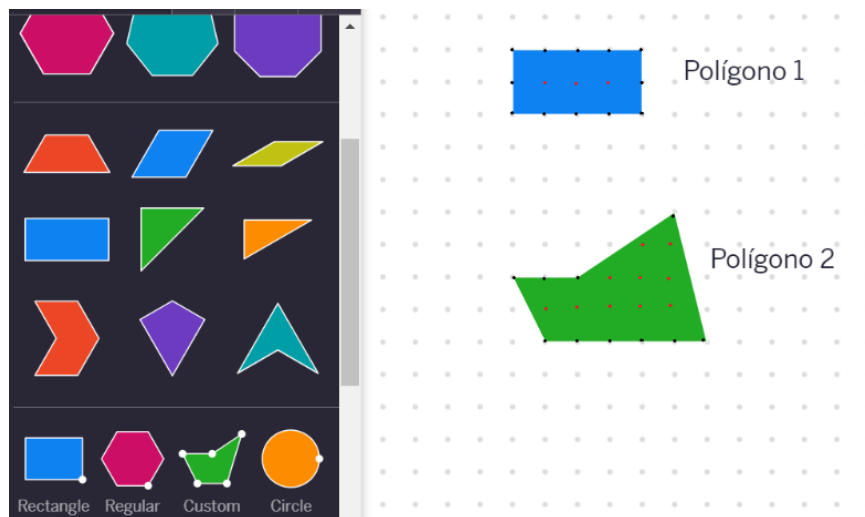


Fonte: Print dos autores (2024).

Observando a Figura 3, identificamos a existência de diversos modelos de malhas quadriculadas. Para este trabalho, usamos as malhas com pontos pois, assim, fica mais evidente a identificação dos pontos internos e externos que são importantes para a aplicação do Teorema do Pick.

Na Figura 4, apresentamos um exemplo de construção de polígonos com suas áreas irregulares.

Figura 4–Polígonos na malha quadriculada



Fonte: Construção dos autores (2024).

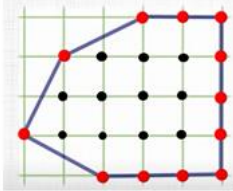
A partir da Figura 4, podemos visualizar a possibilidade de construção de diversos polígonos, convexo ou não convexo. No polígono 1, identificamos um retângulo 2 u de comprimento por 4 u de largura (u= unidade de medida), ou seja, 8 u² de área, calculando a área usando a fórmula padrão do retângulo: Base x altura.

Já no polígono 2, observamos uma figura não regular pois possui um formato irregular. Partindo disso, propomos o uso do teorema de Pick que oferece uma proposta de resolução simples e direta.

O teorema de Pick possibilita o cálculo de áreas de diferentes polígonos através da contagem simples de pontos em um plano reticulado, oferecendo uma alternativa eficaz ao método tradicional de cálculo de áreas, especialmente para polígonos de formas irregulares, que não possuem uma fórmula específica para determinar suas áreas.

No Quadro 1, apresentamos a fórmula do teorema de Pick e aplicação.

Quadro 1 – Fórmula do Teorema de Pick e aplicação

$A = I + \frac{B}{2} - 1$ Dado que: A= área I = Pontos internos B= Pontos externos (borda)	 Cálcula área usando o teorema de Pick	I = 11 B = 12 $A = 11 + \frac{12}{2} - 1$ $A = 11 + 6 - 1 = \mathbf{16\ u^2a}$
--	--	--

Fonte: Construção dos autores (2024).

Para resolver a área do polígono 2 da Figura 4, aplicando o teorema de Pick, temos: $A = I + \frac{B}{2} - 1$, sendo a quantidade dos pontos internos: I = 10 e quantidade dos pontos externos: B = 10, encontramos:

$$A = 10 + \frac{10}{2} - 1 = \mathbf{14\ u^2a}$$

Observamos que esta resolução, usando o teorema de Pick, ficou trivial. Então, percebemos que a utilização da fórmula e a representação da figura na plataforma *Mathigon* é uma possibilidade significativa para resolver questões de polígonos de formas irregulares.

Metodologia

Este trabalho foi de cunho qualitativo e apresenta resultados de uma pesquisa exploratória pois, de acordo com Piovesan e Temporini (1995, p. 319), uma das características da pesquisa exploratória “refere-se à especificidade das perguntas, o que é feito desde o começo da pesquisa, como única maneira de abordagem”. Logo, cabendo respostas para nossa pergunta norteadora, apresentada no início deste trabalho.

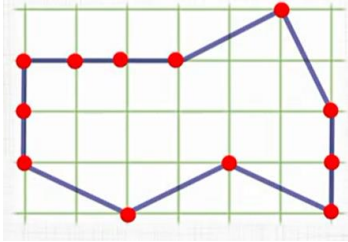
O principal material para a construção dessa proposta foi o estudo da plataforma Mathigon como recurso para o ensino de áreas para o 9º ano do Ensino Fundamental. Conhecendo suas funcionalidades e aplicações. Apresentando acesso gratuito, funcionando tanto no computador como no celular, precisando, porém, estar conectado a uma rede de internet.

Em seguida, relacionamos essa plataforma com a teoria da Objetivação, focando na importância da atividade e da tarefa no desenvolvimento para os processos de objetivação e subjetivação. Por fim, organizamos esses conhecimentos para construção da tarefa a fim de ensinar áreas de polígonos de formas irregulares.

Apresentação da Tarefa para Álgebra do 9º ano

Nesta seção, apresentamos uma proposta de tarefa que pode ser trabalhada em turmas do 9º ano. Trazemos no Quadro 2, nossa proposta de atividades e tarefa, estruturada e organizada a partir dos pressupostos da Teoria da Objetivação.

Quadro 2 - Atividade – Área de polígonos

OBJETO	Calcular a área de um polígono convexo ou não convexo usando ou não tecnologias digitais para o ensino de matemática.	
OBJETIVO	Resolver problemas que abordam o cálculo de área de polígonos de formas irregulares.	
TAREFA	Observe o polígono abaixo e resolva: 	- Calcule a área desse polígono realizando decomposições da figura por polígonos convexos. - Represente esta figura na plataforma Mathigon. - A partir da sua construção, calcule a área do polígono usando o teorema de Pick.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao utilizar a plataforma, o professor poderá organizar duplas ou grupos para desenvolver a atividade prática, de forma a estimular o processo de objetivação, pois quando eles constroem e manipulam os polígonos, geram a tomada de conhecimento sobre o tema. Esta interação facilita o processo de objetivação, ou seja, a transformação das atividades concretas em conhecimento matemático.

A plataforma *Mathigon*, com seus recursos dinâmicos e interativos, pode tornar o estudo mais envolvente e acessível, ajudando a consolidar a compreensão sobre o Teorema de Pick. Este método prático e visual pode ajudar na visualização de como a área é afetada pela disposição dos pontos.

Considerações finais

Este trabalho buscou apresentar uma proposta didática, à luz da Teoria da Objetivação, para o ensino de áreas usando o Teorema de Pick e a plataforma Mathigon. Sobre a plataforma Mathigon, a experiência vivenciada pelo aluno ao se deparar com este recurso digital pode transformar o ensino de matemática em uma experiência de aprendizado interativa. Com suas diversas ferramentas e recursos, o Mathigon pode facilitar a compreensão de conceitos matemáticos, com ênfase no ensino de áreas, como também tornar o aprendizado mais envolvente e acessível.

Como resultado, percebemos que o professor pode usar a estrutura Objeto - objetivo – tarefa para realizar o planejamento de suas atividades a fim de ensinar áreas e vincular a TO e os recursos digitais como auxílios para suas aulas.

Por fim, dado que a TO começou a ser estudada recentemente no Brasil e que o teorema de Pick é pouco explorado na educação básica, esperamos que o uso deste teorema e do Mathigon junto à Teoria da Objetivação ofereçam um suporte robusto para o ensino e a aprendizagem eficaz do ensino de áreas não regulares.

Referências

BATISTA, Carolina Cordeiro; PAULO, Rosa Monteiro. Ver e Visualizar em Geometria: uma experiência com o software GeoGebra. **REMATEC**, Belém, v. 16, n. 38, p. 160–178, 2021. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n38.p160-178.id343. Acesso em: 19 jul. 2024.

MORAN, José M. **Tecnologias digitais para uma aprendizagem ativa e inovadora**. [S. l.], 2017. Disponível em: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2017/11/tecnologias_moran.pdf. Acesso em: 23 abr. 2024.

MINOSSO, Anderson; DÍAZ-URDANETA, Stephanie; PANOSSIAN, Maria Lucia. A tarefa na Teoria da Objetivação: um olhar a partir de pesquisas brasileiras. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 19, n. Edição Especial, p. e022053, 2022. DOI: 10.37001/remat25269062v19id682. Acesso em: 10 maio. 2024.

PIOVESAN, A.; TEMPORINI, E. R. Pesquisa exploratória: procedimento metodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública. **Revista de Saúde Pública**, v. 29, n. 4, p. 318-25, 1995.

RADFORD, L. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n.18, p. 547-567, 2015.

RADFORD, L. A Teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: um Olhar Sobre as Pesquisas. In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W.L. (Org.). **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: um Olhar sobre as Pesquisas**. 1ed.Campinas: Mercado de Letras, p. 229–261, 2017.

RITTER, A. M. **A Visualização no Ensino de Geometria Espacial: Possibilidades com o Software Calques 3D**. 2011. 143 f. Dissertação (Mestrado Profissional) -Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em 178REMATEC, Belém (PA), 2011.

SANTOS, Maria José Cista dos; ALMEIDA NETO, Carlos Alves de. Teoria da Objetivação: reflexões sobre o engajamento nas aulas de matemática para uma aprendizagem colaborativa. **REMATEC**, Belém, v. 16, n. 39, p. 101–118, 2021. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n39.p101-118.id490. Acesso em: 21 maio. 2024.

SILVA, Jose Ernandes Moreira Carneiro Da et al.. Um estudo de caso da plataforma de ensino mathigon. VII CONEDU – **Anais...** Conedu em Casa. Campina Grande: Realize Editora, 2021. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/80812>. Acesso em: 10 mai. 2024.