

APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO NO PROJETO DE SUSPENSÃO CONSIDERANDO UM MODELO DE MEIO VEÍCULO FRONTAL

Tiago Lima de Sousa ⁽¹⁾ (tiago.sousa.eng@gmail.com), Jéderson da Silva ⁽²⁾ (jedersonsilva@utfpr.edu.br),
João Luiz do Vale ⁽²⁾ (joaovale@utfpr.edu.br)

⁽¹⁾ (1) Universidade Federal de Pernambuco (UFPE); Departamento de Engenharia Mecânica

⁽²⁾ Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); Departamento de Engenharia Mecânica

RESUMO: *Os perfis irregulares da estrada são a principal fonte de desconforto durante o deslocamento do veículo e estão diretamente relacionados aos defeitos nos componentes automotivos, podendo resultar em acidentes. Portanto, é crucial que projetistas dediquem atenção especial ao sistema de suspensão, considerando os diferentes perfis irregulares das estradas. Este artigo propõe a otimização de um modelo de meio veículo com quatro graus de liberdade, empregando um algoritmo híbrido de otimização multiobjetivo para determinar os parâmetros de suspensão, com o objetivo de proporcionar maior conforto durante o percurso. O objetivo do problema de otimização é minimizar a aceleração vertical e aceleração angular da massa suspensa. O modelo do veículo é considerado em movimento a uma velocidade constante em um perfil de estrada irregular conforme a norma ISO 6808. As variáveis de projeto a serem otimizadas incluem a rigidez e o amortecimento da suspensão, bem como a rigidez da barra estabilizadora. Os resultados demonstram que o algoritmo obtém os parâmetros ótimos da suspensão, permitindo análises das respostas em frequência em termos de deslocamento, velocidade e aceleração de todos os graus de liberdade do sistema, apresentando potencial significativo para aplicação no projeto de suspensões.*

PALAVRAS-CHAVE: VIBRAÇÕES VEICULARES, PERFIS DE PISTAS, MODELO DE MEIO DE VEÍCULO.

APPLICATION OF OPTIMIZATION TECHNIQUES IN SUSPENSION DESIGN CONSIDERING A HALF-VEHICLE FRONT MODEL

ABSTRACT: *The irregular road profiles are the main source of discomfort during vehicle travel and are directly related to defects in automotive components, potentially resulting in accidents. Therefore, it is crucial for designers to pay special attention to the suspension system, considering the different irregular road profiles. This article proposes the optimization of a half-vehicle model with four degrees of freedom, employing a hybrid multi-objective optimization algorithm to determine the suspension parameters, aiming to provide greater comfort during travel. The goal of the optimization problem is to minimize the vertical acceleration and angular acceleration of the sprung mass. The vehicle model is considered moving at a constant speed on an irregular road profile according to ISO 6808. The design variables to be optimized include the suspension stiffness and damping, as well as the stabilizer bar stiffness. The results show that the algorithm obtains the optimal suspension parameters, allowing for frequency response analysis in terms of displacement, velocity, and acceleration of all degrees of freedom of the system, demonstrating significant potential for application in suspension design.*

KEYWORDS: VEHICULAR VIBRATIONS, TRACK PROFILES, HALF-VEHICLE MODEL.

1. INTRODUÇÃO

Conforme Gillespie (1992), as funções principais de um sistema de suspensão são isolar o chassi das imperfeições do solo; manter o contato pneu-solo; reagir as forças geradas nos pneus, como forças longitudinais (aceleração e frenagem), forças laterais (esterçamentos), além de torques gerados nos sistemas mecânicos; resistir a rolagem do chassi. Assim, Gobbi e Mastinu (2001) empregando modelo de um quarto de veículo propõe para a caracterização dos parâmetros de suspensão um método analítico de otimização, o qual é baseado em uma análise de Programação Multi-Objetivo, Monotonicidade e derivação simbólica de fórmulas analíticas. Na mesma linha de pesquisa, Alkhatib et al. (2004) emprega algoritmo genético para otimização de um modelo de suspensão de um quarto de veículo. O estudo estabelece uma relação ótima entre a raiz quadrada média (RMS, do inglês root mean square) da aceleração absoluta e a RMS do deslocamento relativo entre a massa suspensa e a massa não suspensa. A combinação de RMS e minimização de sensibilidade de aceleração absoluta produz parâmetros para rigidez e amortecimento da suspensão ideal, a qual é robusta para excitação em banda larga frequência.

Camposa et al. (2016), empregando um modelo meio veículo, propõe uma metodologia de obtenção de parâmetros ótimos de suspensão da suspensão dianteira e traseira. Para tanto, o trabalho propõe que o projeto pode ser realizado por meio de método de otimização de enxame de partículas permitindo a comparação entre um método estocástico e um determinístico, bem como a viabilidade da abordagem de problema inverso proposta. Recentemente, Issa e Samn (2021) propõem um método de caracterização ótima dos parâmetros da suspensão passiva de modelos de um quarto de veículo e modelo de meio veículo do tipo bicicleta empregando Otimização de Harris Hawk (HHO). O desempenho do método HHO é comparado com outros métodos da literatura, tais como algoritmos genéticos, Método de enxame de Partículas e algoritmo do vagalume. Os resultados experimentais mostram a superioridade do HHO sobre outros algoritmos da literatura em termos de qualidade de solução e robustez para o projeto ideal dos parâmetros do sistema de suspensão.

Este artigo aborda a importância dos parâmetros de suspensão em veículos, particularmente considerando uma vista frontal, frequentemente modelados como meio veículo. Destaca-se a ausência da consideração da barra estabilizadora em alguns projetos de suspensão, apesar de sua significativa influência na redução do ângulo de rolagem em curvas, conforme indicado por Uhlmann (2009). Também é importante destacar a ausência de análise das funções de coerência entre massa suspensa e não suspensa, das funções resposta em frequência (FRFs) em relação aos deslocamentos, e das funções de densidade espectral de potência, as quais são essenciais para estimar a variância e a aceleração média quadrática do deslocamento da massa suspensa. Para abordar essas lacunas, este estudo propõe um método de otimização multiobjetiva que inclui os parâmetros de suspensão do meio veículo e a rigidez da barra estabilizadora, utilizando uma metodologia para obter as funções densidade espectral de potência relacionadas ao deslocamento

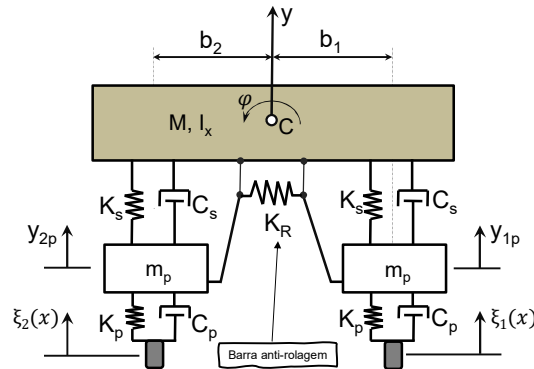
e à aceleração vertical. A técnica de otimização multiobjetiva é aplicada para minimizar a aceleração vertical e aceleração angular da massa suspensa. O objetivo é caracterizar os parâmetros de rigidez e amortecimento da suspensão, bem como da barra estabilizadora.

2. REVISÃO TEÓRICA

2.1 Modelo analítico de suspensão veicular de meio veículo frontal

Os modelos de meio veículo frontal são customizados para as seções dianteira e traseira, devido às distintas suspensões e distribuição de massa. Em cada metade do veículo, diferentes barras anti-rolagens com rigidezes torcionais diversas podem ser usadas. Na dinâmica veicular, é frequente precisar de um modelo que descreva as vibrações tanto na parte frontal quanto na traseira do veículo. Nesse contexto, a fim de analisar as vibrações verticais e de rolagem de um veículo, emprega-se um modelo de meio veículo, onde se considera apenas a parte frontal/traseira do veículo, conforme apresentado na FIGURA 1, que ilustra o modelo matemático de meio veículo. Nesse modelo, $\xi_1(x)$ e $\xi_2(x)$ correspondem as excitações provenientes do perfil de pista, $y_p(t)$ e $y_{2p}(t)$ são deslocamentos das rodas direita e esquerda, y e ϕ são, respectivamente, o deslocamento vertical e o ângulo de rolagem do veículo, M é a massa suspensa, I_x é inércia longitudinal, C_p é o amortecimento da roda, K_p é a rigidez da roda, m_p é a massa da roda, K_s é a rigidez da suspensão, C_s é o amortecimento da suspensão, K_R é a rigidez da barra estabilizadora.

FIGURA 1. Modelo de vibrações de meio veículo frontal com barra estabilizadora.



Fonte: O autor (2024).

Empregando as equações de Lagrange e omitindo, por conveniência, a dependência do tempo, as equações de movimento do veículo podem ser obtidas analiticamente na forma

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + C_s(\dot{y} - \dot{y}_{1p} + b_1\dot{\phi}) + C_s(\dot{y} - \dot{y}_{2p} - b_2\dot{\phi}) + K_s(y - y_{1p} + b_1\phi) + K_s(y - y_{2p} + b_2\phi) &= 0 \\ I_x\ddot{\phi} + b_1C_s(\dot{y} - \dot{y}_{1p} + b_1\dot{\phi}) - b_2C_s(\dot{y} - \dot{y}_{2p} - b_2\dot{\phi}) + b_1K_s(y - y_{1p} + b_1\phi) - b_2K_s(y - y_{2p} + b_2\phi) &= 0 \\ m_p\ddot{y}_{1p} - C_s(\dot{y} - \dot{y}_{1p} + b_1\dot{\phi}) + C_p(\dot{y}_{1p} - \dot{\xi}_1) + K_p(y_{1p} - \xi_1) - K_s(y - y_{1p} + b_1\phi) &= 0 \\ m_p\ddot{y}_{2p} - C_s(\dot{y} - \dot{y}_{2p} + b_2\dot{\phi}) + C_p(\dot{y}_{2p} - \dot{\xi}_2) + K_p(y_{2p} - \xi_2) - K_s(y - y_{2p} + b_2\phi) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Colocando essas equações em um formato matricial, obtém-se

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{y}} + \underline{\underline{C}} \dot{\underline{y}} + \underline{\underline{K}} \underline{y} = \underline{F}(t), \quad (2)$$

onde

$$\underline{F}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi_1 K_p \\ \xi_2 K_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\xi}_1 C_p \\ \dot{\xi}_2 C_p \end{bmatrix}; \underline{y} = \begin{bmatrix} y \\ \varphi \\ y_{1p} \\ y_{2p} \end{bmatrix}; \underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_p \end{bmatrix};$$

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 2C_s & C_s b_1 - C_s b_2 & -C_s & -C_s \\ C_s b_1 - C_s b_2 & C_s b_1^2 + C_s b_2^2 & -C_s b_1 & C_s b_2 \\ -C_s & -C_s b_1 & C_s + C_p & 0 \\ -C_s & C_s b_2 & 0 & C_s + C_p \end{bmatrix}; \underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} 2K_s & K_s b_1 - K_s b_2 & -K_s & -K_s \\ K_s b_1 - K_s b_2 & K_s b_1^2 + K_s b_2^2 + K_R & -K_s b_1 & K_s b_2 \\ -K_s & -K_s b_1 & K_s + K_p & 0 \\ -K_s & K_s b_2 & 0 & K_s + K_p \end{bmatrix}.$$

Aqui, propõe-se $\xi_1(x) \neq \xi_2(x)$, pois se faz necessário a análise da barra anti-rolagem de rigidez K_R .

Assim, os componentes do vetor de forças, $\underline{F}(t)$, podem ser reescritos como

$$\underline{F}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Definindo

$$\underline{\underline{K}}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p \end{bmatrix}; \underline{\underline{C}}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_p \end{bmatrix}; \underline{\xi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}; \dot{\underline{\xi}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde $\underline{\underline{C}}_f$ e $\underline{\underline{K}}_f$ são, respectivamente, matrizes de amortecimento e de rigidez elástica de entrada do modelo. Assim, o vetor de forças pode ser redefinido em um formato mais compacto como

$$\underline{F}(t) = \underline{\underline{K}}_f \underline{\xi} + \underline{\underline{C}}_f \dot{\underline{\xi}}. \quad (5)$$

Para analisar as respostas no domínio da frequência, aplica-se a transformada de Fourier à Eq. (2), obtendo

$$\left\{ -\Omega^2 \underline{\underline{M}} + i\Omega \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{K}} \right\} \underline{Y}(\Omega) = \underline{F}(\Omega), \quad (6)$$

onde $\underline{F}(\Omega) = (\underline{\underline{K}}_f + i\Omega \underline{\underline{C}}_f) \underline{\xi}(\Omega)$ e $\underline{Y}(\Omega) = [y(\Omega) \quad \varphi(\Omega) \quad y_{1p}(\Omega) \quad y_{2p}(\Omega)]^T$. Dessa equação, define-se a matriz de receptância, $\underline{H}(\Omega)$, como (EWINS, 2000)

$$\underline{H}(\Omega) = \left\{ -\Omega^2 \underline{\underline{M}} + i\Omega \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{K}} \right\}^{-1}. \quad (7)$$

Com essas definições, tem-se

$$\underline{Y}(\Omega) = \underline{H}(\Omega) \underline{F}(\Omega). \quad (8)$$

2.2 Função autocorrelação aplicada na dinâmica veicular

Considerando que uma função representativa de um perfil de pista genérico, $h(x)$, seja amostrada a partir de um processo ergótico randômico (ver FIGURA 2), a função autocorrelação do processo é definida na forma (MEIROVITCH, 2001)

$$R_{\xi}(\chi) = \lim_{X_0 \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{X_0} \int_{-X_0/2}^{X_0/2} [\xi(x) \xi(x + \chi)] dx \right]. \quad (9)$$

FIGURA 2. Função randômica, $\xi(x)$.



Fonte: O autor (2024).

Considerando um sinal discreto, a função autocorrelação pode ser obtida na forma (RAO, 2018)

$$R_{\xi}(n, \Delta x) = \left(\frac{1}{N-n} \right) \sum_{i=1}^{N-n} \xi(x_i) \xi(x_{i+n}), \quad (10)$$

onde Δx é o intervalo de amostragem e n é um parâmetro que pode ser ajustado para controlar o número de pontos empregados no cálculo computacional. Neste trabalho, faz-se n de 1 até $N-2$, onde N é o número de pontos amostrados. A função autocorrelação fornece informações relacionadas às propriedades do deslocamento vertical randômico no domínio espacial, mesmo de x . A partir dessa função, pode-se obter a função densidade espectral de potência do sinal, a qual fornece informações similares, porém, no domínio da frequência espacial n [ciclos/m].

A densidade espectral de potência da função $\xi(x)$, representada por $S_{\xi}(n)$, escrita em termos da frequência espacial n , é definida como sendo a transformada de Fourier de $R_{\xi}(\chi)$, matematicamente

$$S_{\xi}(n) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\xi}(\chi) e^{-in\chi} d\chi. \quad (11)$$

Na prática, a função autocorrelação está digitalizada e, dessa forma, a densidade espectral de potência de $h(x)$ é obtida aplicando a transformada rápida de Fourier (FFT) na Eq. (10).

Note-se que na Eq. (11) são contabilizadas tanto frequências positivas como negativas. No entanto, em experimentos práticos, apenas as frequências positivas podem ser consideradas. Além disso, as tabelas de classificação das pistas mostram funções de densidade espectral com valores de

frequência estritamente positivos, descritos em ciclos/m ou rad/s. Portanto, é necessária a definição de uma nova função densidade espectral de potência unilateral, tal como $G_{\xi}(n)$, definida somente para quando $n \geq 0$. Nesse caso, tem-se

$$G_{\xi}(n)dn = \begin{cases} 2S_{\xi}(n)dn & \text{para } n \geq 0; \\ 0 & \text{para } n < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Adicionalmente, quando a frequência está definida em rad/s, pode-se definir uma densidade espectral, $G_{\xi}(\Omega)$, para quando $\Omega \geq 0$, e, com isso, tem-se

$$G_{\xi}(\Omega)d\Omega = \begin{cases} 2S_{\xi}(\Omega)d\Omega & \text{para } \Omega \geq 0; \\ 0 & \text{para } \Omega < 0. \end{cases} \quad (13)$$

2.3 Densidade espectral de potência das massas suspensa e não suspensa

Com base na teoria proposta por Meirovitch (2001), Bendat e Piersol (2010), Rao (2018) e Sousa et al. (2023), é possível expressar a função de densidade espectral de potência em relação aos graus de liberdade de interesse na seguinte formulação

$$\underline{\underline{S}}_Y(\Omega) = |\underline{\underline{H}}(\Omega)| |\underline{\underline{S}}_F(\Omega)| |\underline{\underline{H}}^*(\Omega)|, \quad (14)$$

onde é $\underline{\underline{S}}_F(\Omega)$ a densidade espectral de potência das forças de excitação, $|\underline{\underline{H}}^*(\Omega)|$ é o complexo conjugado de $\underline{\underline{H}}(\Omega)$. Note-se que $\underline{\underline{S}}_F(\Omega)$ é a transformada de Fourier da função autocorrelação $\underline{\underline{R}}_F(\tau)$. A obtenção da função autocorrelação da função $\underline{\underline{F}}(t)$ é dada por

$$\underline{\underline{R}}_F(\tau) = E[\underline{\underline{F}}(t)\underline{\underline{F}}^T(t+\tau)]. \quad (15)$$

Essa função envolve o cálculo do valor esperado $E[\bullet]$ da função $\underline{\underline{F}}(t)$ que representa as forças de excitação e um tempo incremental τ . Da Eq. (5), onde $\underline{\underline{F}}(t) = \underline{\underline{K}}_f \underline{\underline{\xi}} + \underline{\underline{C}}_f \dot{\underline{\underline{\xi}}}$, tem-se

$$\underline{\underline{R}}_F(\tau) = E\left[\left[\underline{\underline{K}}_f \underline{\underline{\xi}}(t) + \underline{\underline{C}}_f \dot{\underline{\underline{\xi}}}(t)\right]\left[\underline{\underline{K}}_f \underline{\underline{\xi}}(t+\tau) + \underline{\underline{C}}_f \dot{\underline{\underline{\xi}}}(t+\tau)\right]^T\right]. \quad (16)$$

Desenvolvendo essa expressão, tem-se

$$\underline{\underline{R}}_F(\tau) = \underline{\underline{K}}_f E\left[\left[\underline{\underline{\xi}}(t)\right]\left[\underline{\underline{\xi}}(t+\tau)\right]^T\right] \underline{\underline{K}}_f^T + 2\underline{\underline{K}}_f E\left[\left[\underline{\underline{\xi}}(t)\right]\left[\dot{\underline{\underline{\xi}}}(t+\tau)\right]^T\right] \underline{\underline{C}}_f^T + \underline{\underline{C}}_f E\left[\left[\dot{\underline{\underline{\xi}}}(t)\right]\left[\underline{\underline{\xi}}(t+\tau)\right]^T\right] \underline{\underline{C}}_f^T. \quad (17)$$

Considerando que o processo $\underline{\underline{\xi}}(t)$ seja ergótico e estacionário, tem-se

$$\underline{\underline{R}}_{\xi\dot{\xi}}(\tau) = E\left[\left[\underline{\underline{\xi}}(t)\right]\left[\dot{\underline{\underline{\xi}}}(t+\tau)\right]^T\right]. \quad (18)$$

Substituindo a Eq. (18) na Eq. (17) e omitindo, por conveniência, a dependência do tempo, resulta em

$$\underline{\underline{R}}_F(\tau) = \underline{\underline{K}}_f \underline{\underline{R}}_{\xi\xi} \underline{\underline{K}}_f^T + 2\underline{\underline{K}}_f \underline{\underline{R}}_{\xi\dot{\xi}}(\tau) \underline{\underline{C}}_f^T + \underline{\underline{C}}_f \underline{\underline{R}}_{\dot{\xi}\xi} \underline{\underline{C}}_f^T. \quad (19)$$

Note-se que a função autocorrelação, $\underline{\underline{R}}_{\underline{\underline{\xi}}}$, é uma matriz 4 por 4, a qual pode ser definida como

$$\underline{\underline{R}}_{\underline{\underline{\xi}}}(\tau) = E \left[\begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t+\tau) \\ \xi_2(t+\tau) \end{bmatrix}^T \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E[\xi_1(t)\xi_1(t+\tau)] & E[\xi_1(t)\xi_2(t+\tau)] \\ 0 & 0 & E[\xi_2(t)\xi_1(t+\tau)] & E[\xi_2(t)\xi_2(t+\tau)] \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Essa expressão pode ser colocada na forma

$$\underline{\underline{R}}_{\underline{\underline{\xi}}}(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{\xi_1\xi_1}(\tau) & R_{\xi_1\xi_2}(\tau) \\ 0 & 0 & R_{\xi_2\xi_1}(\tau) & R_{\xi_2\xi_2}(\tau) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Neste texto, supõe-se que os perfis das pistas ξ_1 e ξ_2 não estão correlacionados entre si, o que resulta em, $R_{\xi_1\xi_2}(\tau) = R_{\xi_2\xi_1}(\tau) = 0$. Logo, tem-se

$$\underline{\underline{R}}_{\underline{\underline{\xi}}}(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{\xi_1}(\tau) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\xi_2}(\tau) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Logo, a função densidade espectral em termos dos perfis de pista é dada na forma

$$\underline{\underline{S}}_{\underline{\underline{\xi}}}(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{\xi_1}(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{\xi_2}(\Omega) \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Da Eqs. (17) e (18), ainda se faz necessário analisar

$$\underline{\underline{R}}_{\underline{\underline{\dot{\xi}}}}(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{\dot{\xi}_1\dot{\xi}_1}(\tau) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\dot{\xi}_2\dot{\xi}_2}(\tau) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Conforme Bendat et al. (2010), tem-se

$$R_{\dot{\xi}_1\dot{\xi}_1}(\tau) = \frac{dR_{\xi_1\xi_1}(\tau)}{d\tau} = R'_{\xi_1\xi_1}(\tau), \quad (25)$$

onde $R'_{\xi_1\xi_1}(\tau)$ é a derivada de $R_{\xi_1\xi_1}(\tau)$. Ainda segundo Bendat et al. (2010), a transformada de Fourier de $R'_{\xi_1\xi_1}(\tau)$ resulta em

$$S_{\dot{\xi}_1\dot{\xi}_1}(\Omega) = i\Omega S_{\xi_1\xi_1}. \quad (26)$$

Assim, a função densidade espectral cruzada em termos de $\underline{\xi}(t)$ e $\dot{\underline{\xi}}(t)$ aplicada na Eq. (24) resulta em

$$\underline{\underline{S}}_{\underline{\xi}\dot{\underline{\xi}}}(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i\Omega \underline{S}_{\xi_1}(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i\Omega \underline{S}_{\xi_2}(\Omega) \end{bmatrix} = i\Omega \underline{\underline{S}}_{\underline{\xi}\underline{\xi}}(\Omega). \quad (27)$$

Assim, aplicando a transformada de Fourier na Eq. (19), resulta em

$$\underline{\underline{S}}_F(\Omega) = \underline{\underline{K}}_f \underline{\underline{S}}_{\underline{\xi}}(\Omega) \underline{\underline{K}}_f^T + 2 \underline{\underline{K}}_f \underline{\underline{S}}_{\underline{\xi}\dot{\underline{\xi}}}(\Omega) \underline{\underline{C}}_f^T + \underline{\underline{C}}_f \underline{\underline{S}}_{\dot{\underline{\xi}}\dot{\underline{\xi}}}(\Omega) \underline{\underline{C}}_f^T, \quad (28)$$

onde $\underline{\underline{S}}_{\underline{\xi}}(\Omega)$ é a função densidade espectral de potência em termos dos deslocamentos do perfil de pista e $\underline{\underline{S}}_{\dot{\underline{\xi}}}(\Omega) = \Omega^2 \underline{\underline{S}}_{\underline{\xi}}(\Omega)$ é a função densidade espectral de potência em termos de velocidade dos deslocamentos do perfil de pista.

Portanto, o resultado da Eq. (14) é uma matriz 4x4 cujos elementos da diagonal principal representam as funções densidade espectral de potência em termos dos graus de liberdade (GLs) de interesse, podendo ser expresso na forma

$$\underline{\underline{S}}_Y(\Omega) = \begin{bmatrix} S_Y(\Omega) & S_{Y\varphi}(\Omega) & S_{Yy_{1p}}(\Omega) & S_{Yy_{2p}}(\Omega) \\ S_{\varphi Y}(\Omega) & S_{\varphi}(\Omega) & S_{\varphi y_{1p}}(\Omega) & S_{\varphi y_{2p}}(\Omega) \\ S_{y_{1p}Y}(\Omega) & S_{y_{1p}\varphi}(\Omega) & S_{y_{1p}}(\Omega) & S_{y_{1p}y_{2p}}(\Omega) \\ S_{y_{2p}Y}(\Omega) & S_{y_{2p}\varphi}(\Omega) & S_{y_{2p}y_{1p}}(\Omega) & S_{y_{2p}}(\Omega) \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Nessa equação, os elementos fora da diagonal principal representam as funções densidade espectrais cruzadas entre os graus de liberdade correspondentes. Esse resultado é empregado no cálculo das variâncias e acelerações RMS dos GLs de interesse.

TABELA 1. Classificação de pista com base nos espectros de perfis de estradas.

Classe de pista	$G_d(n_0) [10^{-6} \text{ m}^3]$
A (boa)	$G_d(n_0) \leq 32$
B (média)	$32 \leq G_d(n_0) \leq 128$
C (pobre)	$128 \leq G_d(n_0) \leq 512$
D (muito pobre)	$512 \leq G_d(n_0) \leq 2048$
E (ruim)	$2048 \leq G_d(n_0) \leq 8192$
F (péssima)	$8192 \leq G_d(n_0) \leq 32768$
$n_0 = 0.1 [\text{ciclos/m}]$	

Fonte: ISO-8608, 2016; Dodds e Robson, 1973.

Tomando como base a norma ISO 6808 (2016), as funções $S_{\xi_1}(\Omega)$ e $S_{\xi_2}(\Omega)$ podem ser obtidas por meio da densidade espectral de potência

$$S_{\xi_1}(\Omega) = \frac{G_{\xi_1}(n)}{4\pi v}; \quad S_{\xi_2}(\Omega) = \frac{G_{\xi_2}(n)}{4\pi v}, \quad (30)$$

onde v é a velocidade do veículo em m/s e $G_{\xi_1}(n)$ pode ser obtido por meio da seguinte expressão

$$G_{\xi_1}(n) = G_d(n_0)(n/n_0)^{-w}. \quad (31)$$

Nessa equação, n_0 corresponde a uma frequência especial tabelada pela norma ISO 8608, $G_d(n_0)$ é um valor numérico que se refere a densidade espectral de potência e está relacionada às condições de pavimento de superfície de um certo perfil de pista considerando um valor de n_0 (consultar TABELA 1), n é definido como frequência em termos de espaço [ciclos/m], w é um expoente relacionado com a inclinação da curvatura da função e a norma ISO 8608 sugere $w = 2$. Portanto, utilizando a Tabela 1 como referência, é possível calcular a densidade do espectro de potência do perfil da estrada conforme a Eq. (31). Esse cálculo será utilizado nas próximas seções durante o desenvolvimento do projeto ótimo do sistema de suspensão veicular.

2.4 Função coerência

A função de coerência é um recurso estatístico empregado para caracterizar a conexão linear entre dois sinais estocásticos, sobretudo em análises de sinais aleatórios como os que ocorrem em processos de vibração. Matematicamente, a função de coerência é representada como

$$\gamma(\Omega) = \frac{|S_{xy}(\Omega)|^2}{S_{xx}(\Omega)S_{yy}(\Omega)}, \quad (32)$$

onde $\gamma(\Omega)$ é a função de coerência entre os sinais x e y na frequência Ω , $S_{xy}(\Omega)$ é a densidade espectral cruzada entre os sinais x e y na frequência Ω , $S_{xx}(\Omega)$ e $S_{yy}(\Omega)$ são as densidades espectrais de potência dos sinais x e y na frequência Ω , respectivamente. A função de coerência oferece uma avaliação de como os dois sinais estão linearmente conectados em diversas frequências. Um coeficiente de coerência próximo de 1 indica uma relação linear forte entre os sinais, ao passo que valores menores sugerem uma relação mais tênue ou não linear (RAO, 2008).

2.5 Variância das massas suspensa e não suspensa

A análise da variância das respostas dos GLs de interesse pode ser abordada conforme descrito por Meirovitch (2001) e Rao (2018) segundo

$$\sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\underline{Y}(t) - \mu_Y)(\underline{Y}(t) - \mu_Y)^T f(\underline{Y}) d\underline{Y}. \quad (33)$$

onde μ_Y é a média do processo e $f(\underline{Y})$ é a função densidade de probabilidade normal em relação ao vetor $\underline{Y}$. Ao expandir esta equação, é possível obter

$$\underline{\underline{\sigma}}_Y^2 = \Psi_\xi^2 = E \left[(\underline{Y}(t))(\underline{Y}(t))^T \right] - \mu_Y \mu_Y^T. \quad (34)$$

Conforme Meirovitch (2001), a função autocorrelação do processo $\{\underline{Y}(t)\}$ pode ser obtida como

$$\underline{\underline{R}}_Y(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) e^{i\Omega\tau} d\Omega. \quad (35)$$

Segundo Meirovitch (2001), pode-se fazer $\underline{\underline{R}}_Y(0) = \underline{\underline{\Psi}}_Y^2$. Considerando que a média seja nula, $\mu_Y = 0$, combinando as Eqs. (34) e (35), a variância de $\underline{Y}$ pode ser obtida como

$$\underline{\underline{\sigma}}_Y^2 = \underline{\underline{\Psi}}_\xi^2 = E \left[(\underline{Y}(t))(\underline{Y}(t))^T \right] = \underline{\underline{R}}_Y(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) e^0 d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega. \quad (36)$$

Logo, pode-se escrever diretamente

$$\underline{\underline{\sigma}}_Y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega. \quad (37)$$

Nessa equação, $\underline{\underline{S}}_Y(\Omega)$ depende do cálculo de $\underline{\underline{S}}_F(\Omega)$, o qual depende de $\underline{\underline{S}}_\xi(\Omega)$. Nota-se que $S_{\xi_1}(\Omega)$ e $S_{\xi_2}(\Omega)$ estão definidas no intervalo $0 \leq \Omega \leq \infty$ (ver Eq. (13)). Conforme Bendat e Piersol (2010) e Rao (2018), a integração unilateral dessa função é o equivalente a integrar entre $0 \leq \Omega \leq -\infty$ ou entre $0 \leq \Omega \leq \infty$. Como essas integrações possuem o mesmo resultado, pode-se reescrever a Eq. (37)

$$\underline{\underline{\sigma}}_Y^2 = 2 \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega \right) \therefore \underline{\underline{\sigma}}_Y^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega. \quad (38)$$

Nessa equação, $S_{\xi_1}(\Omega)$ e $S_{\xi_2}(\Omega)$ também podem ser calculados pela Eq. (30), a qual por sua vez depende das funções $G_{\xi_1}(n)$ e $G_{\xi_2}(n)$, que são obtidas pela norma ISO 8608 (2016). Considerando que o processo é ergótico estacionário e que possui regularidade estatística, o intervalo de integração da Eq. (38) pode ser reescrito considerando dentro de um intervalo $0 \leq \Omega \leq \Omega_{\text{máx}}$

$$\underline{\underline{\sigma}}_Y^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\Omega_{\text{máx}}} \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega. \quad (39)$$

O resultado dessa expressão é uma matriz, onde os termos da diagonal representam as variâncias das massas suspensa e não suspensa

$$\underline{\underline{\sigma}}_Y^2 = \begin{bmatrix} \sigma_y^2 & \sigma_{y\varphi}^2 & \sigma_{yy1p}^2 & \sigma_{yy2p}^2 \\ \sigma_{\varphi y}^2 & \sigma_\varphi^2 & \sigma_{\varphi y1p}^2 & \sigma_{\varphi y2p}^2 \\ \sigma_{y1py}^2 & \sigma_{y1p\varphi}^2 & \sigma_{y1p}^2 & \sigma_{y1py2p}^2 \\ \sigma_{y2py}^2 & \sigma_{y2p\varphi}^2 & \sigma_{y2py1p}^2 & \sigma_{y2p}^2 \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Nessa equação, os elementos fora da diagonal principal representam as covariâncias entre os graus de liberdade relacionados. Note-se que as variâncias das massas suspensa e não suspensa correspondem aos elementos da diagonal principal de $\underline{\underline{S}}_Y^2$.

2.6 Aceleração da massa suspensa

As funções densidade espectral em termos das acelerações das massas suspensas e não suspensas podem ser obtidas fazendo (BENDAT e PIERSOL, 2010)

$$\underline{\underline{S}}_Y(\Omega) = \Omega^4 \underline{\underline{S}}_X(\Omega). \quad (41)$$

Por fim, seguindo o passo a passo da seção anterior para obter ψ_{ξ}^2 , a aceleração quadrática média, $\psi_{\underline{\underline{Y}}}^2$, pode ser obtida como (NEWLAND, 1993)

$$\psi_{\underline{\underline{Y}}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^4 \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega. \quad (42)$$

TABELA 2. Nível de desconforto baseado na aceleração pela norma ISO 2631 (1997).

Valores m/s^2	Nível de conforto
$a_y \leq 0,315$	Confortável
$0,315 \leq a_y \leq 0,63$	Levemente confortável
$0,63 \leq a_y \leq 1$	Pouco confortável
$1,0 \leq a_y \leq 1,6$	Desconfortável
$1,6 \leq a_y \leq 2,5$	Muito desconfortável
$a_y \geq 2,5$	Extremamente desconfortável

Fonte: Drehmer 2012, Agostinacchio e Olita (2013) e Loprencipe e Zoccali (2017).

Note-se que de acordo com a Eqs. (14) e (28), o cálculo de $\underline{\underline{S}}_F(\Omega)$ depende de $\underline{\underline{S}}_{\xi}(\Omega)$ e $\underline{\underline{H}}(\Omega)$, onde $\underline{\underline{S}}_{\xi_i}(\Omega) d\Omega = (G_{\xi_i}(\Omega) d\Omega) / 2$ ($i=1, i=2$), em que $G_{\xi_i}(\Omega)$ e $\underline{\underline{H}}(\Omega)$ estão definidos no intervalo $0 \leq \Omega \leq +\infty$. Conforme Bendat e Piersol (2010) e Rao (2017), a integração unilateral de cada uma dessas funções é o equivalente a integrar entre $0 \leq \Omega \leq -\infty$ ou entre $0 \leq \Omega \leq +\infty$. Como essas integrações possuem o mesmo resultado, pode-se fazer

$$\psi_{\underline{\underline{Y}}}^2 = 2 \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \Omega^4 \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega \right) \therefore \psi_{\underline{\underline{Y}}}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Omega^4 \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega. \quad (43)$$

A partir dessa expressão obtém-se a raiz quadrática da aceleração RMS como

$$\underline{\underline{a}}_Y = \sqrt{\psi_{\underline{\underline{Y}}}^2} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Omega^4 \underline{\underline{S}}_Y(\Omega) d\Omega}. \quad (44)$$

Analogamente ao caso anterior, o resultado dessa expressão é uma matriz, onde os termos da diagonal representam as acelerações RMS dos GLs de interesse. Os valores obtidos são aceleração

vertical da massa suspensa, a_y , aceleração angular da massa suspensa, a_ϕ , e acelerações verticais das rodas, a saber, a_{y1p} e a_{y2p} . A Eq. (44) é muito útil no estudo da qualidade de condução de um veículo, pois possibilita a quantificação de um parâmetro atrelado ao conforto.

Com o auxílio da **TABELA 2** e da Eq. (44) é possível propor o projeto dos parâmetros da suspensão, K_s , C_s e K_R , tendo como critério de projeto a minimização da aceleração vertical, a_y , e angular, a_ϕ , da massa suspensa para quando se tem valores de massas suspensa e não suspensa bem definidas.

3. METODOLOGIA PROPOSTA

O modelo de veículo neste estudo é considerado trafegando sob uma velocidade constante, v , de 20m/s percorrendo uma pista de classe C, a qual é classificada com média irregularidade segundo a norma ISO 6808 (2016). Na corrente pesquisa, para diferenciar essas pistas atribuem-se diferentes valores para $G_{d\xi1}(n_0)=450$ e $G_{d\xi2}(n_0)=450$. Segundo Ngwangwa et al. (2010), esta classe é representativa de uma pista danificada com depressões rasas frequentes e algumas profundas, ou uma pista/estrada mantida sem pavimentação.

Para a construção do processo de otimização, especificamente tendo K_s , C_s e K_R como variáveis de projeto, o problema padrão de otimização, P_{ot} , para o projeto ótimo de suspensão pode ser formulado. Tendo em vista que o projeto de suspensão aqui proposto visa o conforto e segurança veicular, constrói-se um problema padrão de otimização que minimiza a aceleração vertical rms da massa suspensa, a_y , bem como sua aceleração angular, a_ϕ . Podendo então o problema padrão de otimização multiobjetivo ser estabelecido como

$$P_{ot} = \begin{cases} \text{minimizar: } \{a_y(\underline{x}), a_\phi(\underline{x})\} \\ \text{onde: } \underline{x} = [K_s, C_s, K_R]. \end{cases} \quad (45)$$

Em todos os processos de otimização propostos, os limites simples para os parâmetros relacionados ao modelo são $2,00 \cdot 10^3 \leq K_s \leq 1,50 \cdot 10^4$, $5,00 \cdot 10^2 \leq C_s \leq 2,50 \cdot 10^3$ e $10,00 \leq K_R \leq 2,00 \cdot 10^3$. Estes limites foram baseados em dados numéricos da literatura (JAZAR, 2017). A solução do problema de otimização fornece os parâmetros ideais para a suspensão do veículo para uma classe específica de pista. A implementação computacional para cada situação é realizada em ambiente MatLab® conforme o algoritmo apresentado na FIGURA 3. Frise-se que o processo de otimização inicialmente encontra o ótimo global empregando algoritmo genético (AG) e o resultado é refinado com auxílio de programação não linear (PNL). Na implementação do algoritmo, toma-se como base Jazar (2017) e supõe-se $M = 420[\text{Kg}]$, $I_x = 420[\text{Kg m}^2]$, $m_p = 53[\text{Kg}]$, $b_1 = 0,7[\text{m}]$, $b_2 = 0,75[\text{m}]$ e $K_p = 2,00 \cdot 10^5[\text{N/m}]$. Jazar (2017) adota como nulo o amortecimento do pneu. Entretanto, Rao (2018) afirma que materiais borrachosos sempre apresentam amortecimento, em maior ou menor

grau. Com isso, decide-se arbitrar um valor para a constante de amortecimento do pneu como $C_p = 50 \text{ Ns/m}$.

FIGURA 3. Algoritmo de identificação dos parâmetros da suspensão através da técnica de otimização híbrida.

Início
Passo 1. Definição dos dados da pista: comprimento de pista, frequência espacial máxima, classe de pista conforme a Norma ISO (6808) (2016)
Passo 2. Definição dos dados do veículo: massa suspensa, massa não suspensa; Definição da velocidade do veículo;
Passo 3. Geração da Função densidade Espectral de Pista segundo a norma, $S_{\xi 01}(\Omega)$ e $S_{\xi 02}(\Omega)$;
Passo 4. Processo de otimização:
 Passo 4.1 Definição das variáveis de projeto: k_s , c_s , k_R ; Estabelecimento dos limites de variáveis de projeto;
 Passo 4.2 Obtenção das matrizes de massa, rigidez, amortecimento e obtenção do vetor de forças;
 Passo 4.3 Análise modal: obtenção da matriz modal, da função resposta em frequência receptância;
 Passo 4.4 Cálculo da função densidade espectral de potência do vetor de forças de excitação $\underline{S}_F(\Omega)$;
 Passo 4.5 Cálculo função densidade espectral de potência em termos da massa suspensa $S_{Y_s}(\Omega)$;
 Passo 4.6 Realiza a integração para obter a aceleração rms da massa suspensa empregando integração numérica trapezoidal com auxílio da função ‘trapz.m’ do MatLab®;
 Passo 4.7 Define as funções objetivo para minimizar, $a_y(\underline{x})$, $a_\phi(\underline{x})$.
Passo 5. Para cada processo de otimização, faça
 Passo 5.1 Implementar o passo 4;
 Passo 5.2 Aproximação do ponto de mínimo global, $\mathbf{X}_{AG}$, por AG;
 Passo 5.3 Refino da aproximação do ponto de mínimo global, $\mathbf{X}_{PNL}$, por PNL em MatLAB®;
Passo 6. Definição como ponto de ótimo $\mathbf{X}_{PNL}$;
Passo 7. Apresentação dos resultados: Obtenção do projeto ótimo para a suspensão.
Fim

Fonte: o autor (2024).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados numéricos da implementação computacional são apresentados na TABELA 3, que apresenta uma comparação entre os parâmetros obtidos pela corrente proposta e os parâmetros apresentados na bibliografia consultada (JAZAR, 2017). Note-se que na corrente proposta, no refino por PNL o projeto resulta em parâmetros ótimos para aceleração RMS mínima da massa suspensa de $0,37 \left[\text{m/s}^2 \right]$. Confrontando esse resultado com os níveis de vibração da TABELA 2, nota-se a vibração da massa suspensa fica dentro de um intervalo que configura nível levemente confortável, apesar do perfil de pista do tipo média.

Analisando a TABELA 3, para a barra estabilizadora, obteve-se uma rigidez ótima de $K_R = 2,74 \cdot 10^3 \left[\text{N/m} \right]$, o que, portanto, sugere que esse mecanismo tem valiosa na contribuição para evitar rolagem do modelo aqui considerado. Também se nota que a corrente proposta apresenta parâmetros que diminuem a aceleração vertical da massa suspensa em relação aos dados da literatura (JAZAR, 2017).

Os resultados gráficos mostram inicialmente as funções de coerência na FIGURA 4. Essas funções representam a relação entre os deslocamentos das rodas e o deslocamento vertical da massa suspensa. De acordo com Bendat e Piersol (2010), essa relação deve estar entre 0 e 1, como evidenciado no gráfico. Nota-se que as curvas variam de 0,49 a 0,59, sugerindo uma relação não

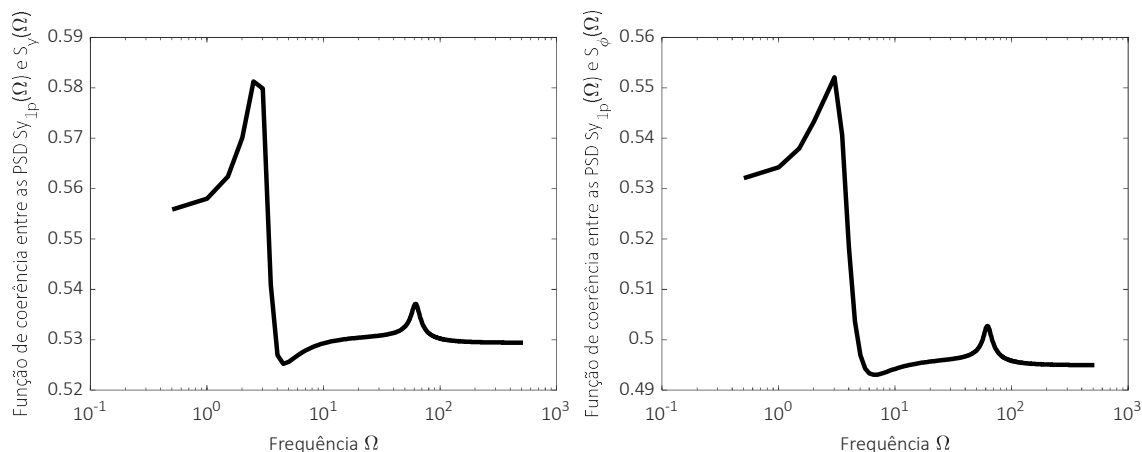
linear entre os deslocamentos verticais das rodas e o deslocamento vertical da massa suspensa. No entanto, essa faixa indica uma coerência acima de 52% entre as densidades espectrais de potência (PSDs) das rodas e os deslocamentos verticais da massa suspensa.

TABELA 3. Comparação entre os resultados da corrente proposta com dados da literatura consultada.

Parâmetros obtidos	Símbolo [unidade]	Jazar (2017)	Metodologia Proposta (AG+PNL)
Rigidez da suspensão	K_s [N/m]	$1,00 \cdot 10^4$	$2,74 \cdot 10^3$
Amortecimento da suspensão	C_s [Ns/m]	$1,00 \cdot 10^3$	$5,01 \cdot 10^2$
Rigidez da barra estabilizadora	K_R [N/m]	0,00	$1,24 \cdot 10^3$
Desvio padrão do deslocamento vertical	σ_y [m]	$1,06 \cdot 10^{-2}$	$1,11 \cdot 10^{-2}$
Desvio padrão do deslocamento angular	σ_ϕ [rad]	$1,54 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-2}$
Aceleração <i>rms</i> do deslocamento vertical	a_y [m/s ²]	$5,85 \cdot 10^{-1}$	$3,79 \cdot 10^{-1}$
Aceleração <i>rms</i> do deslocamento angular	a_ϕ [rad/s ²]	$4,51 \cdot 10^{-1}$	$2,86 \cdot 10^{-1}$

Fonte: o autor (2024).

FIGURA 4. Funções de coerência entre os GLS dos eixos das rodas e os GLs de deslocamento vertical.

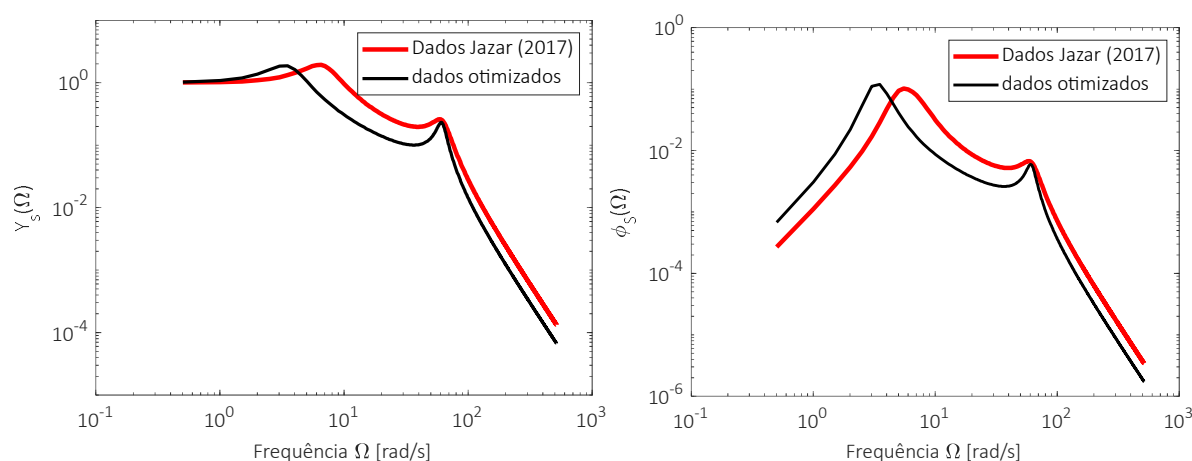


Fonte: o autor (2024).

Com base nas revisões teóricas e metodologias discutidas nas seções 2 e 3, são obtidas as FRFs em relação ao deslocamento vertical e angular da massa suspensa, $Y_s(\Omega)$ e $s_s(\Omega)$. Além disso, foram calculadas as funções densidade espectral de potência em relação ao deslocamento, $S_{y_s}(\Omega)$, e à aceleração, $S_{\dot{y}_s}(\Omega)$. Inicialmente, foram gerados gráficos dessas funções utilizando os dados apresentados por Jazar (2017) como referência (em vermelho) e, posteriormente, foram elaborados gráficos comparativos com a proposta atual do projeto ideal de suspensão (em azul); tais gráficos estão representados na FIGURA 5 e na FIGURA 6. Os gráficos derivados dos dados de Jazar (2017)

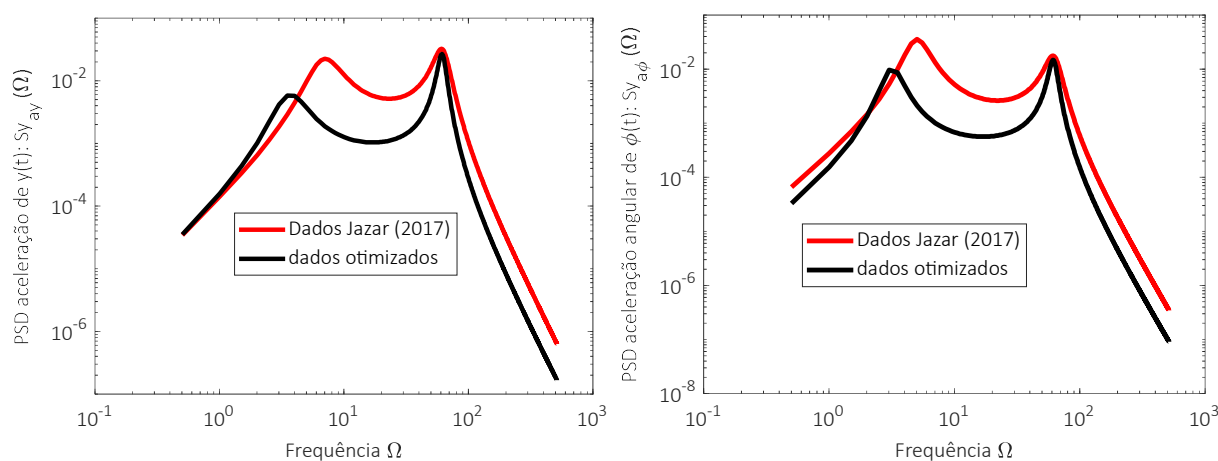
estão marcados em vermelho, revelando picos de vibração nas frequências naturais. Também é evidente nos gráficos da corrente proposta que há leves reduções nas amplitudes de vibração em todas as FRFs. Isso se deve à inclusão do amortecimento dos pneus na metodologia atual, juntamente com um aumento na rigidez e no amortecimento dos parâmetros de suspensão. Ressalte-se, no entanto, a criação de gráficos das propriedades mencionadas pela literatura consultada (Jazar, 2017) serve exclusivamente como referência inicial para a condução dos estudos, sem indicar que os resultados aqui apresentados são melhores ou piores em relação aos da bibliografia consultada.

FIGURA 5: FRFs em termos dos deslocamentos linear e angular da massa suspensa.



Fonte: O autor (2021).

FIGURA 6: Funções Densidade Espectral de Potência para a massa suspensa em termos da aceleração: (a) vertical (b) angular.



Fonte: Autor (2021).

Pode-se observar que gráficos com amplitudes menores podem ser obtidos, o que requer uma ampliação do intervalo de busca no projeto de otimização. No entanto, é importante destacar que essa abordagem pode levar à obtenção de gráficos cuja implementação física seja quase impossível. Portanto, neste contexto, optamos por estabelecer limites que possuam interpretações conservadoras e sejam facilmente compreensíveis e/ou viáveis para a construção de protótipos físicos. Além disso, o objetivo central deste trabalho foi alcançado, que era apresentar e demonstrar

uma metodologia de otimização dos parâmetros de suspensão utilizando um modelo de meio veículo e baseando-nos em funções de densidade espectral de potência.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho desenvolve um método para obter a função densidade espectral de potência com base no deslocamento e na velocidade das massas suspensa e não suspensa, considerando a influência da rigidez e do amortecimento do pneu e da barra estabilizadora. Utilizando o perfil de pista conforme a Norma ISO 8608 (2016), propõe-se uma abordagem para determinar os parâmetros ótimos de rigidez e amortecimento da suspensão e da barra estabilizadora, empregando uma técnica multiobjetiva de otimização híbrida (AG seguida de PNL) conforme descrito por Sousa et al. (2023). Com o projeto otimizado, as respostas dinâmicas às irregularidades da pista são analisadas no domínio da frequência, contribuindo para uma identificação precisa que visa condições seguras e maior conforto da massa suspensa.

O estudo apresenta gráficos das funções de coerência entre os deslocamentos das rodas e o deslocamento vertical da massa suspensa. Além disso, são feitas comparações gráficas da FRF em termos de receptância do deslocamento da massa suspensa e das FRFs da densidade espectral das massas suspensa e não suspensa também em relação ao deslocamento. A análise dos gráficos demonstra que a metodologia proposta proporciona uma ligeira redução nas amplitudes de vibrações em todas as FRFs.

A metodologia proposta demonstra ser promissora e tem grande potencial para aplicação em simulações de veículos completos ou meios veículos sob vista lateral.

DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis por este trabalho e não há conflito de interesses.

REFERÊNCIAS

AGOSTINACCHIO, M.; CIAMPA, D.; OLITA, S. The vibrations induced by surface irregularities in road pavements - a MATLAB approach. *European Transport Research Review*, v. 6, p. 267-275, 2014.

ALKHATIBA, R.; NAKHAIE JAZARB, G.; GOLNARAGHI, M.F.. Optimal design of passive linear suspension using genetic algorithm. *Journal of Sound and Vibration*, v. 275, p. 665–691, 2004.

BENDAT, J.; PIERSON, A.. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, Wiley, 2010.

CAMPOSA, C. G.; DE OLIVEIRA, A. N.; PERALTA, A. O.; DA COSTA NETO, R. T.; CALDEIRA, A. B.. Estimativa dos coeficientes de rigidez e amortecimento para um veículo leve, *revista militar de ciência e tecnologia*, v. 34, p. 61-66, 2016.

C. J. DODDS, J. D. ROBSON. The Description of Road Surface Roughness, *Journal of Sound and Vibration*, v. 31, p. 175-183, 1973.

DREHMER, L. R. C. Otimização de Parâmetro Concentrados de Suspensão para Conforto e Segurança Veicular. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.

EWINS, D. J.. *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, 2nd Edition, 2000.

GILLESPIE, T. D.. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, Warrendale, Society of Automotive Engineers, 1992.

- GOBBI, M.; MASTINU, G.. Analytical description and optimization of the dynamic behaviour of passively suspended road vehicles. *Journal of Sound and vibration*, v. 245, p. 457-481, 2001.
- ISO-2631-1. Mechanical vibration and shock. Evaluation of human exposure to whole-body vibration, 1997.
- ISO-8608. Mechanical vibration - Road surface profiles -Reporting, 2016.
- ISSA, M.; SAMN, A.. Passive Vehicle Suspension System Optimization using Harris Hawk Optimization Algorithm, *Mathematics and Computers in Simulation*, v. 191, 2021.
- JAZAR, R. N.. Vehicle dynamics: Theory and applications, Springer Science, New York, 2017.
- LOPRENCIPE, G.; ZOCCALI, P.. Use of generated artificial road profiles in road roughness evaluation. *Journal of Modern Transportation*, v. 25, p. 24-33, 2017.
- MEIROVITCH, L.. Fundamentals of Vibrations Analysis, McGraw-Hill, Boston, 2001.
- NEWLAND, D. E.. An Introduction to Random Vibration, Spectral & Wavelet Analysis, Dover Publications, New York, 1993.
- NGWANGWA, H. M.; HEYNS, P.S.; LABUSCHAGNE, F. J. J.; KULULANGA, G. K.. Reconstruction of road defects and road roughness classification using vehicle responses with artificial neural networks simulation, *Journal of Terramechanics*, v. 47, p. 97–111, 2010.
- UHLMANN, C. E.. Análise da influência da barra estabilizadora no ângulo de rolagem da suspensão dianteira de ônibus, Dissertação de mestrado em engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 75p., 2009.
- RAO, S. . Mechanical Vibrations, Pearson, Ireland, 2018.
- SOUSA, T. L., DA SILVA, J.; ARAUJO, W. L.. Optimization of Quarter Car Suspension Dynamics Using Power Spectral Density of Irregular Road Profile, *Universal Journal of Mechanical Engineering*, v. 11, p. 47-63, 2023.

AGRADECIMENTOS

T. L. de Sousa agradece à Universidade Federal de Pernambuco, enquanto o Prof. Jederson da Silva e o Prof. João do Vale agradecem à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).