

IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS (PSO) NA DETERMINAÇÃO DA DEFLEXÃO MÁXIMA E MÍNIMA EM VIGAS ENGASTADAS

Djalma da Costa Fontes Neto¹, Lucas Leite dos Santos², Paulo Henrique Araújo Bezerra³

¹Universidade Federal Rural do Semi-Árido, LOADS[®], Pau dos Ferros, Brasil
(djalma.neto@alunos.ufersa.edu.br)

²Universidade Federal Rural do Semi-Árido, LOADS[®], Pau dos Ferros, Brasil

³Universidade Federal Rural do Semi-Árido, LOADS[®], Pau dos Ferros, Brasil

Resumo: Os algoritmos meta-heurísticos como o PSO (Otimização por Enxame de Partículas), têm sido utilizados em uma gama de problemas de otimização através de uma lógica inspirada no comportamento coletivo de organismos naturais. O presente estudo implementou o algoritmo PSO para determinar a flecha máxima e mínima em vigas engastadas sob efeitos de carregamentos mecânicos. Por meio de simulações, identificou-se os pontos de deflexão máxima e mínima presentes na viga para diferentes combinações de cargas e condições de contorno.

Palavras-chave: Otimização por Enxame de Partículas; Análise estrutural; Linha elástica.

INTRODUÇÃO

A engenharia estrutural moderna enfrenta constantes desafios na busca por soluções eficazes e otimizadas para o projeto de estruturas, que por sua vez, tem se tornado mais comum em função dos avanços científicos e tecnológicos (Wriggers, 2008). Na perspectiva estrutural, um dos aspectos a serem considerados é assegurar a estabilidade dos elementos individuais e da estrutura global. A avaliação da estabilidade de qualquer configuração é conduzida por meio da análise do comportamento da estrutura em questão.

Na engenharia civil, as vigas, elementos estruturais lineares concebidos para sustentar cargas exercidas de forma perpendicular aos seus eixos longitudinais, é um componente essencial (Hibbeler, 2010). Uma das preocupações preponderantes associadas a tais circunstâncias consiste nos deslocamentos excessivos, que podem representar manifestações patológicas, gerando desconforto aos usuários e implicando em adversidades para a integridade estrutural adjacente.

Os deslocamentos verticais são nomeados de deflexões ou flechas, e é fundamental o seu controle e a análise da linha elástica. A determinação das deflexões estruturais é um processo influenciado por uma variedade de fatores, incluindo as características intrínsecas dos materiais empregados e as diversas cargas externas aplicadas sobre a estrutura. Além disso, o conhecimento das deflexões é necessário para

analisar as vigas indeterminadas, que são as vigas nas quais o número de reações nos apoios excede o número de equações de equilíbrio disponíveis para determinar as incógnitas (Beer, 1996).

Dessa forma, quando submetida a uma carga aplicada, a linha que conecta todos os pontos centroides ao longo do eixo da viga resulta em um deslocamento. A representação gráfica, desta ocorrência, que possibilita a visualização parcial do comportamento da viga sob carga, é conhecida como linha elástica (Beer, 1996). Este diagrama é eficaz na representação dos diversos cenários, contudo, é fundamental compreender como a estrutura reagirá nas regiões de apoio, bem como as limitações impostas por estes apoios, seja na restrição dos deslocamentos verticais, horizontais ou na restrição de rotação

No âmbito do presente estudo, utilizou-se uma análise de otimização por PSO na determinação da deflexão máxima em uma viga engastada submetidas a uma carga uniformemente distribuída, força pontual e momento concentrado, sendo o momento de inércia e o material constantes ao longo da viga. A utilização de recursos computacionais na abordagem de aprimoramento da engenharia é notável devido às suas contribuições significativas, tais como a mitigação de erros inerentes aos cálculos manuais e a otimização da eficiência temporal. Dentro deste cenário, destaca-se o software MATrix LABoratory (MatLab[®]) como um instrumento computacional de alta performance e

cunho didático, viabilizando a solução de problemas como este.

Portanto, o propósito deste estudo consistiu na adaptação da rotina de um código PSO (Particle Swarm Optimization) utilizando o software *MatLab*[®], que permitiu a análise de uma viga engastada submetida à 3 tipos de carregamentos onde o objetivo principal consistiu na solução do problema da deflexão máxima e mínima.

MATERIAL E MÉTODOS

Para determinar as deflexões máximas e mínimas em uma viga engastada sujeita a três diferentes tipos de carregamentos: 1. Carga Uniformemente Distribuída 2. Força Pontual 3. Momento Concentrado, adotou-se o software *MatLab*[®] como ferramenta computacional. A metodologia empregada foi subdividida em 7 etapas distintas, delineadas para garantir uma análise abrangente do comportamento estrutural da viga. Essas etapas, detalhadas a seguir, englobam desde a formulação do problema até a análise dos resultados, visando a obtenção de conclusões sólidas e significativas para o campo da engenharia estrutural.

Dessa forma, o processo metodológico foi subdividido em 7 etapas, conforme Figura 1.

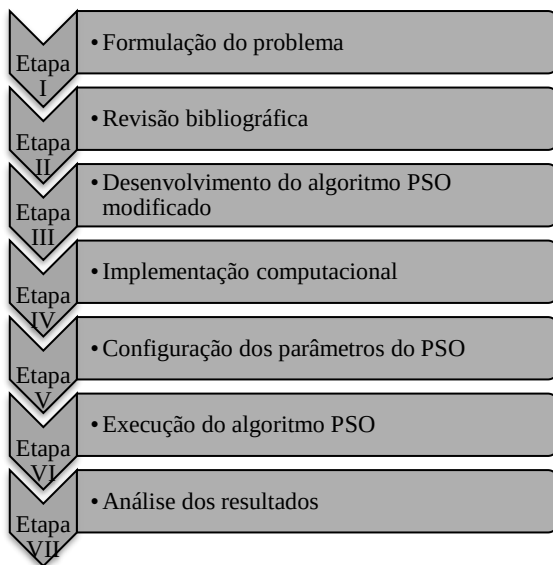


Figura 1. Etapas do procedimento metodológico

A primeira etapa da metodologia consistiu na formulação do problema de determinação das deflexões máximas e mínimas em uma viga engastada submetida a diferentes tipos de carregamento. Esta formulação requer a definição clara dos parâmetros geométricos e materiais da viga, bem como a localização e magnitude das cargas aplicadas. Utilizando o princípio da linha elástica e as condições de contorno específicas para vigas engastadas, estabeleceu-se as equações diferenciais que descrevem

a curvatura da viga em resposta aos carregamentos impostos.

Desta forma, na Figura 2 é possível observar o primeiro caso de viga engastada submetida à um carregamento uniformemente distribuído q .

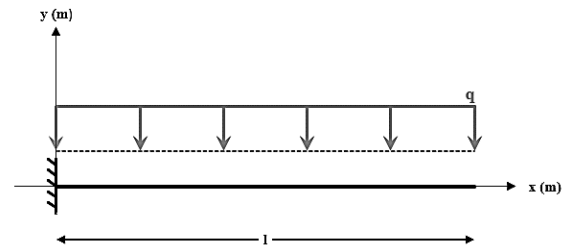


Figura 2. Viga sob carregamento uniforme

As deflexões máximas ao longo do eixo x foram calculadas utilizando a Equação 1.

$$v = \frac{qx^2}{24EI} \cdot (6l^2 - 4lx + x^2) \quad (1)$$

Na Figura 3 observa-se o segundo caso de viga engastada, agora submetida à uma força pontual P .

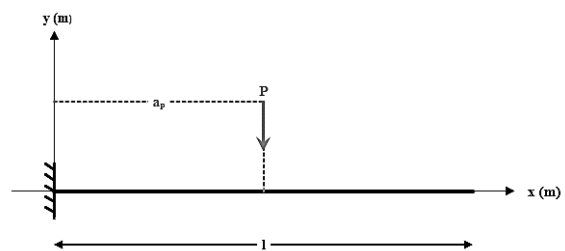


Figura 3. Viga sob força pontual

As deflexões máximas foram calculadas utilizando as Equações 2 e 3.

$$v = \frac{px^2}{6EI} \cdot (3a_p - x), \quad 0 \leq x \leq a_p \quad (2)$$

$$v = \frac{pa^2}{6EI} \cdot (3x - a_p), \quad a_p \leq x \leq l \quad (3)$$

Na Figura 4 observa-se o terceiro caso de viga engastada, agora submetida à um momento concentrado M .

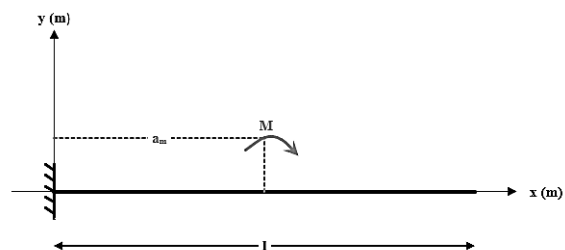


Figura 4. Viga sob momento concentrado



As deflexões máximas foram calculadas utilizando as Equações 4 e 5.

$$v = \frac{Mx^2}{2EI}, \quad 0 \leq x \leq a_m \quad (4)$$

$$v = \frac{Ma_m^2}{2EI} \cdot (2x - a_m), \quad a_m \leq x \leq l \quad (5)$$

A formulação detalhada do problema é essencial para assegurar que o modelo computacional desenvolvido no MatLab® capture com precisão o comportamento estrutural observado e gere resultados confiáveis e aplicáveis à prática de engenharia.

Para o problema do PSO, foram utilizadas as equações: atualização da velocidade de iteração das partículas (Equação 6) e atualização de posição na iteração (Equação 7).

$$V_{ij}^{k+1} = WV_{ij}^k + C_1 R_1 (P_{ij}^k - X_{ij}^k) + C_2 R_2 (g_j^k - X_{ij}^k) \quad (6)$$

para $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, n$.

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (7)$$

para $i = 1, \dots, m$.

A segunda etapa envolveu breve revisão da literatura, essencial para fundamentar o estudo com uma base teórica e identificar lacunas nos conhecimentos existentes. Esta revisão focou em trabalhos anteriores que exploram a análise de deflexão em vigas engastadas sob diversos tipos de carregamentos. Além disso, investigou-se a aplicação de métodos numéricos e analíticos para a resolução das equações da linha elástica em contextos similares. A pesquisa bibliográfica também abrangeu estudos sobre a otimização por enxame de partículas (PSO) e outras técnicas de otimização aplicadas ao projeto e análise de estruturas. O objetivo desta revisão foi não apenas entender as abordagens e soluções adotadas por outros pesquisadores, mas também identificar oportunidades para aprimorar as técnicas existentes ou desenvolver novas abordagens que possam ser aplicadas ao problema específico de deflexões máximas em vigas engastadas. A revisão resulta na definição das hipóteses de pesquisa e na justificativa do uso de um modelo computacional baseado em MatLab® para a análise do comportamento estrutural das vigas, considerando as especificidades dos diferentes tipos de carregamento.

A terceira etapa do estudo consistiu no desenvolvimento de uma versão modificada do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO), adaptada especificamente para o problema de determinação das deflexões máximas em vigas engastadas. O algoritmo original foi ajustado para melhor explorar o espaço de soluções potenciais e para

incorporar restrições mecânicas e físicas inerentes ao problema estrutural em estudo.

Inicialmente, o algoritmo foi configurado para identificar a posição das partículas, que neste contexto, representam possíveis estados de deflexão da viga sob diferentes configurações de carga. As partículas ajustam suas posições e velocidades baseadas em suas experiências individuais e nas dos seus vizinhos, buscando a minimização da função objetivo, que é a maximização da deflexão observada na viga (Shi e Eberhart, 1998). De acordo com Paiva (2018), cada partícula é composta por três vetores, sendo eles:

- A posição da partícula: A sua posição no espaço em busca de n dimensões.

$$X_i = \begin{bmatrix} X_{i,1} \\ X_{i,2} \\ \vdots \\ X_{i,n} \end{bmatrix}$$

- A velocidade da partícula:

$$V_i = \begin{bmatrix} V_{i,1} \\ V_{i,2} \\ \vdots \\ V_{i,n} \end{bmatrix}$$

- A sua melhor posição encontrada até o momento:

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{i,1} \\ P_{i,2} \\ \vdots \\ P_{i,n} \end{bmatrix}$$

De acordo com Souza (2021), os parâmetros utilizados no PSO podem ser descritos conforme Tabela 1.

Tabela 1. Notação

Parâmetros	Definição
P_i	$Pbest_i$, a melhor posição encontrada pela partícula i
g	$gbest$, a melhor posição encontrada por todas as partículas
C_1, C_2	Parâmetros cognitivo e social (Taxa de aprendizado)
w	Ponderação de inércia
r_{1j}, r_{2j}	Números aleatórios entre 0 e 1

Foram introduzidas alterações nas equações de atualização de velocidade e posição das partículas para garantir que o algoritmo permaneça dentro das fronteiras físicas e legais do problema de engenharia civil. Adicionalmente, parâmetros como coeficientes de inércia, fatores de aprendizagem cognitiva e social,



e o número de partículas foram escolhidos e calibrados para melhorar a eficiência e precisão do algoritmo.

O desenvolvimento deste algoritmo PSO modificado foi realizado utilizando o MatLab®, que oferece as ferramentas necessárias para implementação, teste e validação das modificações propostas. A robustez e a eficácia do algoritmo modificado são verificadas por meio de uma série de simulações.

A quarta etapa do estudo aborda a implementação computacional do algoritmo PSO modificado no software MatLab®. Esta fase é crucial para transformar os conceitos teóricos e as adaptações algorítmicas propostas na etapa anterior em um modelo operacional capaz de simular e analisar as deflexões em vigas engastadas sob diferentes condições de carga. O processo de implementação inicia-se com a programação das funções essenciais que compõem o algoritmo PSO, incluindo a inicialização das partículas, atualização das suas posições e velocidades, e avaliação da função de aptidão, que neste contexto específico, corresponde à deflexão máxima da viga. Para cada tipo de carregamento definidos modelos específicos dentro do MatLab®. Esses modelos são integrados ao núcleo do algoritmo PSO, permitindo que o software processe de forma eficiente as informações e execute as simulações necessárias. Durante a implementação, são incorporados tratamentos para as restrições do problema, como os limites de deflexão aceitáveis e as condições de contorno da viga engastada.

A interface do MatLab® é utilizada para criar uma interação, permitindo aos usuários inserir parâmetros, visualizar a evolução das partículas no espaço de busca e analisar os resultados graficamente. A precisão da implementação é verificada por meio de testes unitários e validação cruzada com resultados analíticos conhecidos e dados experimentais, quando disponíveis. Esta etapa é fundamental para assegurar que o algoritmo modificado não apenas execute eficientemente, mas também gere resultados confiáveis e precisos, adequados para a análise estrutural avançada das vigas engastadas sob diferentes regimes de carga.

A quinta etapa envolve a configuração cuidadosa dos parâmetros do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO) modificado, uma fase crítica para assegurar a convergência efetiva do método e a obtenção de resultados ótimos e precisos. Esta configuração engloba a definição do número de partículas no enxame, os coeficientes de inércia, os coeficientes cognitivo e social (também conhecidos como coeficientes de aprendizagem), e outros parâmetros operacionais específicos que influenciam diretamente a dinâmica do enxame e a eficácia da busca. De acordo com Shi e Eberhart (1998), quando configurados os parâmetros para $W_{Máx} = 0,9$

(Ponderação de inércia máxima), $W_{Min} = 0,4$ (Ponderação de inércia mínima), $C1 = 2$ (taxa de aprendizado cognitivo), $C2 = 2$ (taxa de aprendizado social), foi possível encontrar bons resultados em diversas aplicações.

O número de partículas é determinado com base em um equilíbrio entre a cobertura abrangente do espaço de busca e a eficiência computacional. Um número maior de partículas pode melhorar a capacidade de exploração do espaço de soluções, mas também implica maior consumo de recursos computacionais e tempo de processamento. Os coeficientes de inércia e de aprendizagem são ajustados para permitir que o enxame mantenha uma boa taxa de exploração das possíveis soluções enquanto refinam progressivamente a busca em torno das melhores soluções encontradas.

Experimentos preliminares são realizados para calibrar esses parâmetros, utilizando uma série de simulações que testam diferentes combinações de valores em busca do conjunto que produz os melhores resultados para o problema específico das deflexões em vigas engastadas. Essa calibração é crucial para garantir que o algoritmo não apenas convirja, mas que o faça de maneira eficiente e eficaz, alcançando a solução ótima dentro de um número razoável de iterações. A configuração final dos parâmetros é documentada detalhadamente para assegurar a reprodutibilidade do estudo e a validação dos resultados obtidos.

A sexta etapa do processo metodológico compreendeu a execução do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO) modificado, aplicado ao problema de determinar a deflexão máxima em vigas engastadas submetidas a diferentes tipos de carregamento. Após a configuração dos parâmetros, o algoritmo é posto em funcionamento no ambiente MatLab®, iniciando-se uma série de simulações para explorar o espaço de soluções e identificar a configuração de carga que resulta na deflexão máxima.

Durante a execução, o algoritmo itera através de várias gerações de partículas, cada uma representando uma possível solução para o problema definido. Em cada iteração, o PSO avalia a função objetivo, que neste estudo é a deflexão da viga, e ajusta as posições das partículas com base nas experiências individuais e coletivas do enxame, procurando otimizar a resposta estrutural em termos de deflexão máxima.

A eficácia do algoritmo é monitorada através de critérios de convergência preestabelecidos, tais como a melhoria mínima entre iterações ou o alcance de um limite de iterações máximo. Ao longo do processo, são coletados dados referentes às posições das partículas e valores da função objetivo, permitindo uma análise detalhada do comportamento do algoritmo e das soluções por ele encontradas. Ao final da execução, as

soluções ótimas identificadas são analisadas para verificar sua adequação e plausibilidade física e mecânica. Esses resultados são então compilados e preparados para apresentação, incluindo a geração de gráficos e tabelas que ilustram a relação entre as configurações de carga e as deflexões correspondentes. O pseudocódigo do PSO é descrito a seguir.

Inicialize a nuvem de partículas

repita

para $i = 1$ **até** m

Se $f(X_i) < f(P_i)$, **então**

$P_i = X_i$

Se $f(X_i) < f(g)$, **então**

$g = X_i$

fim se

fim se

para $j = 1$ **até** n

$r_1 = rand()$, $r_2 = rand()$

$V_{ij} = WV_{ij} + C_1 R_1(P_i - X_{ij}) +$

$C_2 R_2(g_j - X_{ij})$

fim para

$X_i = X_i + V_i$

fim para

até satisfazer o critério de parada

A sétima etapa deste estudo envolveu a análise dos resultados obtidos pela execução do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO) modificado. Nesta fase foi realizada a interpretação dos dados gerados, focando-se na avaliação das deflexões máximas e mínimas registradas nas vigas engastadas. A análise é realizada com o objetivo de validar a eficácia do modelo e do algoritmo adaptado, além de verificar a consistência dos resultados com as teorias e dados experimentais existentes. Primeiramente, os resultados são comparados com soluções analíticas e numéricas conhecidas para casos similares, a fim de estabelecer a precisão e a fiabilidade do modelo computacional. As discrepâncias, se presentes, foram examinadas para identificar possíveis causas, tais como a inadequação dos parâmetros do PSO, erros na modelagem ou necessidade de ajustes nas hipóteses de carga.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O funcionamento do código foi comprovado a partir da verificação dos valores de deflexão e da linha elástica gerados a partir de uma comparação entre os resultados fornecidos pelo código do MatLab® com os resultados obtidos através da forma analítica, utilizando as equações da Linha Elástica, para uma viga engastada com valores de Momento de Inércia e Módulo de Elasticidade constantes, aplicando -se:

$$q_{carga} = 10 \text{ kN/m} \text{ e } L_{comp} = 2 \text{ m}.$$

A Equação 8 a seguir, corresponde a equação da linha elástica utilizada para encontrar a deflexão máxima na viga, a qual obteve uma deflexão igual a 20 mm.

$$v_{Máx} = \frac{qL^4}{8EI} \quad (8)$$

Adotando uma população de 20 indivíduos e parâmetros: $W_{Máx} = 0,9$ (Ponderação de inércia máxima), $W_{Min} = 0,4$ (Ponderação de inércia mínima), $C1 = 2$ (taxa de aprendizado cognitivo), $C2 = 2$ (taxa de aprendizado social) de , na 2ª iteração, o código encontrou o valor máximo de deflexão igual a $v = 20 \text{ mm}$ em $x = 2 \text{ m}$ e o valor mínimo $v = 0 \text{ mm}$ em $x = 0 \text{ m}$, utilizando um tempo de 1,43835 s, conforme Figuras 5 e 6 a seguir.

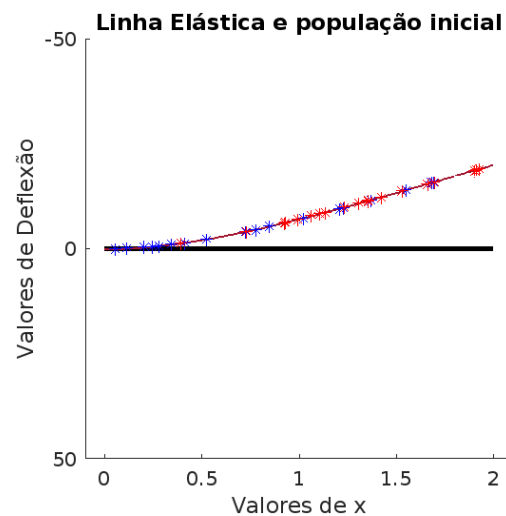


Figura 5. Linha elástica e população inicial

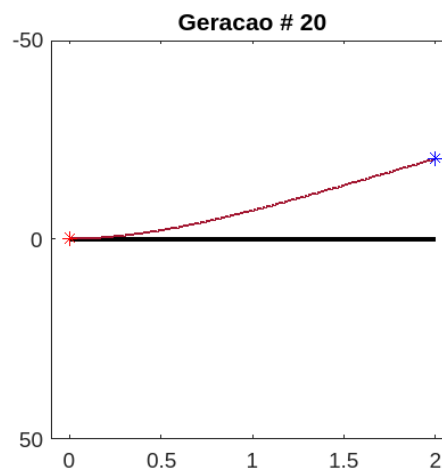


Figura 6. Geração 20

Para a realização das simulações, foram consideradas uma combinação dos 3 carregamentos, seguido por uma definição de parâmetros de comprimento de viga e posicionamento de carga. Inicialmente foram considerados os seguintes carregamentos: $P_{carga} = -20 \text{ kN}$ (Força pontual), $q_{carga} = -15 \text{ kN/m}$ (Força uniformemente distribuída), $m_{carga} = 22 \text{ kN} \cdot \text{m}$

(Momento concentrado), $L_{comp} = 2\text{ m}$ (Comprimento da viga), $a_{pcarga} = L_{comp}/2$ (Posição da força pontual), $a_{mcarga} = L_{comp}$ (Posição da momento concentrado).

Para as simulações, foram feitas uma variação e modificação de alguns fatores como população, ponderação de inércia máxima e mínima, taxa de aprendizado cognitivo e social. Essas alterações têm como objetivo principal explorar a robustez e eficácia do algoritmo na localização da solução ótima sob diferentes configurações de operadores genéticos e tamanho da população. Para a primeira simulação, foram definidos os seguintes parâmetros: $m = 20$ (tamanho da população), $W_{Máx} = 1$ (Ponderação de inércia máxima), $W_{Mín} = 0,5$ (Ponderação de inércia mínima), $C1 = 1,5$ (taxa de aprendizado cognitivo), $C2 = 1,5$ (taxa de aprendizado social).

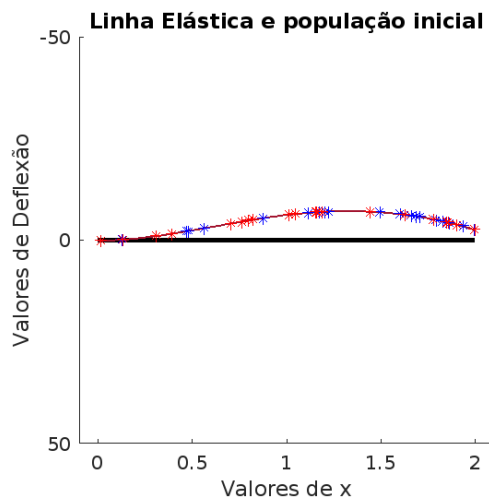


Figura 7. Linha elástica e população inicial

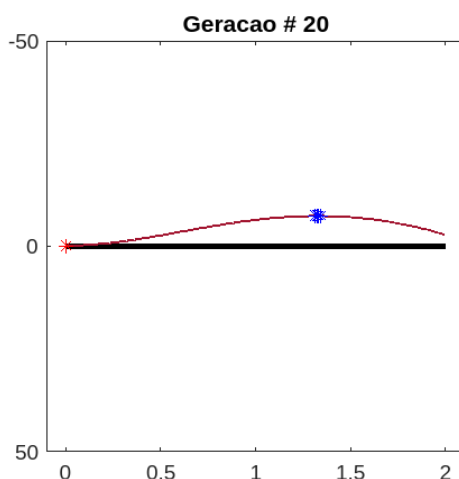


Figura 8. Geração 20

Diante disso, a partir da 8ª iteração, o código encontrou o valor mínimo de deflexão igual a $v = -7,23471\text{ mm}$ em $x = 1,33006\text{ m}$ utilizando um tempo de 2,118396 s e na 2ª iteração o valor máximo

$v = 0\text{ mm}$ em $x = 0\text{ m}$, utilizando um tempo de 0,892961 s, conforme Figuras 7 e 8.

A posição dos melhores máximos e mínimos globais é mostrada nas Figuras 9 e 10.

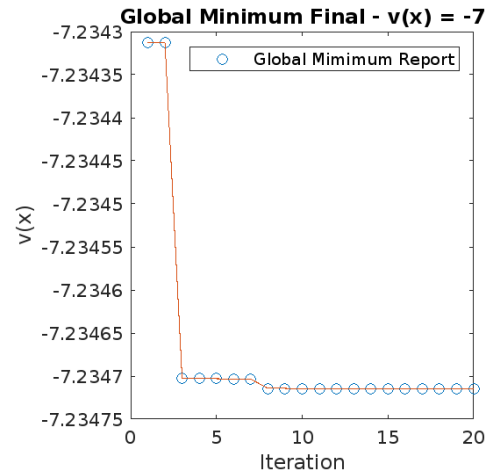


Figura 9. Melhor mínimo global

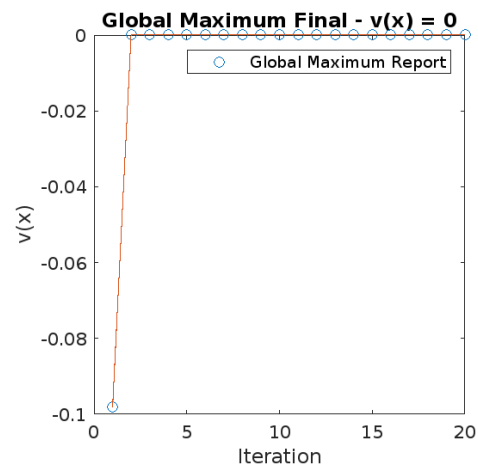


Figura 10. Melhor máximo global

Em seguida, foram mantidas as mesmas condições de carregamento e população, porém, modificou-se alguns parâmetros na segunda simulação, visto que de acordo com Chen, Yang e Gou (2005) ao utilizar os seguintes valores para os parâmetros: $W_{Máx} = 0,9$ (Ponderação de inércia máxima), $W_{Mín} = 0,4$ (Ponderação de inércia mínima), $C1 = 2$ (taxa de aprendizado cognitivo), $C2 = 2$ (taxa de aprendizado social), foram gerados bons resultados em uma variedade de problemas.

Constatou-se que na 2ª iteração, o código foi capaz de encontrar o valor mínimo de deflexão igual a $v = -7,23471\text{ mm}$, porém em $x = 1,32957\text{ m}$ e valor máximo $v = 0\text{ mm}$ em $x = 0\text{ m}$, utilizando um tempo de 1,822754 s. Foi possível observar que a configuração de tais parâmetros fizeram com que a maioria da população convergisse para o ponto de deflexão máxima, havendo assim uma menor

dispersão e consequentemente uma maior precisão na solução do problema.

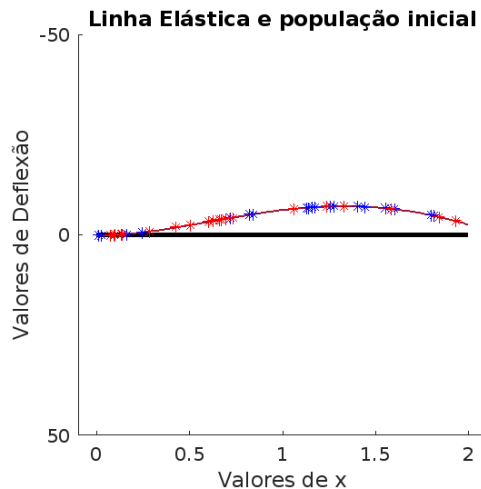


Figura 11. Linha elástica e população inicial

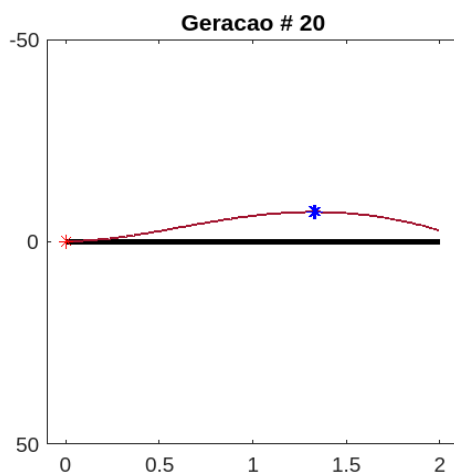


Figura 12. Geração 20

A posição dos melhores máximos e mínimos globais é mostrada nas Figuras 13 e 14.

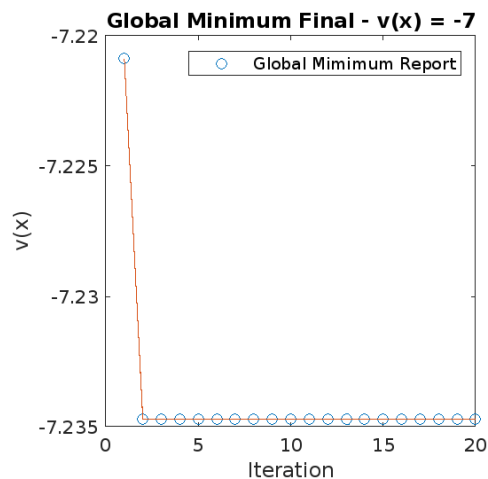


Figura 13. Melhor mínimo global

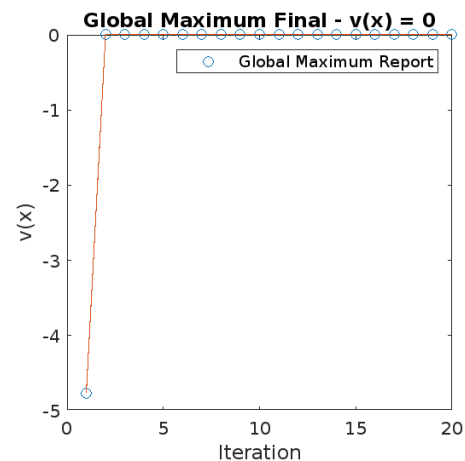


Figura 14. Melhor máximo global

Na terceira simulação, inicialmente foram considerados os seguintes carregamentos: $P_{carga} = -20kN$ (Força pontual), $q_{carga} = -10kN/m$ (Força uniformemente distribuída), $m_{carga} = 22 kN \cdot m$ (Momento concentrado), $L_{comp} = 2 m$ (Comprimento da viga), $a_{pcarga} = L_{comp}/2$ (Posição da força pontual), $a_{mcarga} = L_{comp}$ (Posição da momento concentrado).

Foi utilizada uma população de indivíduos $m = 50$ (tamanho da população) e mantidos os parâmetros $W_{Máx} = 1$ (Ponderação de inércia máxima), $W_{Máx} = 0,9$ (Ponderação de inércia máxima), $W_{Min} = 0,4$ (Ponderação de inércia mínima), $C1 = 2$ (taxa de aprendizado cognitivo), $C2 = 2$ (taxa de aprendizado social).

Diante disso, a partir da 2ª iteração, o código encontrou o valor máximo de deflexão igual a $v = 7,33333 mm$ em $x = 2,0 m$ e o valor mínimo de deflexão igual a $v = -2,75331 mm$ em $x = 0,98039 m$, utilizando um tempo de 1,032793 s, conforme Figuras 15 e 16.

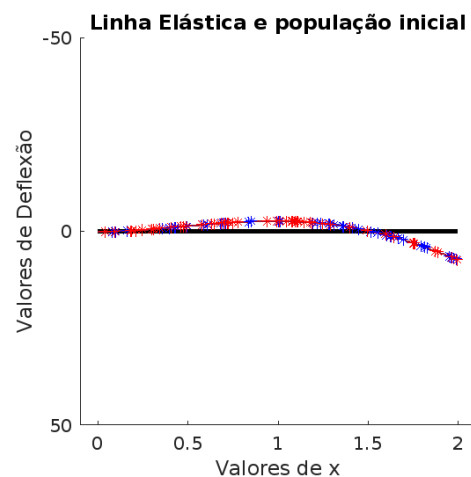


Figura 15. Linha elástica e população inicial

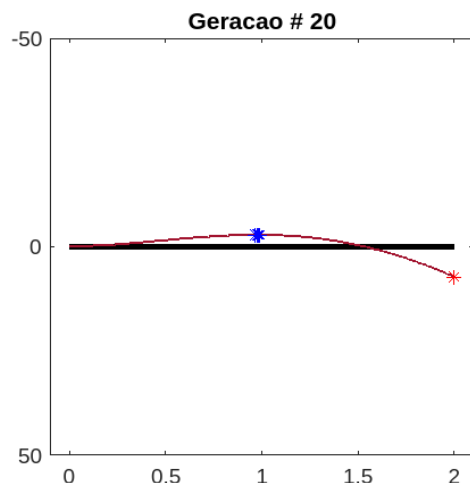


Figura 16. Geração 20

A posição dos melhores máximos e mínimos globais é mostrada nas Figuras 17 e 18.

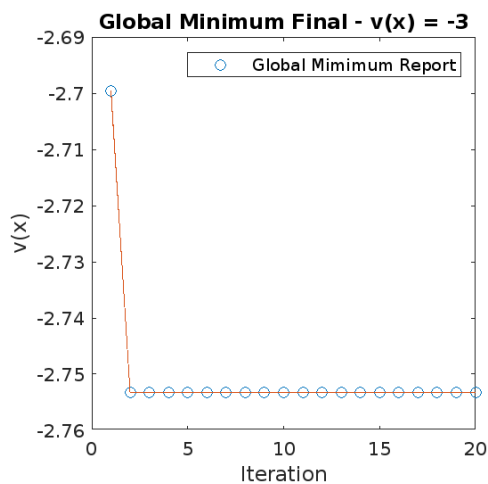


Figura 17. Melhor mínimo global

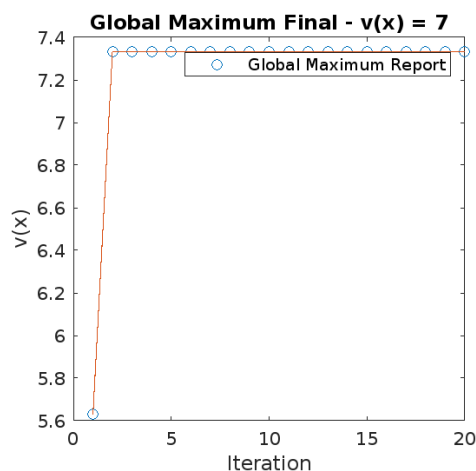


Figura 18. Melhor máximo global

Na quarta simulação, foram considerados os seguintes carregamentos: $P_{carga} = -30 \text{ kN}$ (Força pontual), $q_{carga} = -10 \text{ kN/m}$ (Força uniformemente distribuída), $m_{carga} = 100 \text{ kN} \cdot \text{m}$ (Momento concentrado), $L_{comp} = 2 \text{ m}$ (Comprimento da viga), $a_{pcarga} = L_{comp}$ (Posição da força pontual), $a_{mcarga} = L_{comp}/4$ (Posição da momento concentrado).

Em seguida, foi utilizada uma população de indivíduos $m = 100$ (tamanho da população) e mantido os parâmetros: $W_{Máx} = 0,9$ (Ponderação de inércia máxima), $W_{Mín} = 0,4$ (Ponderação de inércia mínima), $C1 = 2$ (taxa de aprendizado cognitivo), $C2 = 2$ (taxa de aprendizado social).

Constatou-se que na 3ª interação, o código foi capaz de encontrar o valor máximo de deflexão igual a $v = 6,01135 \text{ mm}$, em $x = 0,82668 \text{ m}$ e o valor mínimo de deflexão igual a $v = -12,50 \text{ mm}$, em $x = 2,0 \text{ m}$, utilizando um tempo de 1,168703 s.

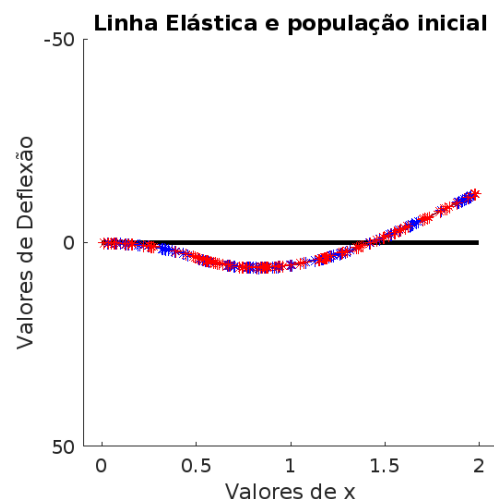


Figura 19. Linha elástica e população inicial

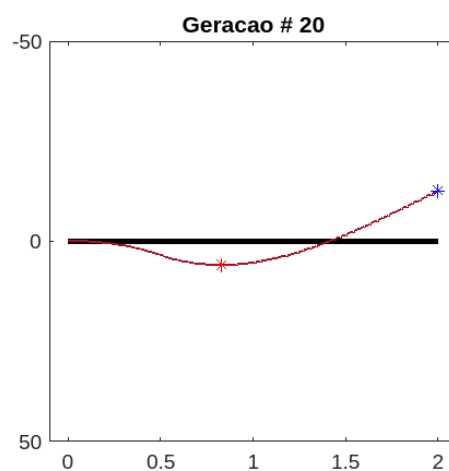


Figura 20. Geração 20

A posição dos melhores máximos e mínimos globais é mostrada nas Figuras 21 e 22.

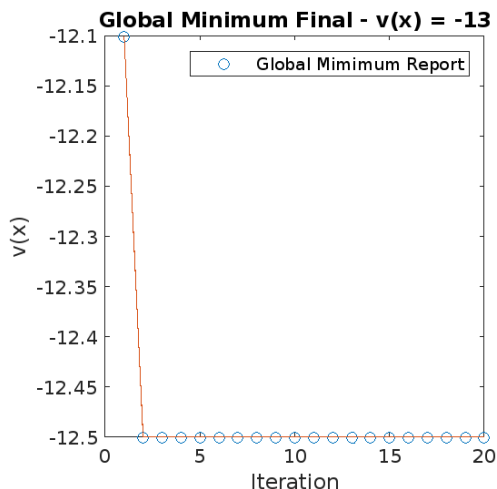


Figura 21. Melhor mínimo global

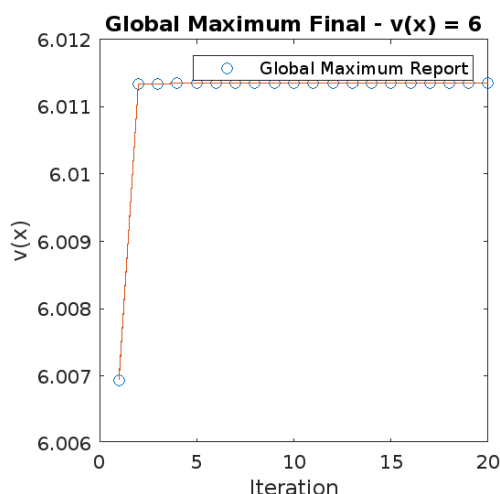


Figura 22. Melhor máximo global

CONCLUSÃO

A aplicação do algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas (PSO) modificado proporcionou resultados positivos sobre a análise de deflexão. O algoritmo original foi ajustado ao problema estrutural em estudo, com o auxílio da ferramenta computacionais MatLab® (utilizado para desenvolver a rotina de programação do código PSO). Durante a validação do código, observou-se que para uma viga engastada com os seguintes dados: $q_{carga} = 10kN$, $L_{comp} = 2m$ e $a_{pcarga} = L_{comp}/2$, gerou-se um valor máximo de deflexão $DY_{(x=2)} = 20mm$, confirmando sua confiabilidade, quando comparado com as equações analíticas da Linha Elástica.

Foi possível verificar a viabilidade da utilização do algoritmo na solução da deflexão máxima em vigas engastadas submetidas à três tipos de carregamentos:

1. Força pontual;
2. Carga uniformemente distribuída;
3. Momento concentrado.

Para verificar a viabilidade da utilização do algoritmo, foram realizadas simulações com objetivo principal de explorar a robustez e eficácia do algoritmo na localização da solução ótima sob diferentes configurações de operadores genéticos e tamanho da população. Constatou-se que os parâmetros utilizados $W_{Máx} = 0,9$ (Ponderação de inércia máxima), $W_{Min} = 0,4$ (Ponderação de inércia mínima), $C1 = 2$ (taxa de aprendizado cognitivo), $C2 = 2$ (taxa de aprendizado social), gerando bons resultados e convergindo em uma solução mais precisa, onde a maioria dos indivíduos da população se encontravam-se concentrados no mesmo ponto.

Os resultados demonstraram que o PSO foi capaz de convergir para uma posição de máxima e mínima deflexão, que é crítica para o projeto e avaliação da segurança estrutural em engenharia civil. As iterações do algoritmo permitiram um ajuste fino das posições das partículas, refletindo uma melhoria na precisão da estimativa de deflexão ao longo do tempo. Além disso, a plotagem dos valores de gBest ao longo das iterações ofereceu uma visão clara da evolução do processo de busca e da eficácia do ajuste dos parâmetros do algoritmo. Importante destacar, a abordagem implementada ajustou dinamicamente os parâmetros de inércia, facilitando uma balanceada exploração e exploração do espaço de busca, essencial para a otimização em problemas complexos de engenharia. Esta metodologia evidencia considerável qualidade e robustez para problemas que exigem precisão na localização de extremos em funções de resposta estrutural, como é o caso da deflexão em vigas.

Portanto, o algoritmo PSO modificado mostrou-se uma ferramenta valiosa para o estudo de deflexões em elementos estruturais, apresentando potencial para aplicações futuras em projetos de engenharia civil onde a otimização de respostas estruturais é requerida. Este estudo reforça a aplicabilidade do PSO em problemas de engenharia civil e incentiva investigações futuras para explorar sua aplicabilidade em outras complexidades estruturais.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a equipe do LOADS® - Laboratory for Optimization, Analysis and Design of Structures and Materials pelo apoio e orientações técnicas para a elaboração deste artigo.

REFERÊNCIAS

BEER, Ferdinand P., Jr.; DEWOLF, John T. **Mecânica dos Materiais**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman Editora, 1996. 816 p.



HIBBELER, Russel Charles. **Resistência dos materiais**. 7 ed. São Paulo : Pearson Prentice Hall, 2010.

CHEN, Q., YANG, J. E GOU J. Image Compression Method Using Improved PSO Vector Quantization, in Advances in Natural Computation, ser. Lecture Notes in **Computer Science**. Springer Berlin Heidelberg, 2005, vol. 3612, pp. 490–495.

PAIVA, Fábio Augusto Procópio de. **Otimização por enxame de partículas**: Usando uma adaptação de serendipidade. Natal: Editora IFRN, 2018. 96 p. v. 1. ISBN 978-85-94137-45-6.

SHI, Y. AND EBERHART, R. (1998) A Modified Particle Swarm Optimizer. **IEEE International Conference on Evolutionary Computation**, Anchorage, 4-9 May 1998, 69-73. <http://dx.doi.org/10.1109/icec.1998.699146>.

Souza, Marcone J. F. **Particle Swarm Optimization. Notas de aula de Técnicas Metaheurísticas para Otimização Combinatória**. Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2021. Disponível em: <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Disciplinas/InteligenciaComputacional/PSO.pptx>.

WRIGGERS, Peter. **Nonlinear finite element methods**. Springer Science & Business Media, 2008.