GRAPHICA 2024 Inteligências em simbiose
XV International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design

DESENVOLVIMENTO DE AMBIENTES DE REALIDADE VIRTUAL PARA VISUALIZAÇÃO DOS FRACTAIS DA CURVA DO DRAGÃO UTILIZANDO OS POLIEDROS DE PLATÃO

DEVELOPMENT OF VIRTUAL REALITY ENVIRONMENTS TO VISUALIZE THE FRACTALS OF THE DRAGON'S CURVE USING PLATO'S POLYHEDRA

SIQUEIRA, Paulo Henrique[1]

Resumo

Neste artigo são apresentadas as adaptações para a criação de um conjunto de fractais da curva do dragão utilizando os poliedros de Platão. Os fractais modelados foram inseridos em ambientes programados com recursos da Realidade Virtual (RV), que permitem ao visitante a manipulação e visualização de cada iteração usada para construção destes fractais. As estruturas de hierarquias de páginas HTML foram usadas por meio das transformações geométricas de translação, homotetia e rotação nas duas fases deste trabalho: nas modelagens dos fractais e também nas construções das salas virtuais. Os recursos apresentados neste artigo podem ser usados em sala de aula para a visualização dos fractais de poliedros com óculos imersivos e até mesmo em Realidade Aumentada (RA) com o uso de *smartphones* ou *tablets*. O objetivo deste artigo é de mostrar o uso de tecnologias simples e gratuitas, que podem ser usadas para a criação de materiais didáticos com grande contribuição para a melhoria do ensino da Geometria Fractal, além de outras áreas que utilizam representações gráficas de objetos 3D.

Palavras-chave: realidade virtual; fractais; poliedros de Platão; curva do dragão.

Abstract

This article presents the adaptations for creating a set of Dragon Curve fractals using the Plato's polyhedra. The modeled fractals were inserted into environments programmed with Virtual Reality (VR) resources, which allow the visitor to manipulate and visualize each iteration used to construct these fractals. The structures of HTML page hierarchies were used through the geometric transformations of translation, homothety and rotation in both phases of this work: in the fractals modeling and also in the virtual rooms construction. The resources presented in this article can be used in the classroom to visualize polyhedra fractals with immersive glasses and even in Augmented Reality (AR) using smartphones or tablets. The objective of this article is to show the use of simple and free technologies, which can be used to create teaching materials with a great contribution to improving the teaching of Fractal Geometry, in addition to other areas that use graphic representations of 3D objects.

Keywords: virtual reality; fractals; Plato's polyhedra; dragon curve.

[1] Universidade Federal do Paraná - UFPR, ORCID: 0000-0002-7498-0721, e-mail: paulohs@ufpr.br

1 Introdução

O uso de recursos auxiliares em disciplinas que envolvem conceitos em três dimensões (3D) torna a compreensão destes conteúdos, por parte dos alunos, mais eficiente e atrativa. Aplicativos e ambientes *web* colaboram de maneira significativa a aprendizagem de conceitos de Física (Komikesari *et al.*, 2019; Rozal *et al.*, 2021) e Biologia (Delgado, Bhark e Donahue, 2021) e têm sido utilizados como uma alternativa interessante para auxílio da aprendizagem dos alunos. Os materiais concretos, feitos com impressoras 3D, podem ser usados nas aulas de Biologia (Olumorin *et al.*, 2022), Matemática (Quigley, 2021) e nas disciplinas com conteúdos que envolvem o desenvolvimento e habilidades espaciais (Karaismailoglu e Yildirim, 2023).

Os objetos modelados por meio de tecnologias virtuais também podem auxiliar na aprendizagem de conteúdos que envolvem conceitos tridimensionais. A Realidade Virtual (RV) permite a criação de um ambiente imersivo e interativo com manipulação dos objetos por meio de controles e óculos imersivos (Marougkas *et al.*, 2023).

A criação de ambientes programados em RV pode ajudar nas simulações de construções (Soliman *et al.*, 2021), simulações de situações de treinamentos, Medicina (Pottle, 2019), jogos educacionais (Pirker *et al.*, 2020), visualização de fenômenos físicos, biológicos ou químicos (Kumar *et al.*, 2021), e outras áreas ligadas à educação (Melinda e Widjaja, 2022).

Os poliedros usados na Geometria Fractal são definidos com as características dos fractais 2D, ampliando-se os conceitos usados nas construções 2D para os objetos 3D (Jacomeli e Souza, 2020). Os fractais modelados em 3D auxiliam nos estudos das aplicações destes objetos em folhas de árvores e algas, vasos sanguíneos e pulmonares, nuvens e áreas de chuvas, crateras costeiras, cadeias de montanhas, flocos de neve, entre outros (Nutu e Axinte, 2022).

Outras aplicações recentes do uso da modelagem de poliedros com os conceitos da Geometria Fractal envolvem estudos sobre cargas de ruptura de concreto (Kotov *et al.*, 2023), modelagem de fractais para tratamento de água (Lorevice *et al.*, 2023), modelagem de conjuntos complexos de vírus para o encapsulamento de moléculas (Wang *et al.*, 2023), sistemas robóticos modulares de voos (Garanger, Epps e Feron, 2020), transporte e interação de fluidos de dupla concentração (Chai *et al.*, 2024), estudos dos efeitos da energia em estruturas porosas (Bogahawaththa *et al.*, 2024) e modelagens de elementos que compõem as paisagens de ambientes virtuais (Bravo e Pinto, 2023).

Os ambientes virtuais programados em RV podem auxiliar nos estudos da Geometria Fractal, pois os alunos podem interagir e visualizar os sólidos e suas propriedades de maneira mais efetiva e significativa (Cangas *et al.*, 2021). A RV pode colaborar na interação

dos alunos com as representações dos poliedros modelados, facilitando as visualizações e a compreensão das propriedades dos objetos.

Neste artigo são apresentados o algoritmo e as construções para a criação do conjunto de fractais da curva do dragão usando os poliedros de Platão. Estes fractais foram modelados usando bibliotecas do *JavaScript* e HTML que permitem a inserção destes objetos em ambientes imersivos com o uso das tecnologias de RV e Realidade Aumentada (RA). Nestes ambientes os visitantes podem manipular os fractais modelados e modificar o número de iterações. Nas visualizações dos sólidos com o uso de RA, são disponibilizados os links para as páginas desenvolvidas em RV. Vale lembrar que os ambientes mostrados neste artigo ainda não foram testados em sala de aula.

O objetivo deste artigo é mostrar a construção de materiais didáticos que utilizam recursos de RV e RA, os quais auxiliam a visualização dos fractais de poliedros no ensino da Geometria Espacial. Os recursos didáticos mostrados neste artigo podem ser usados em sala de aula para manipulação e visualização dos fractais da curva do dragão feitos com os poliedros de Platão, contribuindo para a aprendizagem dos alunos e enriquecendo as aulas sobre fractais e poliedros com uso das salas virtuais como complemento aos materiais didáticos tradicionais.

2 O fractal do dragão

O fractal do dragão, também chamado de curva do dragão, curva de Heighway ou dragão do *Jurassic Park*, é uma forma auto-semelhante popular que aparece no livro *Jurassic Park* de Michael Crichton. As propriedades deste fractal começaram a ser investigadas pelos físicos da NASA John Heighway, Bruce Banks e William Harter e foram descritas por Martin Gardner na coluna científica americana *Mathematical Games* em 1967 (Großkopf, 2020; Kamiya, 2022).

O fractal do dragão pode ser construído a partir de um segmento de reta que serve de base, substituindo repetidamente este segmento por dois segmentos perpendiculares entre si e com rotação de 45° alternadamente para a direita e para a esquerda. A Figura 1 mostra as 10 primeiras iterações da construção deste fractal a partir de um segmento de reta com medida a.

Em cada iteração, a medida de um segmento a sofre uma redução correspondente à formação do triângulo retângulo de catetos iguais a b e hipotenusa de medida a. Logo, aplicando-se o teorema de Pitágoras neste triângulo retângulo tem-se que:

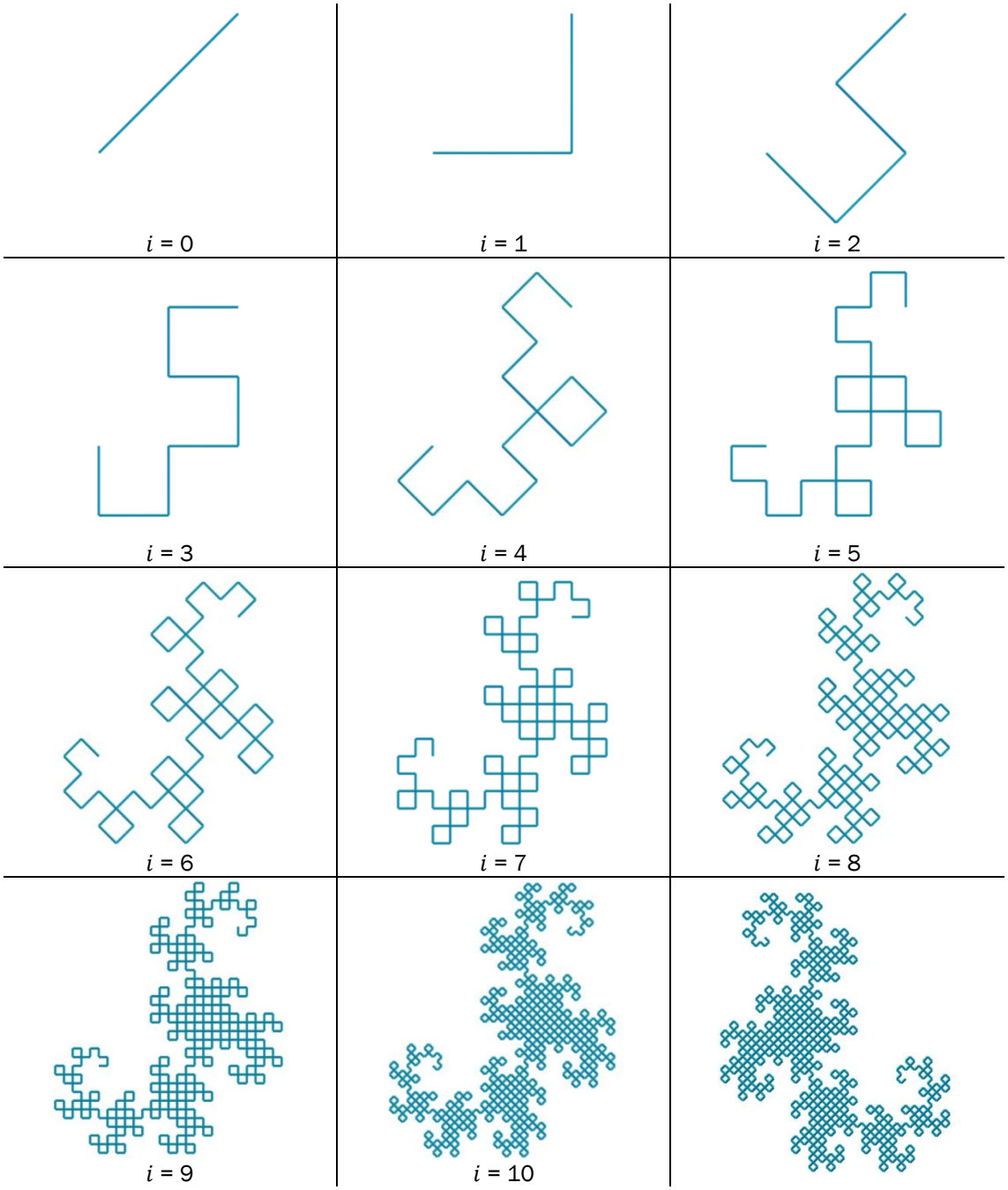
$$a^2 = 2b^2 \rightarrow b^2 = \frac{a^2}{2} \rightarrow b = \frac{a}{\sqrt{2}} \rightarrow b = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

A adaptação da lei de formação do fractal do dragão para os poliedros de Platão pode ser feita a partir de um segmento, que serve de base para as rotações dos sólidos. Este

segmento pode ser paralelo a uma aresta, diagonal ou qualquer segmento que defina alguma simetria entre os vértices do poliedro.

No caso de um tetraedro regular, pode-se escolher o segmento c que une os pontos médios de duas arestas ortogonais. As rotações feitas a partir deste segmento definem o fractal do dragão de tetraedro, com ângulos de 45º. A Figura 2 mostra a geração dos Tetraedros 1 e 2 a partir do Tetraedro 0.

Figura 1 – Construção do fractal do dragão com 10 iterações



Fonte: Autor, adaptado de Großkopf (2020)

Considere os seguintes parâmetros: número máximo de n iterações; um tetraedro com medida da aresta a; e o segmento de medida c, que une os pontos médios de duas arestas ortogonais. O algoritmo com a função recursiva para a criação do fractal do dragão de

tetraedros regulares com os parâmetros de entrada citados pode ser descrito da seguinte maneira:

Algoritmo

Entradas: $poliedro$ = tetraedro regular de aresta a; n (iterações); segmento c que une os pontos médios de duas arestas ortogonais do tetraedro;

Função: Dragon(a) {

Construa o $poliedro$ com aresta de medida a;

Defina o segmento c do $poliedro$;

Para i = 1 até n {

Para j = 0 até 1 {

$angulo$ = 45 * (-1) ^ j;

pos = c * j;

rotacione $poliedro$: (0, 0, $angulo$) em torno de ($-pos$, 0, 0);

a = a * raiz(2) / 2;

c = c * raiz(2) / 2;

Dragon(a);

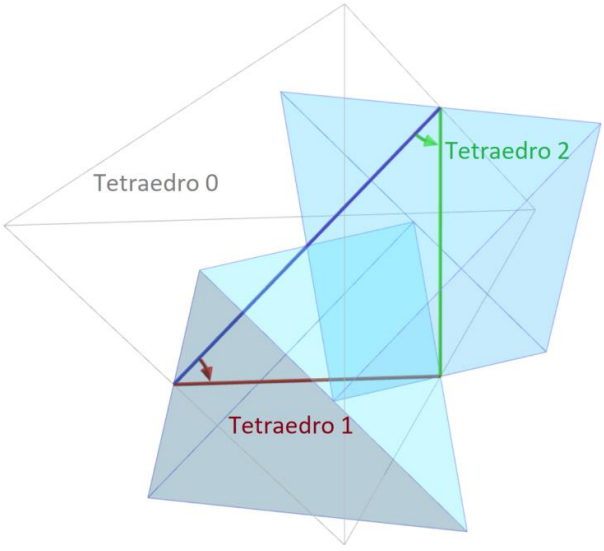
}

}

Apresente o fractal construído;

}

Figura 2 – Construção do fractal do dragão de tetraedro regular com 2 rotações por iteração



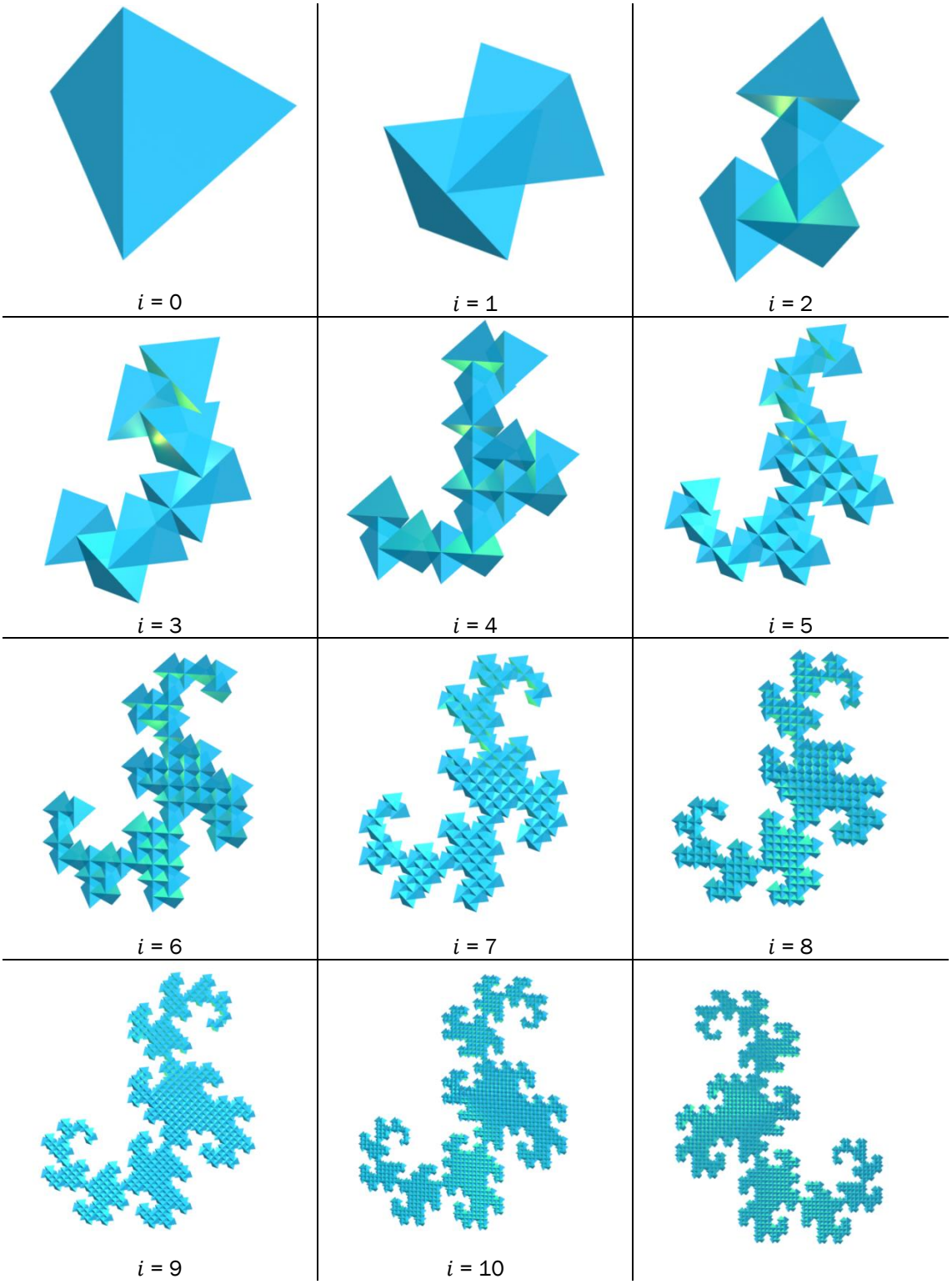
Fonte: Autor

O resultado da aplicação do algoritmo proposto para o tetraedro regular está apresentado na Figura 3. Os poliedros são rotacionados em torno de eixos paralelos ao eixo das coordenadas z, alternando-se os centros de rotações entre as extremidades inicial e final do segmento c do tetraedro considerado em cada iteração.

Nos outros poliedros de Platão o segmento c pode ser definido de forma similar à do tetraedro. No cubo, este segmento passa pelos centros de duas faces paralelas. Nos casos

do dodecaedro e do icosaedro, o segmento c passa pelos pontos médios de duas arestas paralelas, e no caso do octaedro, o segmento c é uma diagonal principal deste poliedro.

Figura 3 – Fractal do Dragão feito com tetraedros regulares em 10 iterações

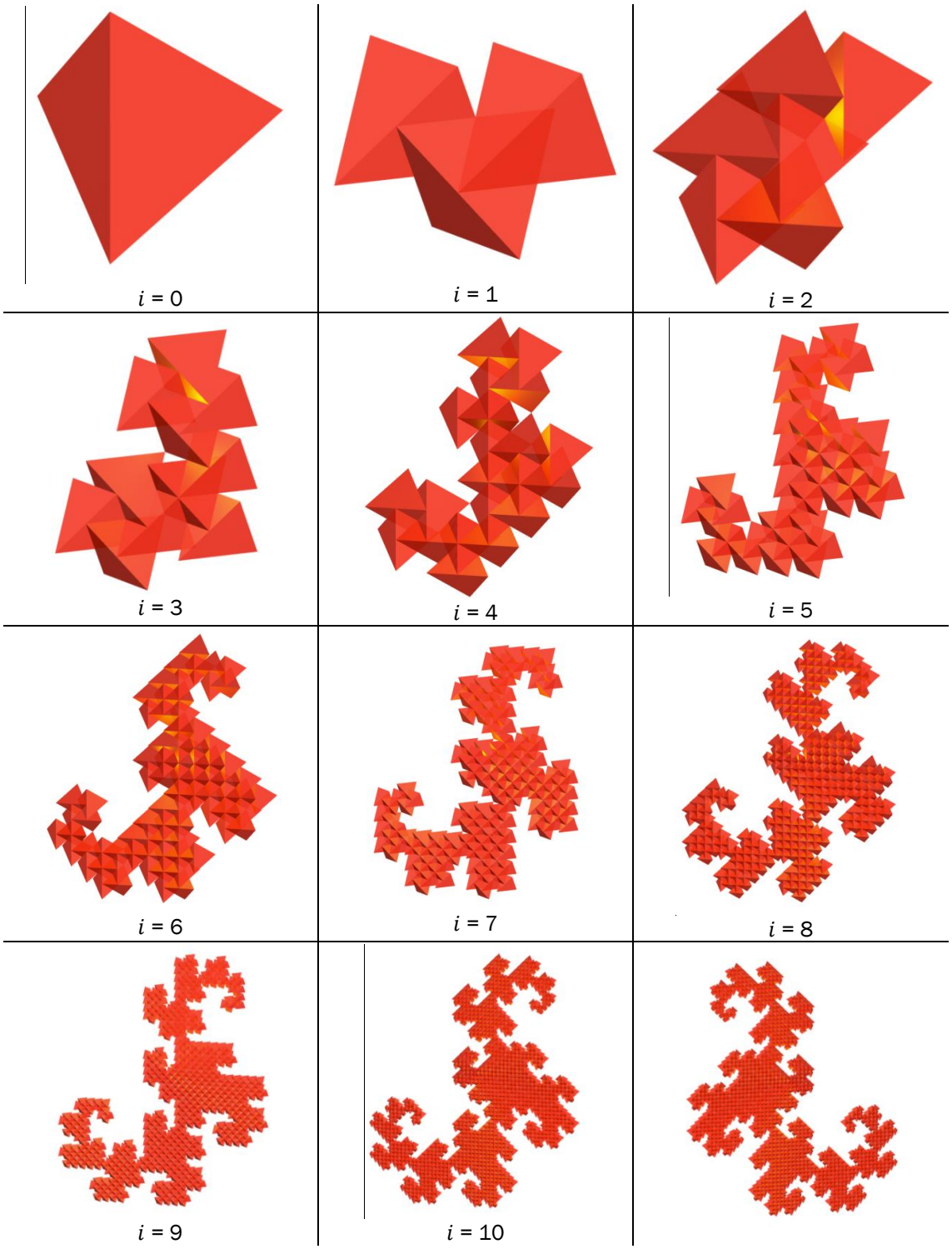


Fonte: Autor

Considerando-se uma terceira rotação do poliedro em cada iteração, agora em torno de eixos paralelos ao eixo de coordenadas x, obtém-se um fractal do dragão modificado. O

resultado da aplicação desta adaptação do algoritmo proposto para tetraedros regulares está apresentado na Figura 4.

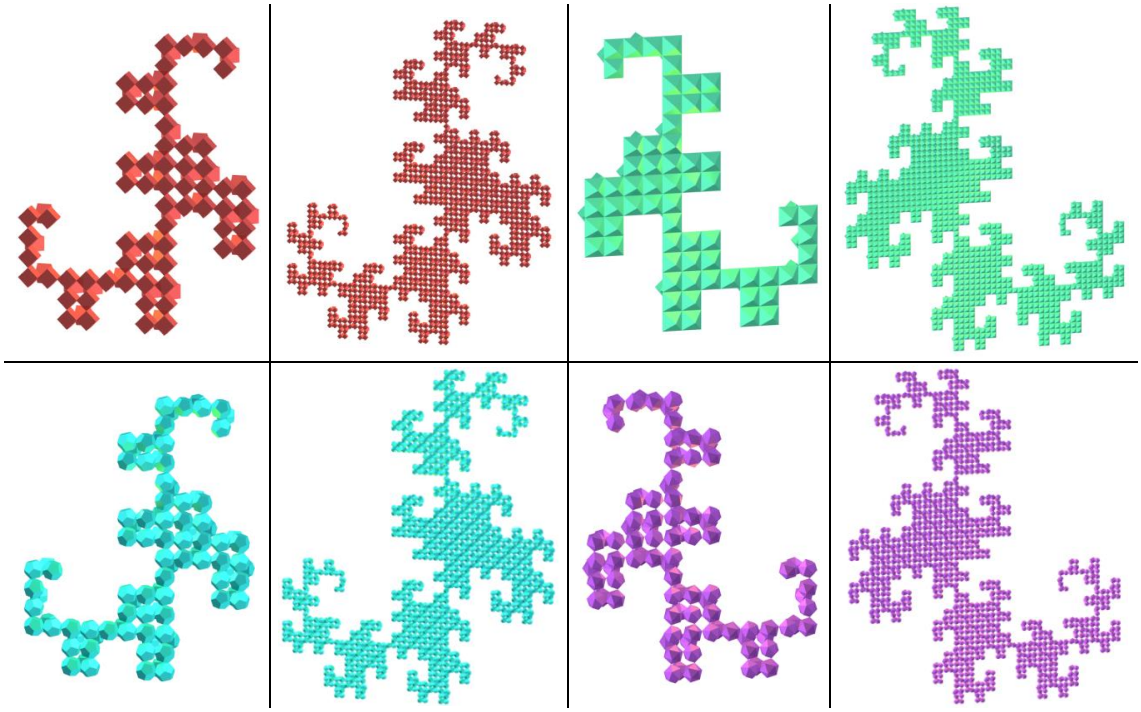
Figura 4 - Fractal do Dragão feito com tetraedros regulares com 3 rotações em cada iteração



Fonte: Autor

A Figura 5 mostra os Fractais de Dragão dos demais poliedros de Platão nas iterações 6 e 10. Neste artigo, a modelagem dos poliedros foi feita usando os próprios sólidos da biblioteca A-Frame (2024), com as estruturas de hierarquias dos códigos de programação em HTML.

Figura 5 - Fractais do dragão feitos com cubos, octaedros, dodecaedros e icosaedros



Fonte: Autor

Os fractais apresentados neste artigo estão disponíveis com recursos de Realidade Virtual e Realidade Aumentada na página:

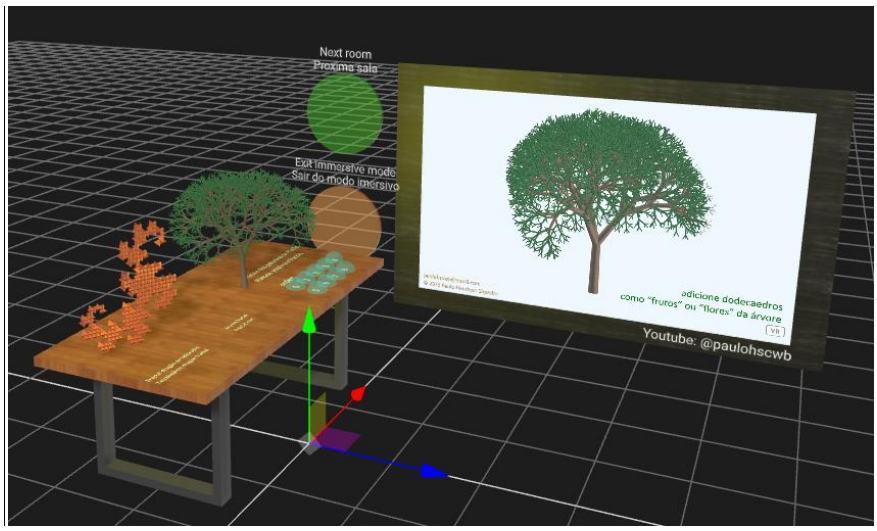
https://paulohscwb.github.io/polyhedra2/fractalplatonic/

3 Salas imersivas com os fractais modelados

Os fractais de poliedros de Platão modelados foram inseridos em uma sala de imersão de Realidade Virtual (RV), que pode ser acessada utilizando qualquer dispositivo com acesso à internet. Mesas de apoio para os poliedros, fotos equiretangulares de fundo e uma tela de projeção com as propriedades de alguns fractais foram inseridas nos ambientes programados. A Figura 6 mostra uma visão geral do ambiente de uma sala virtual com um fractal do dragão e uma árvore fractal, sem a imagem equiretangular de fundo.

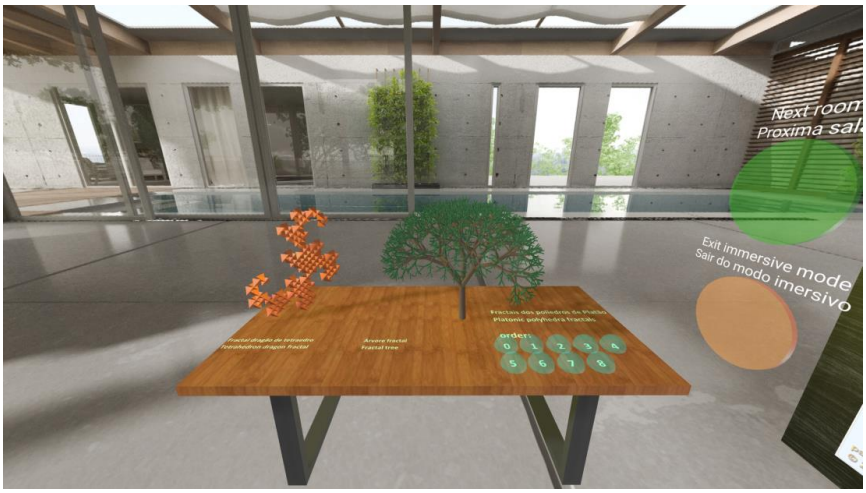
As propriedades de efeitos de gravidade e de sombras do A-Frame foram programadas nas salas virtuais, com o objetivo de melhorar a sensação de imersão. A Figura 7 mostra uma mesa com uma árvore fractal e o fractal do dragão de tetraedros, com a inserção da imagem de fundo em formato equiretangular (Hemul, 2024). A árvore fractal pode ser construída usando o mesmo raciocínio mostrado neste artigo, com as rotações de troncos de cones e a inserção de poliedros que representam os frutos ou flores da árvore.

Figura 6 - Visão geral de uma sala virtual com fractais de poliedros



Fonte: Autor

Figura 7 - Detalhe da sala virtual com a mesa que contém fractais de poliedros

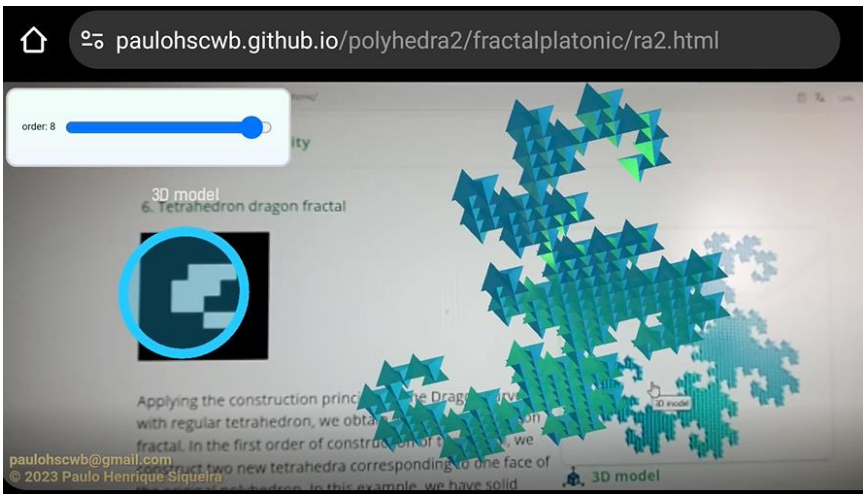


Fonte: Autor

Os modelos dos fractais de poliedros estão apoiados nas mesas, com os rótulos que contém os respectivos nomes em inglês e português de cada fractal. Utilizando controles de óculos imersivos, o clique do *mouse* ou o *touch* do *smartphone* ou do *tablet*, o visitante pode movimentar os poliedros, mudar de sala virtual e sair do ambiente imersivo. Além disso, o visitante pode escolher o número de iterações com os botões inseridos na mesa da sala virtual.

Além das salas virtuais e dos recursos individuais de visualização dos poliedros, a tecnologia de Realidade Aumentada (RA) pode ser usada para visualizar cada fractal de poliedro modelado. A Figura 8 mostra o uso do recurso de RA para visualizar o fractal do dragão de tetraedro apresentado neste artigo. O visitante pode clicar no círculo azul que aparece sobre o marcador para acessar os fractais modelados em RV.

Figura 8 - Visualização do fractal do dragão de tetraedro utilizando o recurso de Realidade Aumentada



Fonte: Autor

4 Conclusões

Este artigo mostra as adaptações e o algoritmo usados para a criação dos fractais de dragão com poliedros de Platão. As extremidades do segmento base de cada iteração, usadas na geração do fractal do dragão de Heighway, devem ser consideradas como centros das rotações dos poliedros de Platão. Desta forma, as construções destes novos fractais são possíveis e podem ser adaptadas para outros poliedros.

Foram criados ambientes *web* para a visualização destes fractais de poliedros, por meio de tecnologias de Realidade Virtual (RV) e Realidade Aumentada (RA). Utilizando-se os marcadores impressos, os visitantes podem visualizar os fractais em RA em qualquer dispositivo com *webcam* e acesso à internet, com *links* para as visualizações em RV.

A modelagem dos fractais de poliedros e a criação das salas virtuais usadas neste trabalho utilizam as estruturas de hierarquias da programação de páginas *web* com *scripts* A-Frame, facilitando a inserção de vários fractais em uma mesma página. O resultado mostra que se trata de uma ferramenta útil para uso em sala de aula, pois permite que os alunos visualizem e manipulem as representações gráficas dos fractais de poliedros em seus dispositivos ou que usem os óculos de RV para imersão completa nas salas virtuais.

Os ambientes programados podem ser explorados em aulas de Geometria, auxiliando na compreensão dos elementos dos fractais e dos poliedros ou simplesmente na visualização de cada sólido modelado. Os elementos que formam os fractais modelados podem ser visualizados em RV e RA, e os visitantes podem movimentar a câmera da cena para encontrarem os melhores pontos de vista dos sólidos, por meio de ferramentas desenvolvidas para o A-Frame para orbitar a câmera em torno dos objetos.

Nos ambientes apresentados neste trabalho, os visitantes acessam a página programada em RA, visualizam os sólidos com seus respectivos marcadores impressos e podem interagir com os fractais de poliedros programados em RV. Nas salas virtuais, os

visitantes podem interagir, movimentar, visualizar e escolher o número de iterações de cada representação de fractal por meio dos controles dos óculos imersivos.

Com o uso do algoritmo e das construções mostradas neste artigo, os visitantes podem explorar os conceitos geométricos dos fractais de poliedros de forma eficiente e dinâmica. As modelagens apresentadas neste artigo podem ser usadas em outros conjuntos de poliedros, tais como poliedros de Arquimedes, Catalan ou não convexos. As sugestões para trabalhos futuros incluem a modelagem de objetos que utilizam outros conjuntos de poliedros, a inserção de ferramentas de gamificação e a programação de outras formas de interações com os visitantes nas salas virtuais.

Referências

A-FRAME. **A-frame documentation of Virtual Reality**. Disponível em: <https://aframe.io/docs/1.3.0/introduction/>. Acesso em: 20 mar. 2024.

BOGAHAWATHTHA, M. *et al.* **Energy absorption and mechanical performance of 3D printed Menger fractal structures**. Engineering Structures, v. 305, p. 1-14, 2024.

BRAVO, A. F., PINTO, G. S. **O impacto da renderização de fractais nos ambientes modernos de hardware**. Revista Interface Tecnológica, v. 20, n. 1, p. 157-169, 2023

CANGAS, D. *et al.* **Using NeoTrie VR for STEM education in virtual reality**. In: Proceedings of 11th International Conference the Future of Education, p. 1-5, 2021.

CHAI, L. K. *et al.* **Fractal cube-induced homogenisation of dual concentration microchannel flow in transitional Re: Lattice Boltzmann modelling**. International Journal of Thermal Sciences, v. 201, p. 1-18, 2024.

DELGADO, T., BHARK, S. J., DONAHUE, J. **Pandemic Teaching: Creating and teaching cell biology labs online during COVID-19**. Biochemistry and Molecular Biology Education, v. 49, n. 1, p. 32-37, 2021.

GARANGER, K., EPPS, J., FERON, E. **Modeling and experimental validation of a fractal tetrahedron UAS assembly**. In: Proceedings of IEEE Aerospace Conference, p. 1-11, 2020.

GROßKOPF, P. **Intersecting the twin dragon with rational lines**. Tese de doutorado, Universidade Técnica de Viena, 2020.

HEMUL. **Imagem equiretangular produzida por Hemul75**. Disponível em: < https://depositphotos.com/photo/360-panorana-of-empty-modern-interior-room-3d-rendering-445536720.html>. Acesso em: 20 mar. 2024.

JACOMELI, J. A. C., SOUZA, F. P. **Conhecimentos geométricos e algébricos do tetraedro fractal 3D**. Colloquium Exactarum, v. 12, n. 3, p. 53-60, 2020.

KAMIYA, Y. **On dragon curves which have two corners just meeting**. Theoretical Computer Science, v. 938, p. 65-80, 2022.

KARAISMAILOGLU, F., YILDIRIM, M. **The effect of 3D modeling performed using Tinkercad or concrete materials in the context of the flipped classroom on pre-service teachers' spatial abilities**. Research in Science & Technological Education, v. 42, n. 1, p. 1-20, 2023.

KOMIKESARI, H. *et al.* **Development of e-module using flip pdf professional on temperature and heat material**. Journal of Physics: Conference Series, v. 1572, n. 1, p. 12-17, 2020.

KOTOV, M. A. *et al.* **Application of 3D Fractal Modeling for Predicting Concrete Strength Characteristics**. AIP Conference Proceedings, v. 2526, n. 1, p. 1-5, 2023.

KUMAR, V. V. *et al.* **Virtual reality in chemical and biochemical engineering education and training**. Education for Chemical Engineers, v. 36, p. 143-153, 2021.

LOREVICE, M. V. *et al.* **Designing 3D fractal morphology of eco-friendly nanocellulose-based composite aerogels for water remediation**. Chemical Engineering Journal, v. 462, p. 142-166, 2023.

MAROUGKAS, A. *et al.* **Virtual reality in education: a review of learning theories, approaches and methodologies for the last decade**. Electronics, v. 12, n. 13, p. 1-21, 2023.

MELINDA, V., WIDJAJA, A. E. **Virtual Reality Applications in Education**. International Transactions on Education Technology, v. 1, n. 1, p. 68-72, 2022.

NUTU, C. S., AXINTE, T. **Fractals. Origins and history**. Journal of Marine Technology and Environment, v. 2, p. 48-51, 2022.

OLUMORIN, C. O., BABALOLA, E. O., AYOOLA, D. A. **Design and development of human excretory system model to teach a biology concept in Ilorin, Nigeria**. Indonesian Journal of Teaching in Science, v. 2, n. 2, p. 107-116, 2022.

PIRKER, J. *et al.* **Virtual reality in computer science education: A systematic review**. In Proceedings of the 26th ACM symposium on virtual reality software and technology, Canada, p. 1-8, 2020.

POTTLE, J. **Virtual reality and the transformation of medical education**. Future healthcare journal, v. 6, n. 3, p. 181-185, 2019.

QUIGLEY, M. T. **Concrete Materials in Primary Classrooms: Teachers' Beliefs and Practices about How and Why They Are Used**. Mathematics Teacher Education and Development, v. 23, n. 2, p. 59-78, 2021.

ROZAL, E. *et al.* **The effect of project-based learning through YouTube presentations on English learning outcomes in physics**. AL-Ishlah: Jurnal Pendidikan, v. 13, n. 3, p. 1924-1933, 2021.

SOLIMAN, M. *et al.* **The application of virtual reality in engineering education**. Applied Sciences, v. 11, n. 6, p. 1-14, 2021.

WANG, J. *et al.* **The Marriage of Sierpiński Triangles and Platonic Polyhedra.** Angewandte Chemie International Edition, v. 62, n. 1, p. 1-9, 2023.