



6º SIPEMAT

Simpósio Internacional de Pesquisa
em Educação Matemática

6º INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON RESEARCH IN MATHEMATICAL EDUCATION
6º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
6º SYMPOSIUM INTERNATIONAL SUR LA RECHERCHE EM ÉDUCTION
MATHÉMATIQUE

23 a 25 de maio de 2024 – CAMPINA GRANDE- PARAÍBA - BRASIL
ISSN xxx-xx-xxxxx-xx-x

EPISÓDIOS DA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NO ESTUDO DE FRAÇÕES.

Amanda de Ataíde Semeghini Puche¹
Paulo Cesar Oliveira²
Nelson Antonio Pirola³

RESUMO

O relato de pesquisa contempla episódios de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada envolvidos com a metodologia ensino, aprendizagem e avaliação através da Resolução de Problemas, na conexão entre a Matemática e Música. A professora responsável pela referida turma estava em condição de estagiária; regularmente matriculada na primeira disciplina de Estágio Supervisionado da Licenciatura em Matemática da UFSCar – campus de Sorocaba. Por ocasião do evento da Feira Científica e Cultural do colégio nos meses de outubro e novembro de 2023, o objeto matemático frações, mais especificamente a construção do significado de equivalência, foi estudado a partir da construção de instrumentos musicais envolvendo materiais manipulativos como papelão. A pesquisa desenvolvida foi de natureza qualitativa e envolveu 13 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, sendo 7 deles neurodivergentes. Dada a singularidade da turma, a produção de informações envolveu registros fotográficos e o conteúdo do diário de campo da professora-estagiária, além de duas autoavaliações espontaneamente produzidas e cedidas por duas alunas especiais. A análise das atividades desses estudantes revelou uma forma alternativa para a aprendizagem de fração, a partir do cálculo da escala musical empregada na relação entre as notas musicais e o comprimento das cordas, assim como nos tubos sonoros.

Palavras-chave: Música. Números racionais. Resolução de Problemas.

¹ Universidade Federal de São Carlos – UFSCar (campus Sorocaba). E-mail: amandapuche@estudante.ufscar.br

² Universidade Federal de São Carlos – UFSCar (campus Sorocaba). E-mail: paulooliveira@ufscar.br

³ Universidade Estadual Paulista – UNESP (campus Bauru). E-mail: nelson.pirola@unesp.br

INTRODUÇÃO

Esse relato enquadra-se na temática da pesquisa em uma sala de aula com foco em “compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes” (BRASIL, 2018, p.301), na relação entre o comprimento de uma corda e o tom musical.

O evento Feira Científica e Cultural promovido anualmente pelo colégio mobilizou a professora-estagiária levar em conta o entorno escolar do 6º ano do Ensino Fundamental, ou seja, uma turma com 13 alunos dos quais 5 estudantes têm laudo de neurodivergência (autismo, transtornos e problemas cognitivos) e 2 casos em processo de emissão de laudos.

A temática “a escola e seu entorno” é parte integrante da primeira disciplina de Estágio Supervisionado na Educação Básica, desenvolvido na Licenciatura em Matemática do *campus* de São Carlos e Sorocaba da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), o qual contempla 4 disciplinas com uma carga horária total de 420 horas (SOUSA; GAMA, 2013).

Outro aspecto revelado no estudo do entorno escolar pela professora-estagiária em relação a essa turma é a influência religiosa no cotidiano dos alunos e seus familiares. Nesse sentido, a música é uma atividade extraescolar frequente para os alunos, devido ao estudo de instrumentos musicais em instituições religiosas.

Essa caracterização do entorno escolar atrelada ao desenvolvimento da noção de equivalência de frações motivou a professora-estagiária, com o consentimento da gestão escolar, promover o estudo desse objeto matemático por meio da construção de instrumentos musicais com o objetivo de estimular a realização de atividades advindas da metodologia de ensino-aprendizagem–avaliação através da Resolução de Problemas.

ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O trabalho com Resolução de Problemas em sala de aula é uma atividade coletiva, construída entre professor e alunos, que compartilham suas ideias de

forma a colaborar com cada integrante na tríade ensino, aprendizagem e avaliação (ALLEVATO, 2014). Nessa perspectiva, um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” e não um exercício no qual o aluno aplica uma fórmula de forma quase mecânica ou alguma técnica operatória (ONUCHIC, 1999, p.215).

Allevato (2014) sugere um conjunto de 9 etapas para a organização do trabalho do professor, em termos metodológicos, em sala de aula, levando em conta que a avaliação perpassa o desenvolvimento do processo ensino aprendizagem: (1) O professor propõe um problema para os estudantes resolverem; (2) Os estudantes são desafiados a utilizar seus conhecimentos prévios; (3) Os estudantes formam pequenos grupos; (4) O professor incentiva os estudantes e realiza a mediação; (5) Os estudantes resolvem o problema; (6) As soluções dos estudantes são apresentadas a todos; (7) Realiza-se uma plenária discutindo as resoluções desenvolvidas; (8) Busca-se um consenso dos processos de resolução dos estudantes e (9) O professor formaliza o conteúdo matemático.

PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

A pesquisa de natureza qualitativa, caracterizou-se por um estudo naturalista ou de campo em função da mediação da professora-estagiária com seus alunos no decorrer do desenvolvimento das tarefas propostas (NACARATO et al, 2005).

O conteúdo das informações produzidas no contexto de Estágio Supervisionado, teve como ponto de partida a construção de uma tarefa denominada problema gerador (ALLEVATO, 2014).

O conteúdo do problema gerador envolveu a conexão entre matemática e música. Para estimular o interesse dos alunos pela matemática por meio de uma abordagem lúdica e visual, foi apresentado o vídeo "Donald no País da Matemágica" disponível gratuitamente na íntegra no site https://www.youtube.com/watch?v=66l6MBQgcRg&ab_channel=Matem%C3%A1tica360o.

O propósito da apresentação do vídeo foi estimular um debate coletivo com os alunos sobre as proporções das notas musicais representadas por meio de

frações. Mais especificamente, houve um episódio no vídeo no qual o personagem Pitágoras explicou para o pato Donald sobre a descoberta das relações matemáticas nas cordas vibrantes. Ele destacou que, ao dividir uma corda em frações simples, como $1/2$, $2/3$, $3/4$, entre outras, é possível criar diferentes notas musicais.

No desenho, Pitágoras mostrou como dividir uma corda pela metade resulta na mesma nota em um tom uma oitava acima. Ele também explorou outras relações, como a quinta ($2/3$) e a quarta ($3/4$). O debate com os estudantes sobre o conteúdo do vídeo também permitiu abordar a diferença entre instrumentos musicais, que conseguem produzir a mesma nota musical com timbres diferentes.

Com a proximidade da Feira Científica e Cultural promovida pela escola no fim do ano letivo de 2023, houve o engajamento entre os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e a professora-estagiária na proposta do problema gerador: analisar os diferentes timbres baseados na escala musical de Pitágoras, representada por frações, a partir da construção de instrumentos musicais.

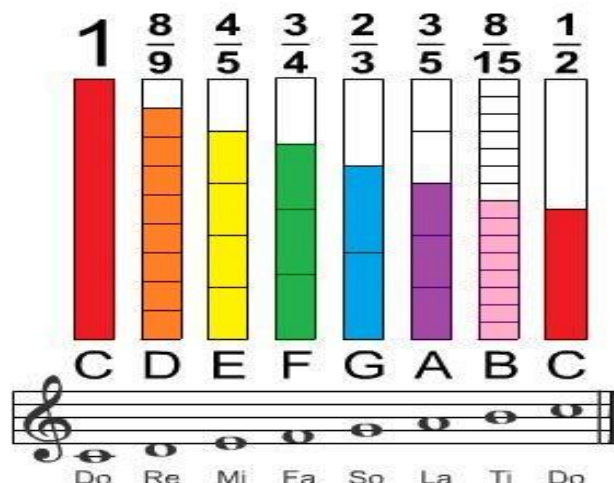
Para a resolução desse problema gerador, apresentamos inicialmente, o relato da construção coletiva do Xilofone e dos Tubos sonoros. Na sequência, apresentamos os resultados da análise dos timbres em cada instrumento, levando em conta uma mesma nota musical.

A análise da produção de informações foi feita a partir de regi

CONSTRUÇÃO DO XILOFONE

Para a confecção do Xilofone caseiro de papelão, buscamos modelos no aplicativo Pinterest, conforme conteúdo da figura 1:

Figura 1: Escala musical de Pitágoras



Fonte: <https://pin.it/44sFIWF41>

A sequência de cores coincide comparativamente com a frequência das notas musicais; a cor vermelha é emitida em frequência mais baixa assim como o Dó é a mais baixa das notas. Conforme a frequência da cor aumenta, também aumenta a altura da nota que é representada por ela. Dessa forma, as cores e os sons trazem uma percepção sinestésica das frações, associadas às notas musicais.

As frações originais, por apresentarem alguns valores de numeradores e denominadores relativamente altos, sofreram adaptações por via de simplificação. As notas Mi, Lá e Si são representadas, respectivamente, pelas frações $\frac{64}{81}$, $\frac{16}{27}$ e $\frac{128}{243}$, que já estão em sua forma irredutível. Adaptando para $\frac{64}{80}$, $\frac{15}{25}$ e $\frac{128}{240}$, é possível simplificar e obter as frações equivalentes $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{8}{15}$. Dessa forma, torna-se mais acessível para o estudo de um aluno de 6º ano do Ensino Fundamental.

A construção do instrumento musical de cordas de nylon, com a configuração de um Xilofone caseiro de papelão, baseado nas frações das notas de uma oitava da escala de Pitágoras, envolveu as etapas descritas no quadro 1:

Quadro 1: etapas da produção do Xilofone caseiro

Material	Procedimento
Papelão	O papelão foi cortado em retângulos de medida 20 cm x 25 cm para criar a base do xilofone, e colados sobrepostos até oferecer resistência e uma espessura suficiente para a fixação dos parafusos (aproximadamente 5 folhas de papelão grossas foram necessárias).

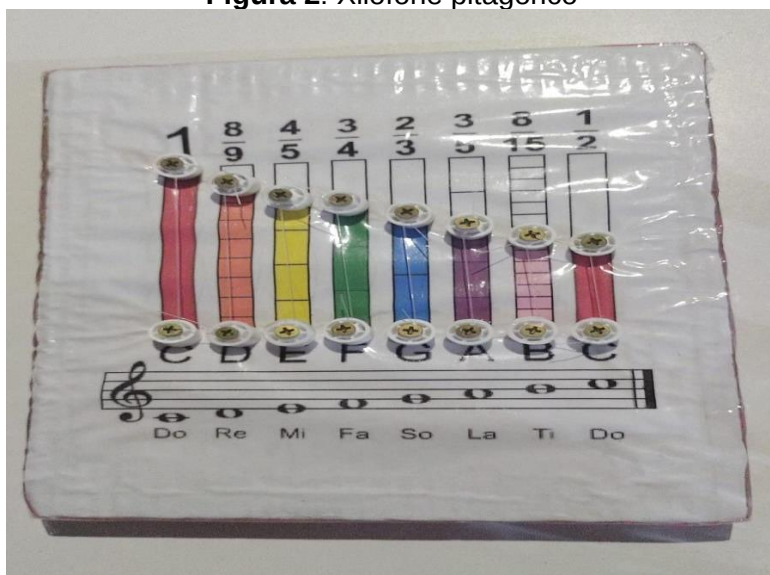
Papel contact, buchas e parafusos	Uma folha de atividades sem as cores (figura 1) foi pintada pelos alunos e colada na base de papelão, sendo posteriormente encapada com papel contact para proteção. Utilizando uma chave Phillips, os parafusos com as buchas de plástico foram posicionados nos pontos marcados em cada barra de papelão, um na altura da fração correspondente e outro na base da barra.
Fios de Nylon:	Os fios de nylon foram cortados para serem presos nos parafusos. Foi amarrado um extremo de cada fio nos pregos de cada extremidade da barra correspondente. Utilizando a chave Phillips para girar os parafusos a fim de tensionar as cordas, e afinando com o auxílio do aplicativo para celular GStrings, foram ajustadas as tensões de cada fio para obter as relações de frequência corretas entre as notas, efetuando assim a afinação do instrumento.

Fonte: arquivo pessoal da pesquisa

Com a mediação da professora-estagiária, atrelada ao fato de ser uma turma com poucos alunos, todos puderam participar da construção do instrumento em alguma etapa, desde recortar e colar até o processo de afinação.

Por esse motivo, foram escolhidos materiais simples, acessíveis e de fácil manuseio para a confecção do Xilofone pitagórico, conforme conteúdo da figura 2:

Figura 2: Xilofone pitagórico



Fonte: arquivo pessoal da pesquisa

Considerando o mesmo princípio da escala musical de Pitágoras, construímos outro instrumento denominado de Tubos sonoros.

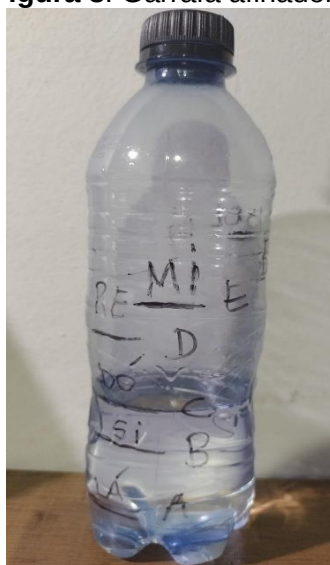
TUBOS SONOROS

Na confecção desse instrumento musical, selecionamos e higienizamos 8 garrafas PET idênticas de 600 ml, além de mais uma para servir de afinador. Esta

etapa finalizamos a partir do material que os próprios alunos levaram para a sala de aula, com o objetivo de reproduzir as notas musicais da escala pitagórica. As garrafas de plástico, com diferentes níveis de água, podem produzir diferentes alturas de som ao serem assopradas da forma correta em seu interior.

Iniciamos o processo de confecção do instrumento musical, fazendo as marcações, com o auxílio do aplicativo GStrings, da altura de água necessária para produzir cada nota musical na garrafa afinadora, conforme figura 3:

Figura 3: Garrafa afinadora



Fonte: arquivo pessoal da pesquisa

Passamos para a etapa de preparação das 8 garrafas: enquanto um aluno assoprava a garrafa afinadora em determinada nota musical, outro tentava ajustar a quantidade de água para produzir o mesmo som. Esse procedimento foi repetido para as outras garrafas, ajustando a quantidade de água de acordo com a relação de frequência desejada na escala pitagórica. Cada garrafa ficou com um nível de água para representar uma nota musical diferente.

Para facilitar a visualização e identificação de cada garrafa com a respectiva nota musical, o conteúdo de água em cada uma delas foi pintada com tinta guache com as mesmas cores utilizadas no Xilofone de caixa de papelão.

Os alunos ficaram inseguros por tentar afinar o instrumento com base apenas na audição do som reproduzido em outra garrafa. Coletivamente foi decidido verificar se acertaram a afinação com o aplicativo GStrings, já que estavam familiarizados durante a afinação da confecção do Xilofone. No processo de validação da afinação realizada, foi necessário adicionar ou remover pequenas

Figura 4: Tubos sonoros

A row of nine plastic bottles filled with liquids of different colors (blue, purple, pink, red, orange, yellow, green, teal, and light blue) and labeled with musical notes (SOL, FA, MI, DO, RE, MI, FA, SOL, LA) to represent musical notes. The bottles are arranged in a line on a red surface against a white brick wall. The liquid levels in the bottles vary, creating different heights of liquid columns. The labels are handwritten in blue ink on the front of each bottle. The first bottle is labeled 'SOL', the second 'FA', the third 'MI', the fourth 'DO', the fifth 'RE', the sixth 'MI', the seventh 'FA', the eighth 'SOL', and the ninth 'LA'. The liquid colors transition from blue on the left to light blue on the right.

Fonte: arquivo pessoal da pesquisa

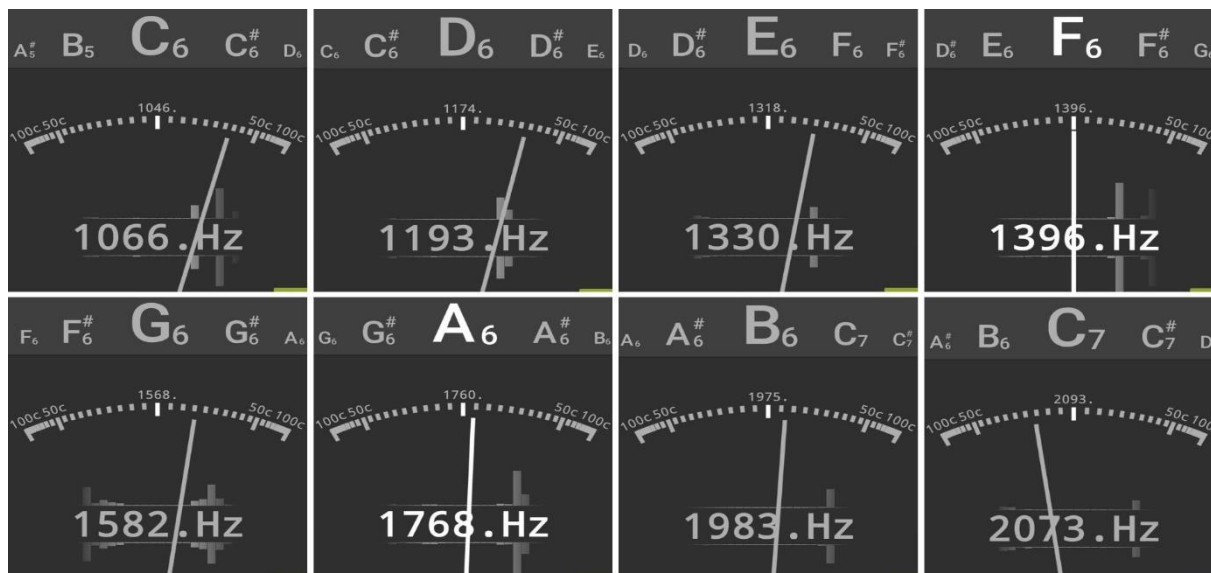
RESULTADOS E DISCUSSÃO

Afinar os instrumentos foi a ideia capital da resolução desse problema gerador. A utilização do aplicativo gStrings útil para afinar som de instrumentos musicais com cordas, permitiu gerar informações que foram analisadas em plenária

para o veredicto da solução do problema, ou seja, uma mesma nota pode ter diferentes timbres em diferentes instrumentos musicais.

A figura 6 contemplou um conjunto de notas musicais com as respectivas frequências:

Figura 5: Informações geradas no gStrings



Fonte: <https://gstrings.softonic.com.br/android>

Analisando as informações no aplicativo, os alunos perceberam que todas as notas tinham um número 6 ao lado, e a última nota é igual a primeira, porém com o número 7 na sequência. Aproveitando, a professora-estagiária explicou que esse número representa a oitava que estava a escala, por isso quando chegou na oitava nota, aumentou uma unidade, entrando assim na próxima sequência de notas uma oitava acima.

Um dos alunos, que tocava teclado na igreja, perguntou se eram as mesmas oitavas do piano. Então foi sugerido que ele tentasse trazer o teclado na aula seguinte para mostrar para os colegas. Infelizmente a família não autorizou que o instrumento fosse levado para a escola, então o aluno tirou as fotos e, a partir delas, foi mostrado a todos como é a sequência de repetição das oitavas no teclado.

Quando os alunos utilizaram o afinador novamente para verificar se as notas das garrafas (Tubos sonoros) que eles afinaram estavam corretas, apenas alguns pequenos ajustes na quantidade de água precisaram ser feitos.

Uma aluna confessou que não conseguia perceber que era a mesma nota sendo produzida pelo Xilofone e pela garrafa (Tubo sonoro). Em plenária, foi

abordado que o timbre está relacionado com a natureza do instrumento, da mesma forma que cada pessoa tem uma voz diferente, mesmo cantando no mesmo tom.

Durante a realização da tarefa proposta, os estudantes neurodivergentes participaram de forma ativa com o objeto matemático, em sua essência abstrato, especialmente no que diz respeito à construção dos instrumentos musicais e à exploração das relações matemáticas na música.

Em relação à construção dos instrumentos, os estudantes se envolveram ativamente na manipulação de materiais, na medição e no corte de papelão para o Xilofone, além do ajuste da quantidade de água nas garrafas para os Tubos sonoros. Essa participação prática permitiu-lhes aplicar conceitos matemáticos, como frações e proporções que representa, as notas musicais, de forma tangível e concreta, pela via da exploração sensorial. Mais especificamente, os alunos neurodivergentes bem como os demais, puderam observar as diferenças de som produzidas por diferentes frações de cordas no Xilofone e comparar as alturas de som geradas por diferentes níveis de água nas garrafas dos Tubos sonoros.

Em relação à exploração das relações matemáticas na música, os estudantes neurodivergentes colaboraram efetivamente com seus colegas, participando de discussões em grupo, compartilhando observações e buscando soluções em conjunto. Essa interação social proporcionou-lhes oportunidades de praticar habilidades de comunicação e trabalho em equipe, ao mesmo tempo em que consolidava seu entendimento dos conceitos matemáticos abordados.

Apesar dos desafios específicos enfrentados durante a atividade por alguns estudantes, principalmente os neurodivergentes, como dificuldades de coordenação motora ou de concentração, eles apresentaram uma notável capacidade de adaptação e superação.

Essa análise destaca a importância de abordagens metodológicas de ensino e aprendizagem inclusivas, que reconheçam e valorizem a diversidade de habilidades e estilos de aprendizagem dos alunos, garantindo assim uma educação acessível e enriquecedora para todos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção do Xilofone de cordas e dos Tubos sonoros baseados na escala musical de Pitágoras proporcionou uma experiência lúdica e prática pela via sensorial, promovendo a interação de todos os alunos, permitindo-lhes explorar diretamente a relação entre frações, comprimentos de cordas e alturas de notas musicais.

A utilização de materiais simples e acessíveis para a confecção dos instrumentos musicais proporcionou uma abordagem pedagógica pautada em estímulos provenientes do processo de experimentação na afinação dos instrumentos sonoros, com o propósito do estudo das frações. Ao construir o Xilofone, os alunos puderam explorar conceitos como frações, proporções e razão, percebendo como diferentes frações de cordas resultam em notas musicais de alturas distintas. A experiência na construção do Xilofone permitiu uma compreensão mais profunda de conceitos como frações equivalentes ao perceberem como diferentes frações da corda estabelece uma relação com a altura da nota musical produzida.

Da mesma forma, a construção dos Tubos sonoros permitiu aos alunos explorar conceitos matemáticos relacionados à acústica e à física do som. Ao ajustarem a quantidade de água em cada garrafa para produzir diferentes notas musicais, os alunos realizaram medidas e cálculos de proporções para perceber a relação entre frações e frequências sonoras.

Como é frequente o fato dos estudantes neurodivergentes apresentarem situações de fracasso escolar quando só é exigido a produção escrita das suas atividades matemáticas, há necessidade de diversificar o processo avaliativo da aprendizagem, o que demanda adequar as práticas pedagógicas convencionais.

Nesse relato de pesquisa, fontes documentais como registros fotográficos e o conteúdo do diário de campo da professora-estagiária foram relevantes na avaliação na noção de equivalência de frações, já a resolução da tarefa proposta exigiu a construção e manuseio de materiais manipulativos sonoros. No entanto, buscamos estimular a produção de registros escritos inclusive dos alunos neurodivergentes, como instrumento de autoavaliação na aquisição de habilidades matemáticas específicas.

Uma aluna com laudo de autismo nomeada por “A” outra com laudo de Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade (TDAH) nomeada por “B”, se

propuseram espontaneamente escrever seus relatos sobre essa atividade, sobre os quais recortamos fragmento envolvendo a percepção da aprendizagem de fração.

A aluna “A” possui desenvoltura na linguagem materna, sem erros ortográficos, porém com defasagens em conhecimentos prévios de matemática: “eu tive bastante dificuldade com fração, mas eu gosto muito de música, então consegui entender melhor pela tabela musical. Tipo, cada nota é formada por uma fração e isso faz diferença na melodia. Eu achei a fração parecida com um afinador de violão na tabela musical”.

Já a aluna “B” apresenta dificuldades de coesão e ortografia no uso da linguagem materna escrita, porém, as crises de ansiedade, principalmente em relação às avaliações escritas, atrapalham significativamente seu desempenho escolar: “A escala musical é fração, quando a escala musical foi criada por Pitágoras, ele pegou uma linha e foi dividindo ela, e percebeu que cada parte tinha um som diferente, e isso que ele fez é fração básica. [...] Meu favorito foi o nas garrafas, que a gente pôs água nas garrafas na fração certa de cada uma, e quando você assopra sai o som de cada nota”.

De forma sucinta ilustramos dois depoimentos que contém indícios da necessidade de adequarmos o processo ensino aprendizagem em prol da diversidade escolar dos alunos de uma mesma turma de Ensino Fundamental.

Relatamos a utilização da concepção de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas, enfatizando o que foi desenvolvido nas suas diversas etapas, por meio da oralidade e do registro fotográfico, como formas de representação da avaliação contínua no desenvolvimento de habilidades no estudo de frações.

Pontualmente através da sinestesia de cores e sons, foram identificadas frações equivalentes (mesma nota musical em duas escalas diferentes), comparação de frações (som mais grave está associado à fração de maior valor e som mais agudo associado à fração de menor valor) e a relação parte-todo.

Ao construírem os instrumentos musicais, os alunos puderam experimentar sensorialmente como a matemática está intrinsecamente ligada à música, uma forma de arte que muitas vezes é considerada puramente emocional e subjetiva.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **Vidya**, Santa Maria, v.34, n.1, p. 209-232, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

DONALD no País da Matemática: Pitágoras e a Música. Disney. 2013. (5m44s). Disponível em:
https://www.youtube.com/watch?v=66l6MBQgcRg&ab_channel=Matem%C3%A1tica360o. Acesso em: 27 fev. 2024.

NACARATO, A.M. *et al.* Modalidades de pesquisas em educação matemática: um mapeamento de estudos qualitativos do GT-19 da Anped. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 28., 2005, Caxambu. **Anais...** 19p. Caxambu, 2005. Disponível em: <http://docplayer.com.br/8989953-Modalidades-de-pesquisas-em-educacao-matematicaum-mapeamento-de-estudos-qualitativos.html> . Acesso em: 27 fev. 2024.

ONUICHIC, L.R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M.A.V. (org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectiva**. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999, p.199-220.
GAMA, R. P.; SOUSA, M. C. Elementos estruturantes que podem promover a construção do estágio compartilhado na Licenciatura em Matemática. In: LOPES, C. E.; TRALDI, A.; FERREIRA, A. C. (org.). **O Estágio na formação inicial do professor que ensina matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015, p. 11-42.

SOUSA, M. C.; GAMA, R. P. Construindo o conceito de estágio compartilhado na escola e na universidade: práticas, desafios e perspectivas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: SBEM, 2013. 7p.