



6º SIPEMAT

Simpósio Internacional de Pesquisa
em Educação Matemática

6º INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON RESEARCH IN MATHEMATICAL EDUCATION

6º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

6º SYMPOSIUM INTERNATIONAL SUR LA RECHERCHE EN ÉDUCTION
MATHÉMATIQUE

23 a 25 de maio de 2024 – CAMPINA GRANDE- PARAÍBA - BRASIL

ISSN xxx-xx-xxxxx-xx-x

SIGNIFICADOS COLETIVOS DO CONCEITO DE ÁREA EM UMA FORMAÇÃO DOCENTE

Ayandara Pozzi de Moraes Campos¹
Andressa de Oliveira Faria Lorenzutti²
Maria Auxiliadora Vilela Paiva³

RESUMO

O artigo retrata parte de uma formação docente que privilegiou a investigação do conceito de área para o ensino. Essa formação foi realizada por integrantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo e corresponde ao estudo piloto de uma pesquisa de doutorado na linha de formação de professor, do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo. A proposta dessa formação que se apresenta baseou-se na perspectiva da Matemática para o Ensino e da Matemática Problematizada. Com base nas vivências da formação e reflexões oriundas da análise dos dados à luz dos referenciais teórico-metodológicos considerados, atém-se a abordar, neste texto, o processo de produção de significados coletivos do conceito de área para o ensino, desenvolvido com base na compreensão coletiva ante os significados individuais compartilhados, que corresponde à ênfase *Realizations* da metodologia Concept Study. Como conclusão, verificou-se indícios de potencialidades ao contemplar Situações de Formação que mobilizem a exploração, de modo coletivo, dos significados individuais do conceito matemático em investigação.

Palavras-chave: Formação de professor. Matemática para o Ensino. Matemática Problematizada. Concept Study. Conceito de área.

¹ Doutoranda do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Educimat/Ifes. E-mail: ayandara.campos@gmail.com.

² Doutoranda do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Educimat/Ifes. E-mail: lorenzutti.andressa@gmail.com.

³ Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo -Educimat/Ifes. E-mail: vilelapaiva@gmail.com.

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta vivências de uma formação docente relativa à investigação do conceito de área para o ensino. Essa formação, por meio da metodologia Concept Study, embasou-se na perspectiva da Matemática para o Ensino (DAVIS; RENERT, 2014) e da Matemática Problematizada (GIRALDO; ROQUE, 2021) e enfatizou os saberes dos participantes.

A formação foi implementada como parte de um conjunto de ações de extensão denominada “Oficinas de formação docente: O conceito de área para o ensino”. Corresponde a um estudo piloto que consiste em produto/processo educacional de pesquisa de doutorado na linha de formação de professor, do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo - Educimat/Ifes, e também se articula a ações desenvolvidas pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo - Gepem-ES.

O Gepem-ES apresenta-se como um espaço que propicia acesso a conhecimentos, oportunidade de estudos teóricos e empíricos e discussões relativas a saberes para o ensino. Por meio de ações que articulam ensino, pesquisa e extensão, o grupo, durante seus 15 anos de existência, tem contribuído para a Educação Matemática nas linhas de pesquisa de formação de professor e prática pedagógica. Para o desenvolvimento de seus estudos e pesquisas, tem firmado diversas parcerias. Essa ação ocorreu por meio de parceria com as Secretarias de Educação das Prefeituras Municipais de Cariacica e de Vila Velha e da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Espírito Santo (SBEM-ES), que, com apoio, colaboraram na divulgação da formação.

Nesse texto, apresentamos os referenciais teórico-metodológicos do estudo, descrevemos sinteticamente a organização da formação e abordamos parte da formação que corresponde à ênfase *Realizations*, da metodologia Concept Study, que traduzimos por Significados.

FUNDAMENTOS TEÓRICO-MEODOLÓGICOS

Baseadas no questionamento – “Que saberes são necessários para o professor ensinar?” –, diversas pesquisas, desde a década de 1970, vêm sendo realizadas, cujas respostas a essa pergunta são reflexo da forma como os pesquisadores compreendem a especificidade dos saberes que embasam a docência em seus estudos. No caso dos estudos desenvolvidos por Ball, Thames e Phelps (2008), verificamos contribuições, por exemplo, ao advertirem a existência de uma diferenciação entre o conhecimento de matemática dos professores e o conhecimento de matemática demandado por outras áreas e ao questionarem que o conhecimento da matemática para o ensino vai além do domínio da matemática formalizada. Porém, como pontuamos, a resposta ao questionamento relativo aos saberes necessários para o professor corresponde à concepção dos saberes da docência, tal como Davis e Renert (2014, p. 4), que, apesar de consonantes com alguns dos aspectos abordados por pesquisadores como Ball e seus colaboradores, consideram que o domínio do conhecimento para o ensino na área de matemática “[...] é muito mais do que um conjunto de conceitos prontamente catalogado ou objetivamente testado”. Esses pesquisadores indicam que o saber para o ensino não deve ser entendido como um corpo estático de conhecimento, mas que acontece na prática, envolvendo a abordagem interpretativa e aspectos explícitos e tácitos.

Alinhados às contribuições de Davis e colaboradores, no que se refere à especificidade do conhecimento para o ensino, adotamos a Matemática para o Ensino, perspectiva por eles proposta, que se caracteriza como

[...] uma disposição aberta em relação ao conhecimento matemático que permite ao professor estruturar situações de aprendizagem, interpretar as ações dos alunos com atenção e responder de forma flexível, de modo a permitir que os alunos ampliem seus entendimentos e expandam o leque de suas possibilidades interpretativas por meio do acesso a conexões poderosas e a práticas apropriadas [...] Os professores devem ter uma compreensão profunda da matemática emergente (DAVIS; RENERT; 2014, p. 117).

Para Davis e seus colaboradores, os saberes para o ensino constituem-se na existência e na indissociabilidade da matemática estabelecida, matemática

objetificada (*objectified mathematics*) e conteúdo curricular (*curriculum content*), e na matemática produzida, na interpretação coletiva (*collective interpretation*) e no entendimento subjetivo (*subjective understanding*), evidenciando a relação entre a matemática estabelecida da categoria mais estável e a matemática produzida da categoria mais dinâmica. Considerando essa constituição para o desenvolvimento da Matemática para o Ensino, eles propõem o Concept Study, “[...] uma metodologia participativa por meio da qual professores interrogam e elaboram sua matemática” (DAVIS; RENERT, 2014, p. 35).

Baseados nos estudos de Davis e seus colaboradores, buscamos desenvolver nossas pesquisas e formações, adotando uma perspectiva de complementaridade. Assim, com a noção de “transcender e incluir”, neste texto, de modo mais específico, priorizamos apresentar a relação de coemergência e produtividade interdependente dos saberes “individual e coletivo” e “explícito e tácito”, abordados nos pressupostos do Concept Study:

Saber individual e saber coletivo não podem ser dicotomizados; possibilidades coletivas se envolvem e se desdobram em entendimentos individuais; Matemática para o Ensino (M4T) é muito vasto e muito volátil para ser considerado em termos de domínio por qualquer indivíduo. Pelo contrário, é simultaneamente um *fenômeno individual e coletivo*; No âmbito individual, entendimentos de conceitos matemáticos e concepções de matemática são emergentes; No âmbito coletivo social, o conhecimento de matemática dos professores é *amplamente tácito, mas elementos críticos* desse conhecimento *podem ser questionados em grupo*; No âmbito cultural, professores são participantes vitais na criação da matemática, principalmente por meio da seleção e da ênfase preferencial dada a interpretações particulares (DAVIS; RENERT, 2014, p. 33, grifo nosso).

Segundo Davis e Renert (2014), existe uma diversidade de noções que são adotadas pelos professores que, muitas vezes, ainda não são conscientes e sistematizadas. Nessa linha, há o saber explícito que corresponde ao conhecimento que se encontra codificado, por isso mais facilmente compartilhado; e há o saber tácito, por não estar estruturado formalmente e ser altamente pessoal, é difícil de simbolizar. Desse modo, a formação desenvolvida por meio do coletivo envolvido na investigação de um conceito matemático, como no processo que apresentaremos, possibilita que saberes tácitos sejam explorados.

Considerando a Matemática para o Ensino e o fato de que “os professores têm saberes próprios e necessários à profissão, saberes que emergem, na maioria das vezes, da experiência e da prática docente” (PAIVA, 2023, p. 8), verificamos a proeminência de uma aproximação dessa perspectiva com a Matemática Problematizada, visto que ambas buscam possibilitar e relativizar entendimentos, sendo as construções matemáticas mais do que um meio para “alcançar” a matemática formal. E, como afirmam Giraldo e Roque (2021),

[...] defenderemos um projeto político de formação de professores que ensinam matemática orientado para tensionar e desestabilizar os processos por meio dos quais se coproduzem essas formas de ensinar a disciplina e as visões comuns que reduzem a matemática à dimensão da lógica e da certeza e que desconsideram formas outras de aprender, de saber e de produzir sentidos e saberes (GIRALDO; ROQUE, 2021, p. 9).

Em consonância com a Matemática Problematizada, buscamos desenvolver nossa pesquisa, conforme propõem Giraldo e Roque (2021, p. 21), e reivindicamos “deslocamentos nos sentidos de ‘erro’ e ‘não-entendimento’ como graduações do conhecimento, situando-os como possibilidades de lançar outros entendimentos que produzem, na incompletude e no inacabamento, as ordens da (re)invenção”, que expressamos em nossas pesquisas como possibilidade de ampliação dos significados atribuídos ao conceito matemático em investigação.

No que diz respeito à abordagem do conceito de área como grandeza, consideramos as contribuições de Douady e Perrin-Glorian (1989), que retratam, com relação ao conceito de área, três quadros a distinguir:

Quadro geométrico: constituído por superfícies planas. Quadro numérico: consistindo nas medidas da área das superfícies, que pertencem ao conjunto dos números reais não negativos. Quadro das grandezas: contexto próprio da noção de área, que integra os dois primeiros e é caracterizado formalmente como classes de equivalência de superfícies de mesma área [...] (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 28).

Acrescendo a esses, Bellemain e Lima (2002) propõem o quadro algébrico funcional e indicam que, com os quadros numérico, geométrico e das grandezas,

[...] pode-se analisar as situações nas quais a noção de área é tomada enquanto grandeza unidimensional. Entretanto, a área é também uma grandeza bidimensional com relação ao comprimento,

e no momento em que a relação entre estas duas grandezas geométricas é enfocada de forma mais direta, é preciso incluir entre os elementos de base o comprimento que, como a área, é um objeto do quadro das grandezas. Além disso, a inclusão das relações entre área e comprimento conduz a considerar também o quadro algébrico funcional ao qual pertencem as fórmulas que expressam a área, em função de comprimentos relativos às figuras geométricas (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 21).

Além desses quadros, para tratarmos de situações possíveis em torno do conceito de área, baseamo-nos na classificação de situações que dão sentido ao conceito de área: comparação, medição e produção (BALTAR, 1996) e conversão de unidade (FERREIRA, 2010, 2018).

Consideramos, portanto, que os quatro quadros (geométrico, numérico, das grandezas e algébrico funcional) e as situações descritas, podem subsidiar a organização de práticas, pois propiciam que diversos aspectos relevantes ao conceito de área sejam contemplados na educação básica.

A FORMAÇÃO DOCENTE VIVENCIADA

A formação foi implementada por meio de um conjunto de ações de extensão que se efetivou na forma de oficinas. Estas, com quatro horas de duração cada uma, ocorreram nos dias 16, 23 e 30 de setembro de 2023, no Ifes *campus* Vitória. Participaram dessas ações 17 professores que ensinam matemática em escolas da Grande Vitória, um licenciando em Matemática e oito integrantes do Gepem-ES (um licenciando, um mestrando, quatro doutorandas, dois professores do Ifes).

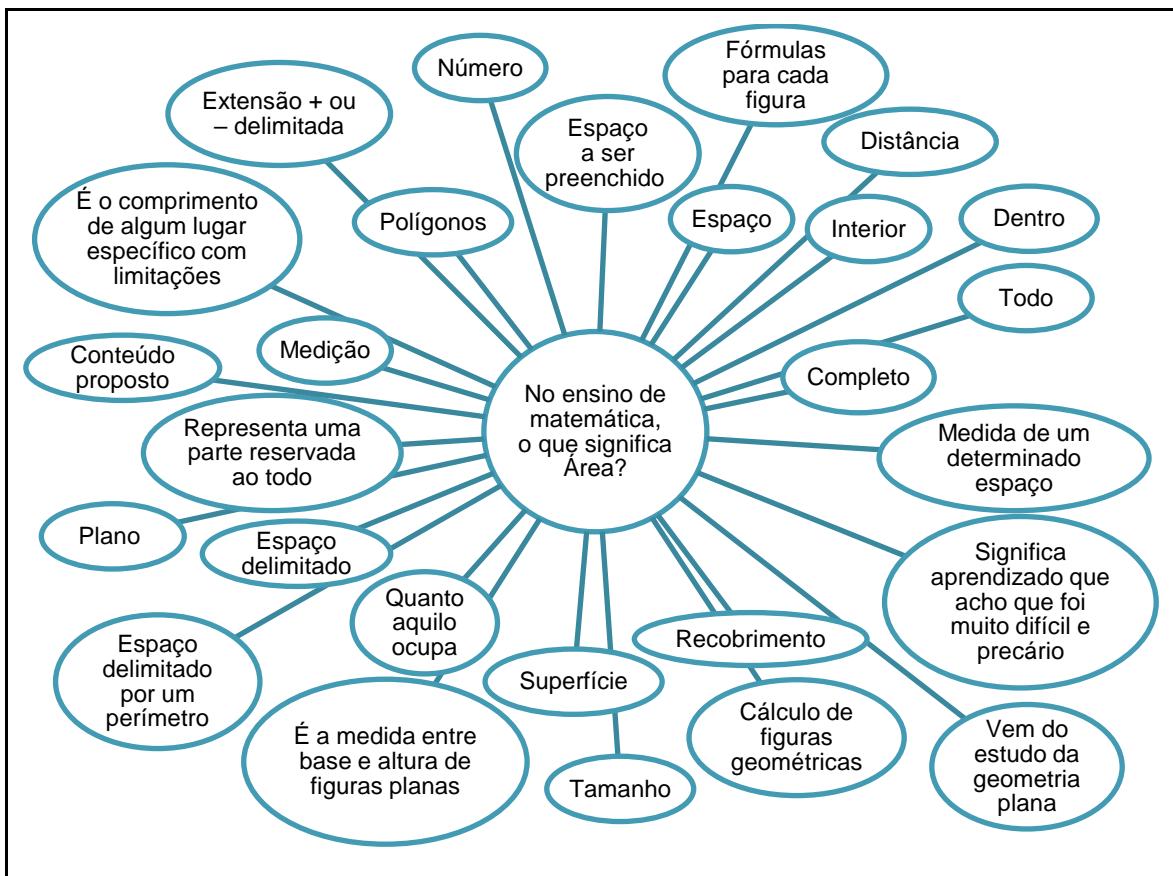
A proposta de cada oficina de formação docente foi estruturada em três momentos: “Roda de Conversa”, “Situações de Formação” e “Avaliação da Formação”, adotando os referenciais teórico-metodológicos citados.

Ante a questão disparadora – “No ensino de matemática, o que significa Área? –, pedimos aos participantes que registrassem, de forma individual, seus pontos de vista. Salientamos que os registros que fariam com base nos significados atribuídos por eles corresponderiam a suas compreensões individuais do conceito em investigação. Esses significados seriam explorados sem o intuito de apontar

quais seriam os significados corretos ou incorretos, mas como meio de proporcionar a compreensão coletiva ante os significados individuais.

A seguir, na Figura 1, apresentamos um diagrama com os registros que foram compartilhados pelos participantes da formação.

Figura 1 – Significados individuais compartilhados



Fonte: Dados da pesquisa

Para explorar a compreensão do coletivo em relação aos significados individuais que foram compartilhados, o ponto de partida foi a tomada dos registros “Conteúdo proposto” e “Significa aprendizado que acho que foi muito difícil e precário”. Partindo destes, discutimos sobre a presença do conceito de área ao longo da educação básica. Como o grupo era composto por participantes em atuação e com experiência em níveis diversos de ensino, esse momento foi de suma importância para o início de trocas de experiências, envolvendo possibilidades relativas ao conceito de área que podem ser exploradas desde a educação infantil até o ensino médio e os impasses relativos a seu ensino.

Ao considerarmos a perspectiva da Matemática Problematizada que “nos provoca a pensar naquilo comumente rotulado de ‘erro’ como potência de criação, e nas manifestações comumente identificadas por ‘não-entendimento’ como possibilidade de lançar de outros entendimentos” (GIRALDO, ROQUE, 2021, p. 18), discutimos sobre os impasses que podem ocorrer ao ser ensinado o conceito de área e ao modo como os participantes lidavam com tais situações. Para isso, tomamos o registro “Vem do estudo da geometria plana” e buscamos tratar sobre o conceito de área em outros campos da matemática, como Grandezas e Medidas e a Álgebra, proporcionando a discussão sobre impasses relativos às fórmulas do cálculo de área por parte dos estudantes. Surgiu ainda, conexões do conceito de área com outros tópicos da matemática a emergência de uma nova exposição, “área desmatada”, que mobilizou a discussão de outras possibilidades para o ensino do conceito de área por meio de conexões externas à matemática, neste caso, discutimos a presença do conceito de área nos componentes curriculares Ciências e Geografia.

Com base nas contribuições de Douady e Perrin-Gorian (1989) e Bellemain e Lima (2002), demos continuidade à exploração dos significados, tomando os registros “Espaço a ser preenchido; Espaço; Interior; Dentro; Todo; Completo; Representa uma parte reservada ao todo; Espaço delimitado; Superfície; Polígonos; Plano; Extensão + ou – delimitada”, por meio dos quais discutimos as noções de grandeza e superfície.

Outro tópico discutido que é amplamente apontado na literatura diz respeito aos conceitos de comprimento e perímetro e à relação e dissociação destes com o conceito de área (BELLEMAIN; LIMA, 2002; CLEMENTS, STEPHAN, 2004; FERREIRA, 2018; BRAGA, 2019; CAMPOS, 2021). Essa discussão foi propiciada por meio dos registros “É o comprimento de algum lugar específico com limitações; Espaço delimitado por um perímetro; Distância”.

Além dos momentos presenciais, criamos um grupo de WhatsApp para interação. No dia seguinte à primeira oficina, uma das participantes enviou uma questão de avaliação externa que estava aplicando. Citamos essa vivência, pois identificamos, nessa discussão, impasse relativo aos conceitos de área e perímetro que deram continuação às discussões iniciadas presencialmente:

Figura 2 – Questão compartilhada por participante

Observe a figura desenhada na malha quadriculada. O lado de cada quadradinho da malha equivale a 1 cm.



Qual o perímetro dessa figura?

Professora G: Preciso da ajuda dos universitários. Qual é o perímetro dessa figura? Não é 21 não?

Professora N: Pra mim deu 22.

Professora W: Por que você pensou no 21?

Professora G: Contei os quadradinhos. Na verdade, acho que contei a área.

Professora T: 22 para mim também.

Professora V: Isso... 1cm... 1x1=1 Tecnicamente seria 21... logo, os quadrados pintados dariam... 21x1=21... e não 22?

Professora A: Vamos lembrar o conceito: O perímetro é a medida do contorno de um objeto [...], ou seja, a soma de todos os lados de uma figura geométrica [...].

Fonte: Dados da pesquisa

Nessa unidade de dado para além do âmbito da formação, observamos que o grupo se envolveu em discutir demandas de modo simultâneo a sua ocorrência na prática, deste modo saberes relativos à dissociação desses conceitos foram (re)estruturados concomitantemente a sua adoção, evidenciando o aspecto denominado (re)estruturação (*substructuring*), que corresponde ao processo em que “professores reelaboram conceitos matemáticos, às vezes radicalmente, enquanto continuam a utilizá-los, quase que sem interrupção, no ensino” (DAVIS; RENERT, 2014, p. 43).

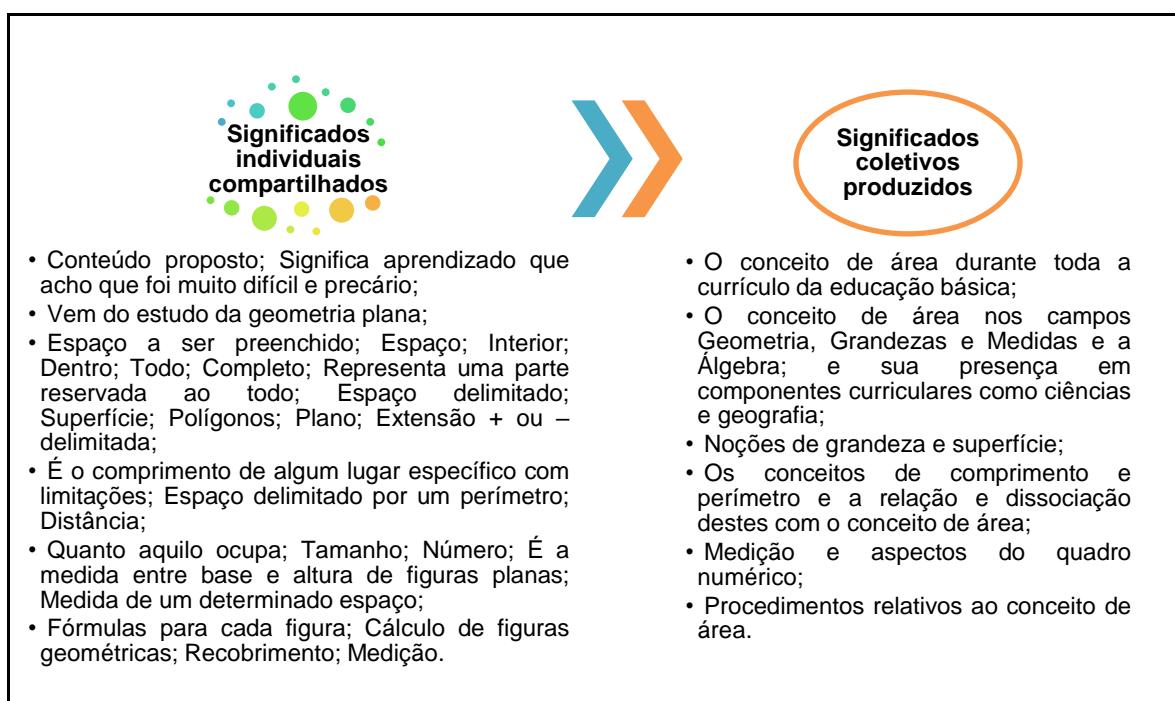
Estudos relativos às grandezas geométricas advertem que ainda livros didáticos têm dado ênfase a aspectos numéricos (CUNHA, FERREIRA, COSTA, 2023; ARAÚJO, 2023), e, em virtude de o livro didático ser um dos principais recursos que subsidiam práticas, acontece que situações relativas ao cálculo de área e a conversão de unidades de medida sejam amplamente adotadas no processo de ensino.

Os registros “Quanto aquilo ocupa; Tamanho; Número; É a medida entre base e altura de figuras planas; Medida de um determinado espaço” evidenciaram a ampla referência ao conceito de área associado ao quadro numérico, apesar desses registros, durante a discussão a partir das colocações “Fórmulas para cada

figura; Cálculo de figuras geométricas; Recobrimento; Medição”, os participantes demonstraram reconhecer diversos procedimentos relativos ao conceito que podem e devem ser abordados ao longo da educação básica. Além disso, no decorrer das oficinas, ao realizarmos outras Situações de Formação, identificamos que foram explorados aspectos para além do objetivo de obter uma medida.

A seguir, apresentamos um diagrama com o fluxo dos significados, por meio do qual buscamos representar uma síntese do envolvimento e do desdobramento dos significados individuais e coletivos.

Figura 3 – Fluxo dos significados



Fonte: Dados da pesquisa

Conforme propõem Davis e seus colaboradores, por meio de um Concept Study, pretendemos expor “[...] os professores a entendimentos mais sutis e elaborações da matemática existente. O objetivo não é criar nova matemática formal, uma tarefa que exigiria validação de critério muito diferente” (DAVIS; RENERT, 2014, p. 126). Assim, ao adotarmos essa metodologia e nos alinharmos à perspectiva da Matemática para o ensino e da Matemática Problematizada, buscamos desenvolver formação em que os participantes pudessem explorar os significados individuais, proporcionando uma produção coletiva referente ao conceito de área para o ensino.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Abordamos, neste texto, o processo de produção de significados coletivos do conceito de área para o ensino com base na questão – “No ensino de matemática, o que significa Área?” –, desenvolvido em uma formação docente.

Esse processo proporcionou verificar indícios de potencialidades da proposta de formação docente. A diversidade de aspectos contemplados na formação (o conceito de área ao longo de todo currículo da educação básica; articulações com diversos tópicos da matemática; conexões com outros componentes curriculares; e possibilidades e impasses relativos ao ensino do conceito de área, discutidos e refletidos durante a produção coletiva de significados) trouxe evidências de proposições de nossa pesquisa, que visa contribuir para o estudo na linha de formação de professor, por meio de uma proposta de formação docente que possibilite a (re)estruturação de saberes relativos ao conceito de área para o ensino.

Por fim, em consonância com apontamentos de Lorenzutti (2019, p. 107), “defendemos a aprendizagem como construção social e as modificações possíveis nas interações de outros sujeitos”, salientamos que os significados coletivos produzidos não se caracterizam como um corpo de conhecimento finalizado, visto que outras Situações de Formação foram desenvolvidas nas oficinas seguintes e não discutidas neste texto. Assim, consideramos que outras vivências poderão proporcionar o surgimento e refinamento dos significados atribuídos.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. C. **Imbricações entre os campos conceituais da geometria e das grandezas e medidas no ensino e na aprendizagem da área de paralelogramos.** 2023. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, Turquia, v. 59, n. 5, 2008.
- BALTAR, P. M. **À propôs de l'apprentissage du concept d'aire.** Petit x, Grenoble – França, v. 43, p. 43-68, 1996.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Natal: SBHMata, 2002.

BRAGA, L. **Os conceitos de perímetro e área em um curso de pedagogia e a mobilização de conhecimentos profissionais**. 2019. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019.

CAMPOS, A. P. M. **Concept study na formação de professores que ensinam matemática**: um estudo colaborativo do conceito de área para o ensino. 2021. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação do Espírito Santo, Vitória, 2021.

CLEMENTS, D. H.; STEPHAN, M. Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. **Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education**, p. 299-317, 2004.

CUNHA, D. M.; FERREIRA, J. L.; COSTA, A. P. A abordagem das grandezas e medidas em uma coleção de livros didáticos de matemática no ensino fundamental. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 8, n. 2, p. 1-24, 2023.

DAVIS, B.; RENERT, M. **The math teachers know**: Profound understanding of emergent mathematics. Routledge, 2014.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. Un processus d'apprentissage du concept d'aire. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, v. 20, n.4, 1989.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2010. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FERREIRA, L. F. D. **Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental**: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. 2018. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

GIRALDO, V.; ROQUE, T. Por uma matemática problematizada: as ordens de (re) invenção. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-21, 2021.

LORENZUTTI, A. O. F. **Formação continuada de professores dos anos iniciais**: um estudo coletivo do conceito de proporcionalidade. 2019. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.

PAIVA, M. A. V (org.). **Matemática para o ensino na formação de professores**. Edifes, 2023.