



6º SIPEMAT

Simpósio Internacional de Pesquisa
em Educação Matemática

6º INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON RESEARCH IN MATHEMATICAL EDUCATION
6º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
6º SYMPOSIUM INTERNATIONAL SUR LA RECHERCHE EM ÉDUCTION
MATHÉMATIQUE

23 a 25 de maio de 2024 – CAMPINA GRANDE - PARAÍBA - BRASIL

ISSN xxx-xx-xxxxx-xx-x

DA FORMA À IDEIA: GEOMETRIA E ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

José Nilson Coelho de Sousa¹

Jhony Luiz Oliveira Jordão²

Josivania Feitosa Soares³

Raquel Rita de Macedo⁴

RESUMO

Este trabalho é resultado de discussões que acontecem no Programa de Extensão intitulado *O desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental* da Universidade de Pernambuco, Campus Petrolina. Para tal, teve-se por questão de pesquisa: “De que maneira é possível desenvolver o Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental de forma dinâmica a partir de materiais manipuláveis associados à Geometria?” e como objetivo geral: Elaborar uma sequência didática a partir de materiais manipuláveis disponibilizados pelos Laboratórios de Ensino de Matemática (LEM) da Rede Municipal de Educação de Petrolina (PE) e os objetivos específicos de elencar habilidades da BNCC de diferentes unidades temáticas que podem contribuir com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e identificar os recursos didáticos e materiais manipuláveis presentes nos laboratórios de Matemática da Rede Municipal de Petrolina, Pernambuco. A pesquisa aqui realizada foi de natureza básica, com propósito exploratório, abordagem qualitativa e de caráter bibliográfico. Como resultado, apresentou-se a sequência didática, dirigida a estudantes dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Generalização. Geometria. História em Quadrinhos. Laboratório de Ensino de Matemática.

¹ Universidade de Pernambuco – UPE, Campus Petrolina. E-mail: josenilsonsousajns@gmail.com

² Universidade de Pernambuco – UPE, Campus Petrolina. E-mail: jhonyoliveir@outlook.com

³ Universidade de Pernambuco – UPE, Campus Petrolina. E-mail: joice96@gmail.com

⁴ Universidade de Pernambuco – UPE, Campus Petrolina. E-mail: raquelrita0506@gmail.com

INTRODUÇÃO

Este trabalho é resultado de discussões realizadas no Programa de Extensão intitulado *O desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental*, cujo objetivo é desenvolver e vivenciar propostas didáticas voltadas aos processos de ensino e de aprendizagem de saberes algébricos. Após algumas reuniões do Programa de Extensão e apontamentos de professores das escolas da Rede Municipal de Petrolina, Pernambuco, sobre a existência de materiais didáticos nos laboratórios que não são usufruídos como esperado em sala de aula, percebeu-se a necessidade de elaborar atividades voltadas à utilização dos materiais disponíveis na rede de ensino.

Para nortear este estudo, surge a seguinte questão de pesquisa: *De que maneira é possível desenvolver o Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental de forma dinâmica a partir de materiais manipuláveis associados à Geometria?* Diante disso, objetivou-se elaborar uma sequência didática a partir de materiais manipuláveis disponibilizados pelos Laboratórios de Ensino de Matemática (LEM) da Rede Municipal de Educação de Petrolina (PE). Sendo assim, os objetivos específicos foram: elencar habilidades da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2017) de diferentes unidades temáticas que podem contribuir com o desenvolvimento do Pensamento Algébrico (PA) e identificar os recursos didáticos e materiais manipuláveis presentes nos laboratórios de Matemática da Rede Municipal de Petrolina, Pernambuco.

Para tanto, a expectativa é que a proposta elaborada possa contribuir para amenizar as dificuldades encontradas no ensino inicial dos conhecimentos algébricos e proporcione reflexões que favoreçam o ensino desse saber. O presente trabalho está organizado em seis seções, quais sejam: Introdução; O LEM no Desenvolvimento dos Saberes Matemáticos; O Ensino de Álgebra; Metodologia; Resultados e Considerações Finais.

O LEM NO DESENVOLVIMENTO DOS SABERES MATEMÁTICOS

A BNCC supõe que aprender Matemática está intimamente voltado à compreensão dos significados dos objetos matemáticos, isto é, resulta das relações estabelecidas entre os estudantes, objetos, seu cotidiano e os diferentes saberes matemáticos. Visto isso, segundo a BNCC, a utilização de recursos didáticos como

malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (Brasil, 2017, p. 276).

Dessa forma, o uso de materiais manipuláveis, a título de exemplo, os sólidos geométricos, geoplano e malha quadriculada, podem estimular a atenção das crianças ao abordar os saberes matemáticos voltados para o campo da Álgebra no início da Educação Básica, uma vez que o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, requer que os estudantes compreendam padrões e regularidades. Nesse viés, muitos professores ressaltam a importância do Laboratório de Ensino de Matemática, principalmente por permitir a manipulação dos materiais didáticos pelos estudantes. Para Maria Montessori, em 1909, a brincadeira era uma forma de aprendizagem social, que valoriza o lúdico como instrumento de desenvolvimento da criança (Braga, 2016). E, para Piaget (1998), é necessária a união da ludicidade e da educação para promover a efetivação da aprendizagem escolar.

Ainda, nesse sentido, Vygotsky (1989) afirmava que a brincadeira proporciona para a criança um ambiente de desenvolvimento, do ponto em que a criança se encontra para a sua evolução. Mais recentemente, Lorenzato (2009) reforçou que o ensino da Matemática “se apresenta com necessidades especiais e o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) pode e deve prover a escola para atender essas necessidades” (Lorenzato, 2009, p. 6). Em síntese, o LEM pode ser considerado um ambiente destinado ao desenvolvimento de cenários, que despertem a investigação de situações pedagógicas. Segundo Lorenzato (2009), o LEM é

uma sala ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensamento matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender (p. 7).

Por conseguinte, Dallabona e Mendes (2004) enfatizaram que a ludicidade proporciona um amplo progresso no processo de aprendizagem. A descoberta e a criatividade permitem que as crianças se expressem, analisem, critiquem e mudem a realidade, isto é, quando bem desenvolvida, a ludicidade, no processo de ensino, colabora para se obter uma melhor educação e formação crítica dos estudantes.

O ENSINO DE ÁLGEBRA

Consoante a Base Nacional Comum Curricular, a Unidade Temática Álgebra tem como propósito o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, ou seja, a capacidade de resolver problemas de maneira abstrata utilizando situações de Matemática estruturada em técnicas algébricas. A recomendação é que esses saberes sejam trabalhados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (EF) abordando “ideias de regularidades, generalizações de padrões e propriedades da igualdade” (Brasil, 2017, p. 270).

Usiskin (1994) identificou quatro concepções vinculadas à Álgebra. São elas: *aritmética generalizada*; *estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*; *estudo de relações entre grandezas* e *estudo das estruturas*. Apesar de estarem classificadas em concepções distintas, todas convergem para a generalização de propriedades ou ideias matemáticas; no entanto, essas concepções se distinguem no uso da variável. No que concerne à concepção *aritmética generalizada*, percebe-se a variável a partir de padrões de operações aritméticas com números, generalizando-as em termos algébricos a partir do uso de símbolos, por exemplo.

No que diz respeito ao ensino de Álgebra nos primeiros anos do EF, a BNCC recomenda usar modelos matemáticos para entender, representar e analisar relações quantitativas de grandezas. Para isso, é importante que os

estudantes identifiquem padrões e regularidades ao lidar com as operações matemáticas, tanto em situações formais quanto informais, utilizando símbolos conhecidos ou desconhecidos (Brasil, 2017).

Na perspectiva da Álgebra como uma extensão da aritmética, que não pode limitar-se a essa ideia, observa-se que o desenvolvimento do Pensamento Algébrico está vinculado ao modo como os estudantes generalizam conceitos matemáticos a partir de situações específicas (Blanton; Kaput, 2005). Esses autores ressaltaram que o reconhecimento da generalização pode iniciar de forma verbal, por meio da exposição e argumentação das ideias, progredindo, gradualmente, para formas mais estruturadas ao longo do percurso educativo. Com isso, a expectativa é ampliar os conhecimentos prévios em Aritmética, adquiridos ao longo da jornada escolar e social do indivíduo, reforçando o sentido e aperfeiçoando a conceitualização dos estudantes, tanto em relação aos saberes aritméticos, quanto algébricos.

Dessa forma, é possível que os estudantes usem o PA de maneira intuitiva, apresentando as ideias de generalização por meio de diversas formas, comunicando regularidades e padrões, sem a necessidade imediata de utilizar letras ou outros símbolos. Por conseguinte, espera-se que a abordagem, nesses termos, encoraje uma compreensão orgânica dos princípios algébricos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

METODOLOGIA

A presente pesquisa teve como objetivo a elaboração de uma sequência didática a partir de materiais manipuláveis disponibilizados pelos LEMs da Rede Municipal de Educação de Petrolina (PE), que, muitas vezes, trata-se de laboratórios multidisciplinares, dado que os professores apontam que os materiais disponíveis acabam não sendo utilizados devido à escassez de formação que os capacitem nessa direção.

Quanto à natureza, trata-se de uma pesquisa básica. Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 51), esse tipo de investigação “objetiva gerar conhecimentos novos úteis para o avanço da ciência sem aplicação prática prevista”. E, ainda, do

ponto de vista de seus objetivos, tem-se um estudo exploratório, sobretudo porque se encontra em fase inicial e tem como propósito dar luz ao tema ora analisado. A abordagem aqui adotada se caracteriza como qualitativa, dado que, segundo Deslandes *et al.* (2002), o estudo enfoca um nível de realidade que não cabe ser quantificado, trabalhando com diversos significados, motivações e valores. O tipo de procedimento aqui adotado foi de caráter bibliográfico, já que os estudos foram realizados a partir de levantamentos na literatura. Para Gil (2002), este tipo de pesquisa é desenvolvida por meio de materiais já disponibilizados no meio acadêmico a partir de investigações científicas.

Após uma análise dos materiais disponibilizados, das habilidades e objetos de conhecimento da BNCC voltados à Unidade Temática Álgebra nos anos iniciais do EF, deu-se início à construção da sequência didática a partir do estudo de propriedades dos sólidos geométricos. A opção pela Geometria decorre da preocupação recorrente no Programa de Extensão *O desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental* com a integração entre distintos objetos de conhecimento, especialmente na exploração de outras unidades temáticas e, inclusive, alcançando áreas de conhecimento diversas.

As sequências didáticas, segundo Zabala (1998), têm como características o ordenamento das atividades propostas, a identificação e estruturação das fases, a escolha dos recursos didáticos, a intencionalidade na articulação dos objetos de conhecimento e relações, que se estabelecem entre os conteúdos. Desse modo, a partir desse entendimento, a proposta elaborada foi organizada em cinco etapas; cada uma das etapas será descrita na seção seguinte - Resultados - e está voltada para estudantes dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

RESULTADOS

A sequência didática intitulada *Da forma à ideia: o desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental mediante saberes geométricos* vai ao encontro do que é proposto por Lorenzato (2009) quanto ao uso de recursos do LEM. Nessa perspectiva, propõe situações que exploram os padrões,

regularidades e propriedades explorando o kit de sólidos geométricos, que as escolas, frequentemente, possuem.

A proposta é favorecer a investigação e a construção do pensamento matemático, aproximando os estudantes do entendimento dos atributos desses sólidos. Além disso, alinha-se com Dallabona e Mendes (2004), quando elencam a ludicidade como fator preponderante para o progresso da aprendizagem. Ademais, as atividades tentam incitar que os estudantes desenvolvam a generalização por meio da exposição e argumentação das ideias ao longo dos itens, assim como proposto por Blanton e Kaput (2005). Também explora a concepção *aritmética generalizada* proposta por Usiskin (1994), conforme situações abordadas nas Etapas 3 e 4.

O fato é que, após a vivência, os estudantes sejam capazes de desenvolverem as seguintes habilidades: reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades (EF04MA12); associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais (EF04MA17).

Ademais, as situações propostas contemplam como objetos do conhecimento o estudo de sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao serem divididos por um mesmo número natural diferente de zero e as figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características. Para isso, são necessários recursos como o kit de sólidos geométricos; Folhas de Atividades 1, 2 e 3; tesoura sem ponta e cola de papel.

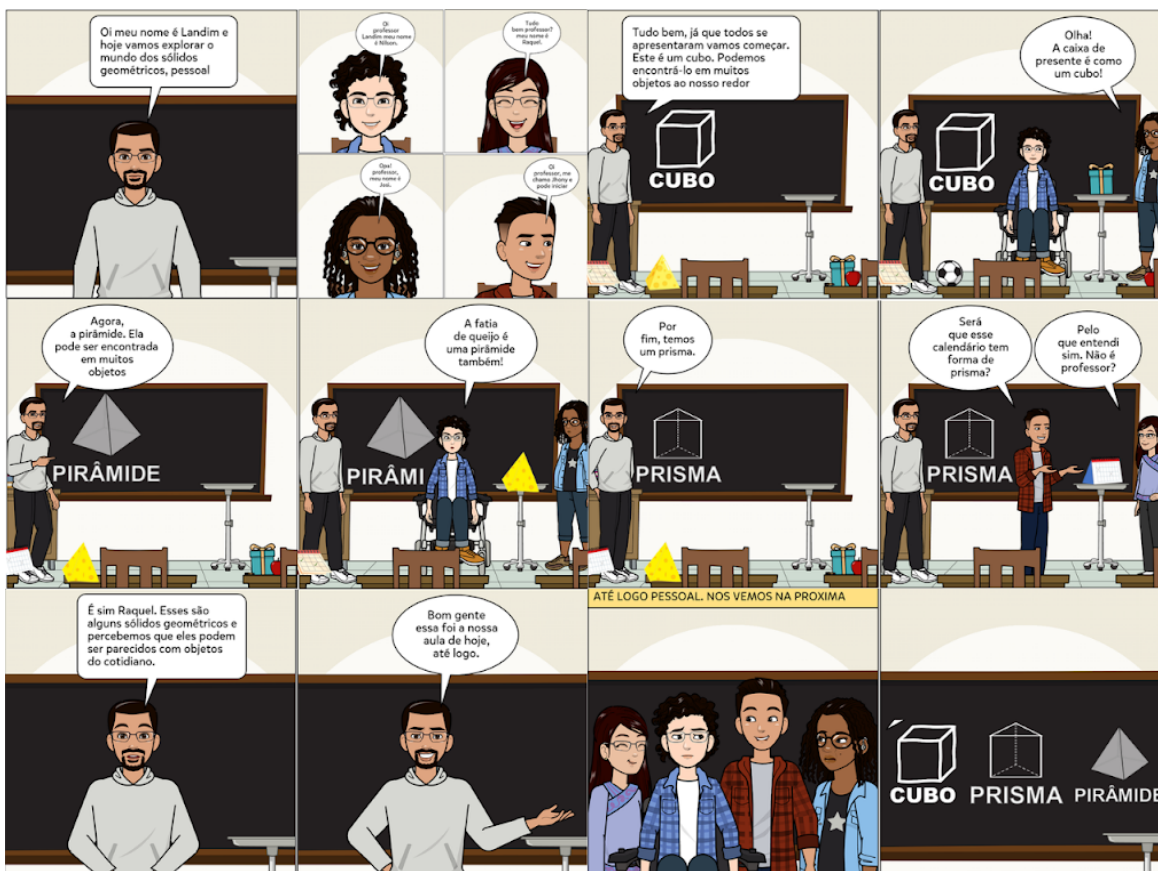
Em consonância com os documentos curriculares (Brasil, 2017), a proposta está voltada para estudantes dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental e a estimativa é que sejam necessárias cerca de 6 horas-aula para a sua execução, o que, certamente, poderá ser modificado conforme as adequações necessárias a cada contexto. A sugestão é que, nas Etapas 1 a 3, os estudantes desenvolvam as tarefas de forma individual; já na Etapa 4, recomenda-se que a turma seja organizada em grupos com 4 ou 5 estudantes.

A seguir, são apresentadas as tarefas correspondentes a cada uma das etapas da sequência didática aqui tratada:

1ª etapa: Histórias em Quadrinhos (HQ) - Formas e Sólidos Geométricos.

A história em quadrinhos *Conhecendo alguns dos sólidos na aula de Matemática* foi elaborada no Programa de Extensão *O desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental* por meio da plataforma *Pixton* que permite escolher personagens, cenários e adicionar balões de conversas para compor uma história de forma fácil. Com isso, o propósito foi contextualizar a temática a ser abordada, com a associação a objetos do dia a dia que possuem formato similar aos sólidos geométricos, de modo a suscitar a curiosidade e tornar adequada a sua apresentação para os estudantes da faixa etária de 9 a 10 anos.

Figura 1. História em Quadrinhos



Fonte: Acervo dos Autores

2ª etapa: Planificações de Prismas e Pirâmides.

Nesta etapa, após a apresentação dos sólidos a partir da HQ, busca-se relacionar e diferenciar as características dos sólidos em suas representações espaciais e planas. Com a abordagem da habilidade EF04MA17, a Atividade 1 pauta-se no reconhecimento e nomeação dos sólidos de forma indireta, na transição entre as representações planas e espaciais e na exploração das planificações de prismas e pirâmides a partir de suas características elementares. Ademais, solicita que expressem as estratégias utilizadas ou características gerais, que permitam identificar a resposta em busca da determinação das regularidades.

As Folhas de Atividades estão disponíveis para acesso no link a seguir.

[Link - Folhas de Atividades 1, 2 e 3](#)

3ª etapa: Sequências com os Sólidos Geométricos.

Esta etapa busca estabelecer uma correspondência entre as sequências e os números de termos, abordando casos em que os termos que deixam o mesmo resto sobre a quantidade de elementos da unidade de repetição são expressos pelo mesmo sólido, conforme a habilidade EF04MA12. Além disso, para traçar estratégias de generalização e descobrir qualquer termo das sequências. A Atividade 2 apresenta os itens com as sequências formadas por sólidos geométricos.

4ª etapa: Constatação de Padrões e Regularidade nos Sólidos Geométricos.

Nesta etapa, busca-se estimular a formulação, validação e generalização de hipóteses sobre as relações entre o número de faces, vértices e arestas dos sólidos geométricos regulares, em concordância com a habilidade EF04MA17, a partir da Atividade 3. O processo de observação da ação dos estudantes organizados em grupos (de 4 a 5 estudantes) estimula a elaboração e a testagem de hipóteses de forma colaborativa, com teste, falsificação ou aceitação.

Nesse sentido, os questionamentos apresentados pelo professor devem ser mobilizadores visando à generalização dos aspectos observados na identificação de diferentes padrões e regularidades nos prismas e pirâmides, como a relação de Euler ($V + F = A + 2$), que não cabe ser apresentada precocemente ou formalizada nessa etapa escolar. Pelo contrário, a recomendação é que todas as observações, relações, propriedades ou argumentos dos estudantes enriqueçam as discussões na sala de aula a partir da experimentação.

5ª etapa: Sistematização, Socialização das Atividades e Avaliação.

Na última etapa, que ocupa um lugar importante no processo de aprendizagem, é sugerido que o professor reserve um momento para a socialização das atividades, retomando as situações em que apresentaram maiores dificuldades e refletindo sobre os principais comentários levantados pelos estudantes no decorrer das tarefas.

A avaliação consiste em um processo fluido que busca identificar o desenvolvimento dos estudantes em todo o processo de trabalho da proposta em sala de aula, de modo que o estudante seja avaliado perante sua participação, contribuição e evolução na construção do conhecimento. Nesse sentido, é importante que o professor analise os objetivos e habilidades pretendidas na sequência didática, registrando as tarefas e etapas que considera bem sucedidas e aquelas que necessitam de reformulações. Além disso, é importante que outras tarefas explorando contextos variados sejam trabalhadas com os estudantes, sobretudo avançados nas dificuldades observadas.

A expectativa é que, após a vivência da sequência didática, os estudantes sejam capazes de analisar os problemas para identificar padrões e regularidades em sequências formadas por termos que se repetem, assim como generalizar os atributos de sólidos geométricos, especialmente prismas e pirâmides, reconhecendo características de seus elementos constituintes, como bases, faces laterais e identificação do número de faces, vértices e arestas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho propôs-se a investigar de que maneira é possível desenvolver o Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental de forma dinâmica a partir de materiais manipuláveis associados à Geometria. Para isso, seu objetivo geral foi elaborar uma sequência didática a partir de materiais manipuláveis disponibilizados pelos Laboratórios de Ensino de Matemática da Rede Municipal de Educação de Petrolina (PE).

Nesta pesquisa, de natureza básica, analisaram-se habilidades da BNCC das Unidades Temáticas Álgebra e Geometria que norteassem o desenvolvimento do PA nos anos iniciais do EF. Além disso, foram identificados os kits de sólidos geométricos como recursos didáticos e materiais manipuláveis presentes nos LEMs e a partir disso, percebeu-se que a partir da manipulação desses materiais, seria possível desenvolver uma sequência didática que pudesse contribuir para identificação de padrões e generalização de regularidades.

Em um contexto geral de elaboração da sequência didática, os objetivos estipulados foram alcançados, considerando a proposição que os integrantes do Programa de Extensão *O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental*, enquanto estudantes de licenciatura, foram desafiados a elaborar recursos didáticos e metodológicos voltados à Unidade Temática Álgebra. Além disso, ao propor a sequência didática, a principal dificuldade decorreu das tentativas em incitar o PA em consonância com Unidade Temática Geometria. E, como proposta para trabalhos futuros, propõe-se a vivência da sequência didática em sala de aula e a análise qualitativa dos seus desdobramentos em relação à aprendizagem dos estudantes.

REFERÊNCIAS

BLANTON, M.; KAPUT, J.. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-443, 2005.

BRAGA, L.. **Maria Montessori e a Ludicidade na Educação Infantil**. Monografia Especialização em Educação Inclusiva. A Vez do Mestre: Faculdades Integradas, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

DALLABONA, R.; MENDES, S.. O lúdico na educação infantil: jogar, brincar, uma forma de educar. **Revista de divulgação técnico-científica do ICPG**, v. 1, n. 4, p. 107-112, 2004.

DESLANDES, S.; GOMES, R.; MINAYO, M.; NETO, O.. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. 21. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2002.

GIL, A. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

LORENZATO, S.. **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. 1. ed. Campinas - SP: Editora Autores Associados, 2006. v. 1. 186p

PIAGET, J.. **A formação do símbolo: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

PRODANOV, C.; FREITAS, E.. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo - RS: Feevale, 2013.

USISKIN, Z.. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis**. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. P. (org.). **As ideias da álgebra**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

VYGOTSKY, L.. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

ZABALA, A.. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.