



6° SIPEMAT

Simpósio Internacional de Pesquisa
em Educação Matemática

6° INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON RESEARCH IN MATHEMATICAL EDUCATION
6° SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
6° SYMPOSIUM INTERNATIONAL SUR LA RECHERCHE EM ÉDUCTION
MATHÉMATIQUE

23 a 25 de maio de 2024 – CAMPINA GRANDE- PARAÍBA - BRASIL
ISSN xxx-xx-xxxxx-xx-x

PROPOSTA INTEGRADA ENTRE ÁLGEBRA LINEAR E MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Monica Karrer¹
Rafael Dias Fávero²
Israel Florentino dos Santos³

RESUMO

Nesse artigo, tem-se o objetivo de apresentar os resultados da aplicação de um experimento de ensino contendo situações contextualizadas, envolvendo os temas de Autovalores e Autovetores da Álgebra Linear e o tema de Tensões da Mecânica dos Sólidos. A literatura revela que a disciplina de Álgebra Linear é considerada pelos estudantes como uma área extremamente abstrata e sem aplicações reais. Partindo dessa problemática, o experimento envolveu um estudo interdisciplinar, construído com base nas indicações das diretrizes curriculares dos cursos de Engenharia, contando com a exploração de diferentes registros de representações semióticas e com a integração do recurso computacional Matlab em programa para celular. O estudo foi fundamentado na teoria dos registros de representações semióticas de Duval e nas indicações de uso de tecnologia de modo a obter ganhos pedagógicos. Para a construção e condução do experimento, foram utilizados aspectos da metodologia de Design Experiment de Cobb et al. Foi adotado o modelo em pequena escala, contando com três estudantes de Engenharia que já haviam cursado a disciplina de Álgebra Linear. A intenção consistiu em realizar uma análise minuciosa de suas produções diante da abordagem proposta. Os resultados apontaram que os sujeitos tinham um conhecimento exclusivamente procedimental dos conceitos de Álgebra Linear com foco no registro algébrico e que, com o experimento, essa visão foi ampliada, uma vez que eles puderam compreender os conceitos matemáticos por meio de interpretações físicas em diferentes registros, ainda que de forma introdutória. Constatou-se que o uso da ferramenta permitiu, ao minimizar o trabalho com os cálculos, investir em questões de análise e de compreensão teórica. Concluiu-se que uma abordagem integrada trouxe significado aos conceitos matemáticos para os sujeitos.

¹ Centro Universitário Fundação Educacional Inaciana – FEI. mkarrer@fei.edu.br

² Centro Universitário Fundação Educacional Inaciana – FEI. raffavero@hotmail.com

³ Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais – IBMEC. israe.santos@professores.ibmec.edu.br

Palavras-chave: Álgebra Linear. Mecânica dos Sólidos. Registros de representações semióticas. Design Experiment. Matlab.

INTRODUÇÃO

Nesse artigo, tem-se por objetivo apresentar um estudo voltado ao curso de Engenharia e fundamentado em pesquisas da área de Educação Matemática, o qual consistiu em explorar conceitos da disciplina de Álgebra Linear em situações contextualizadas da Mecânica dos Sólidos.

Hannah et al. (2011) e Isik (2014) revelaram dificuldades dos estudantes com a disciplina de Álgebra Linear, devido ao seu caráter abstrato e formal, e que normalmente eles enxergam essa área como um conjunto de regras e algoritmos desenvolvidos principalmente no registro algébrico. Diante dessa problemática e visando fornecer uma abordagem para favorecer a ampliação desse tipo de visão, teve-se a intenção de apresentar uma proposta interdisciplinar integrando diferentes registros de representações semióticas.

Analisando as novas diretrizes dos cursos de Engenharia, há a sugestão de que propostas interdisciplinares e abordagens contextualizadas sejam incorporadas no ensino das ciências básicas desses cursos. Tais diretrizes também apontam a necessidade de que os estudantes consigam comunicar-se eficientemente em diferentes formas e que estejam aptos para utilizar tecnologias diversas. Salienta-se que a área de Educação Matemática revela teorias e estudos que auxiliam no alcance dessas competências.

Partindo da problemática evidenciada por Hannah et al. (2011) e Isik (2014) e em consonância com as indicações das diretrizes curriculares dos cursos de Engenharia, foi construído um experimento de ensino que partiu de um problema contextualizado sobre tensões em pontos de uma estrutura, cuja resolução envolveu os conteúdos matemáticos de Autovalores e Autovetores da Álgebra Linear. A abordagem integrou o software Matlab, ferramenta muito utilizada nos cursos de Engenharia. Ainda, para favorecer a comunicação nas mais diversas formas, o design foi elaborado de modo a explorar relações entre diferentes registros de representações semióticas.

Desta forma, o estudo foi fundamentado na teoria dos registros de representações semióticas de Duval (2006, 2011) e nas indicações de Souza et al. (2023) e Drijvers (2015) quanto ao uso de tecnologia.

A teoria dos registros de representações semióticas de Duval (2006, 2011) defende um trabalho de coordenação entre diferentes registros, tais como o algébrico, o gráfico, o figural e o da língua natural. Esse autor aponta a especificidade da Matemática em relação a outras áreas de conhecimento, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos requer necessariamente o uso de representações.

Duval (2006) define registro de representação semiótica como um sistema semiótico que permite três atividades cognitivas, a formação, o tratamento e a conversão. As transformações entre representações podem ocorrer de duas maneiras. O tratamento é a transformação entre duas representações no interior de um mesmo registro. Como a Álgebra Linear prioriza transformações algébricas, esse é um tipo de transformação bastante presente nessas disciplinas. Quando a transformação se dá entre representações de registros distintos, tem-se uma conversão. É o caso, por exemplo, de se representar graficamente uma situação dada na representação algébrica.

A conversão é vista por Duval (2011) como uma importante transformação para a aprendizagem matemática, uma vez que, para realizá-la, o aluno necessita da capacidade de gerenciar e coordenar diferentes registros semióticos, cada qual com suas regras e especificidades. Segundo o pesquisador, uma abordagem que explora a atividade de conversão promove saltos de qualidade nas produções dos estudantes.

Duval (2011) classifica os registros com relação às questões de funcionalidade e discursividade. Se for possível tratar as representações de um registro de forma algorítmica, ele é classificado como monofuncional, mas, se o registro apresentar diferentes funcionalidades, ele é denominado multifuncional. Caso permita o discurso, ele é classificado como discursivo. Nestas condições, por exemplo, o registro algébrico é monofuncional discursivo, o gráfico é monofuncional não discursivo, a língua natural é multifuncional discursiva e o figural é multifuncional não discursivo.

Duval (2006) revela que nos níveis mais avançados de ensino de Matemática, normalmente o registro monofuncional discursivo é privilegiado, o que pode levar o estudante a apresentar dificuldades na diferenciação de um objeto matemático de sua representação e no estabelecimento de conversões.

Considerando essa situação, o experimento foi elaborado com a preocupação de explorar tratamentos e conversões envolvendo registros mono e multifuncionais, discursivos e não discursivos, tais como o da língua natural, o gráfico, o matricial, o algébrico e o simbólico computacional.

Diversas influências positivas do uso de tecnologia no ensino de Matemática são apresentadas por pesquisadores da área, dentre eles, Souza et al. (2023) e Drijvers (2015). Em linhas gerais, além de permitirem que o estudante se sinta integrado ao mundo atual, os recursos computacionais podem ser utilizados de forma a gerar ganhos pedagógicos. Neste sentido, foi utilizado o software Matlab de forma a favorecer a análise conceitual, uma vez que permitiu, de forma rápida, a exploração de variações nos dados do problema.

METODOLOGIA E CARACTERIZAÇÃO DOS SUJEITOS DE PESQUISA

A pesquisa teve caráter qualitativo e, para a aplicação e condução do experimento, foram utilizados aspectos da metodologia de Design Experiment de Cobb et al. (2003), específica para a construção de abordagens inovadoras de ensino na área de Matemática. O objetivo neste tipo de metodologia consiste em elaborar experimentos de domínios matemáticos específicos, visando criar inovações no processo de ensino-aprendizagem. Parte-se da proposta de um desenho inicial, porém, durante o processo de aplicação, ele pode ser modificado e adaptado às necessidades dos sujeitos, os quais representam o foco do estudo. Com isso, a metodologia é dotada de iteratividade, ciclicidade e flexibilidade.

Tal metodologia pode ser aplicada de diversas maneiras e, no presente estudo, optou-se por adotar a manifestação em pequena escala, para que fosse possível investigar, de forma minuciosa, as dificuldades dos sujeitos e as necessidades de reformulação, a fim de criar um modelo que possa ser proposto para salas regulares.

Participaram do experimento três estudantes voluntários, sendo dois do curso de Engenharia Mecânica (Alunos 1 e 2) e um do curso de Engenharia Elétrica (Aluno 3). Todos já haviam realizado o curso de Álgebra Linear.

Para a análise dessas trajetórias, foram coletados os registros escritos presentes nas fichas das atividades e a áudio gravação das falas dos sujeitos. Apesar de o experimento envolver o uso de uma ferramenta computacional, não foi necessário desenvolvê-lo em laboratório, uma vez que se trabalhou com a versão do software para dispositivos móveis.

APRESENTAÇÃO DO EXPERIMENTO E DOS RESULTADOS DA APLICAÇÃO

O experimento foi dividido em duas partes. Na parte 1, foi proposta uma atividade contendo um exercício usual de determinação de autovalores e autovetores da Álgebra Linear e uma atividade introdutória de Mecânica dos Sólidos. A primeira atividade envolveu as representações algébrica e matricial, conforme apresentado a seguir.

Quadro 1 – Atividade 1 – Parte 1

Sendo G um operador linear do \mathbb{R}^3 dado por $G(x,y,z)=(x+y+z, 2y+z, 2y+3z)$, determine a matriz de G em relação à base canônica, os valores próprios e os vetores próprios associados.

Fonte: elaborado pelo autor (2023)

Para a resolução dessa atividade, os estudantes estabeleceram conversões entre representações dos registros algébrico e matricial e tratamentos no registro algébrico. Uma dificuldade pontual para todos os sujeitos ocorreu diante da necessidade de fatoração do polinômio característico para encontrar os valores próprios, visto que era um polinômio de terceiro grau. Neste aspecto, apesar de o curso de Álgebra Linear privilegiar o registro algébrico, os estudantes apresentaram dificuldades em lidar com transformações no interior desse registro. Foi discutido, ainda, que no \mathbb{R}^3 , podemos fazer a interpretação geométrica dos autovalores e autovetores, e que tal conhecimento seria vital no desenvolvimento do experimento.

Em seguida, foi proposta a Atividade 2 da Parte 1, referente a um problema contextualizado de estado triplo de tensões em um ponto de uma estrutura sólida,

conforme apresentado a seguir. Um material da área de Mecânica dos Sólidos forneceu explicações dos conceitos da área, como os tipos de tensão, tensor e as relações desses conceitos com os conteúdos de cossenos diretores, autovalores e autovetores. Foram explicações simples, mas necessárias para se estabelecer a relação entre a Álgebra Linear e o problema contextualizado.

Quadro 2 – Atividade 2 – Parte 1

Ao estudar o estado de tensões em determinado ponto de uma estrutura, a equipe de engenheiros deparou-se com o tensor representado abaixo. Sabendo-se que a tensão normal octaédrica neste ponto vale 110 Mpa e que a tensão intermediária principal tem valor e direção conforme se indica abaixo, pede-se:

Dados: $E=210$ GPa; $\nu=0,3$; $\sigma_e = 350$ MPa e $\sigma_R = 450$ MPa.

- O tensor das tensões e os valores das tensões a,b,c e d.
- O valor das tensões principais.

Fonte: elaborado pelo autor (2023)

A discussão e resolução dessa primeira atividade foi tratada em conjunto com o professor-pesquisador. Foi apresentado que, analisando um ponto qualquer de uma estrutura, é possível observar que ele pode sofrer vários esforços. Quando utilizamos um sistema de referências nas direções dos eixos x, y e z, é possível observar que o ponto sofre tensões de cisalhamento e tensões normais, sendo que

tais tensões podem ser representadas pela matriz $T = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}$.

Neste caso, os índices das tensões são referentes às suas posições no sistema de referência xyz. A tensão de cisalhamento, indicada por τ , possui dois índices, sendo que o primeiro indica que o plano no qual a tensão está atuando é perpendicular à direção do eixo considerado, e o segundo indica a direção na qual a tensão aponta. Por exemplo, τ_{xy} significa que a tensão está no plano yz e aponta para a direção de y. Já na tensão normal, indicada por σ , há apenas um índice. Por

exemplo, σ_x indica que a tensão normal é uma tensão que se encontra no plano yz e aponta na direção do eixo x, o que poderia ser representado também por σ_{xx} . A matriz T é chamada de tensor das tensões e é uma matriz simétrica. Efetuando a conversão da representação do registro gráfico para uma representação do registro matricial, obtém-se $T = \begin{pmatrix} 100 & b & c \\ b & a & d \\ c & d & 120 \end{pmatrix}$.

No exercício, é dada uma representação gráfica em função de $\sigma_2 = 150,24$ Mpa. O valor de σ_2 representa um autovalor intermediário da matriz T e os ângulos equivalentes na imagem são os ângulos diretores. O autovetor associado ao autovalor σ_2 é dado pelos cossenos diretores dos ângulos fornecidos, ou seja, por $(l, m, n) = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$, lembrando que $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$. Substituindo os dados do problema, obtém-se que o autovetor associado ao autovalor σ_2 é dado por $(0,445; 0,879; 0,1718)$. No exemplo, também é fornecida a tensão normal octaédrica, que vale 110 Mpa. Essa tensão é um autovalor que possui um autovetor associado a ângulos iguais. Ao trabalhar no R^3 , existem três autovalores σ_1, σ_2 e σ_3 referentes à matriz T e, como os ângulos diretores são iguais, a tensão normal octaédrica é definida pela média das demais tensões principais. Neste caso, a matriz T é uma matriz diagonal representada pelos seus autovalores $\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$. No exemplo, temos que a tensão normal octaédrica é dada por $\frac{100+a+120}{3} = 110$, logo, $a=110$ Mpa.

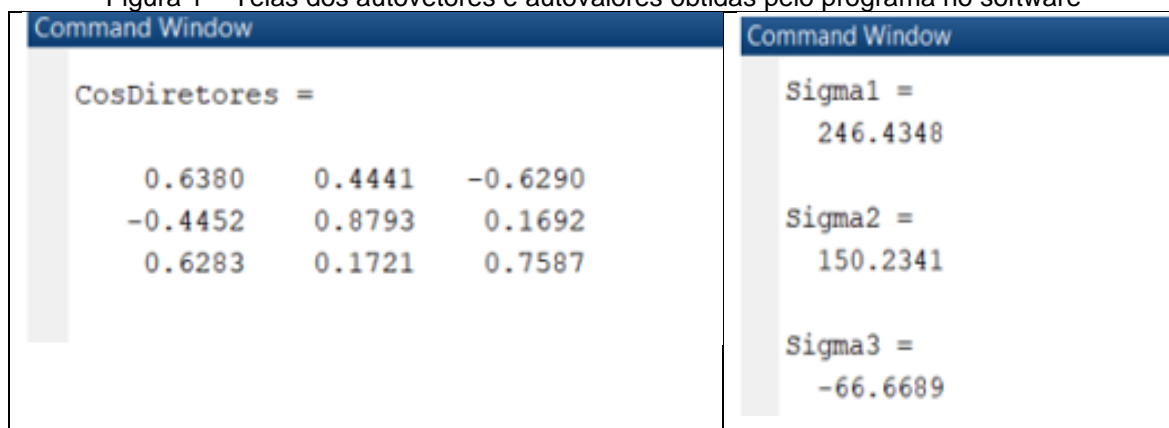
Conhecendo o autovalor σ_2 e o autovetor correspondente, é possível determinar as tensões de cisalhamento b, c e d, por meio da resolução do sistema linear dado por $\begin{pmatrix} 100 - \sigma_2 & b & c \\ b & 110 - \sigma_2 & d \\ c & d & 120 - \sigma_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,445 \\ 0,879 \\ 0,172 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, obtendo, assim, a matriz T, com $b=51,37$ MPA, $c = -132,86$ Mpa e $d=73,02$ Mpa. A partir daí é possível definir todos os autovalores e autovetores aplicando a definição de Álgebra Linear dada por $T - \sigma I = 0$. Neste caso, os autovalores e os autovetores correspondentes são $\sigma_1=246,43$ e $(0,638; 0,445; -0,629)$, $\sigma_2=150,24$ e $(-0,445; 0,879; 0,169)$ e $\sigma_3=-66,67$ e $(0,628; 0,172; 0,759)$.

Esse exercício foi desenvolvido como um estudo dirigido, para que os estudantes reforçassem os conceitos de tensões em Mecânica dos Sólidos apresentados anteriormente. Os sujeitos de pesquisa apresentaram algumas dificuldades algébricas durante o processo, porém, demonstraram compreender as relações entre os conteúdos de Álgebra Linear e o tema de tensões da Mecânica dos Sólidos. Para a resolução dessa atividade, os sujeitos estabeleceram conversões de representações do registro gráfico para o matricial, do matricial para o algébrico, do algébrico para a língua natural e tratamentos no registro algébrico.

Como a resolução deste tipo de problema demanda um trabalho excessivo com cálculos, após os sujeitos compreenderem o tema e as relações entre os conteúdos envolvidos nessas duas disciplinas, foi apresentado um programa criado no Matlab para esse experimento, que calcula os autovalores e os autovetores. O programa foi instalado nos celulares dos próprios alunos, trazendo a vantagem de não depender da disponibilidade de laboratórios.

Os estudantes resolveram o mesmo exemplo usando o programa, obtendo as seguintes telas em seus celulares.

Figura 1 – Telas dos autovetores e autovalores obtidas pelo programa no software



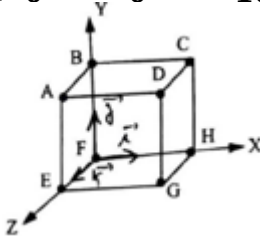
Fonte: acervo próprio (2023)

Na Parte 2 do experimento, após os sujeitos serem apresentados aos conceitos de Álgebra Linear e de Mecânica dos Sólidos, foram propostas mais três atividades. Neste artigo apresentaremos apenas as duas primeiras.

Quadro 3 – Atividade 1 – Parte 2

Seja o tensor de tensão T , medido no sistema cartesiano XYZ, conforme indicado no gráfico, para certo ponto de um componente estrutural

$$T = \begin{pmatrix} -50 & 0 & 0 \\ 0 & -250 & 0 \\ 0 & 0 & -100 \end{pmatrix} \text{ [MPa]}$$



Dados: $E=200$ GPa, $\nu=0,3$, $\sigma_e=350$ MPa e $\sigma_R=400$ MPa

Considerando também o cubo elementar de dimensões unitárias representado na figura, pede-se:

- apresente as tensões principais (autovalores) e suas direções principais (autovetores) referentes ao tensor de tensão T .
- Analisando as tensões principais e os valores do tensor T , o que você pode concluir?

Fonte: elaborado pelo autor (2023)

Nesse exercício, o objetivo consistiu em partir da matriz do tensor de tensão T e da representação gráfica. Pode-se notar que a matriz só tem elementos não nulos na diagonal principal. A intenção era a de que os alunos observassem que, não havendo a presença de tensões de cisalhamento em um determinado corpo, as tensões principais (valores próprios) são os próprios valores da diagonal principal e que os vetores próprios de cada valor próprio são aplicados em apenas um eixo (ora em x , ora em y e ora em z). Nesse momento, os estudantes utilizaram o programa no Matlab. Eles identificaram os elementos dados no problema, converteram para a representação simbólica computacional, encontrando os resultados corretos.

Segue a resolução do Aluno 1 para essa questão.

Figura 2 – Resolução do Aluno 1 – Atividade 1a da Parte 2

$$\begin{array}{l}
 \text{a)} \left. \begin{array}{l} \sigma_1 = -50 \\ \sigma_2 = -100 \\ \sigma_3 = -250 \end{array} \right\} \text{ - Autovalores} \quad \left. \begin{array}{l} v_{\sigma_1} = (1, 0, 0) \\ v_{\sigma_2} = (0, 0, 1) \\ v_{\sigma_3} = (0, 1, 0) \end{array} \right\} \text{ - Autovetores}
 \end{array}$$

Fonte: acervo próprio (2023)

Com relação às conclusões solicitadas no item b, os alunos observaram que os valores encontrados no programa eram os mesmos do tensor, porém em posições diferentes. Inicialmente, os sujeitos não observaram que não havia a presença de tensões de cisalhamento. Diante disso, o professor-pesquisador efetuou novos questionamentos e, com isso, os sujeitos observaram esse fato.

Na atividade 2, objetivou-se proporcionar uma situação que levasse os alunos a notarem que haveria apenas um valor próprio, significando que ele era um estado simples de tensão.

Quadro 4 - Atividade 2 – Parte 2

Calcule as tensões principais do tensor T a seguir e explique o que concluiu.

$$T = \begin{pmatrix} 100 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 \\ 100 & 100 & 100 \end{pmatrix}$$

Fonte: elaborado pelo autor (2023)

Os alunos determinaram os autovalores no Matlab e interpretaram o resultado obtido. Todos chegaram à mesma conclusão e a discussão foi muito rica. O Aluno 1 relatou a existência de um único autovalor e o Aluno 2 complementou que, diferentemente do exercício anterior, a matriz não era diagonal, concluindo, assim, que havia tensões de cisalhamento. O uso do Matlab favoreceu esse tipo de análise, uma vez que o foco não estava mais nos cálculos e sim na interpretação do problema. Para essa resolução, foi estabelecida a conversão da representação do registro matricial para a do simbólico computacional e deste para a representação em língua natural. Variações nesses problemas foram realizadas, para que os sujeitos pudessem explorar e analisar diferentes situações. Apresenta-se, a seguir, a resposta do Aluno 2 para essa questão.

Figura 3 – Resolução do Aluno 2 – Atividade 2 – Parte 2

Autovalores $\{\sigma_1: 300 \text{ MPa}; \sigma_2 = 0; \sigma_3 = 0\}$

Como no tensor principal, agora com tensões de cisalhamento observa-se que as tensões principais se diferem das tensões do tensor T.

Fonte: acervo próprio (2023)

CONCLUSÃO

A pesquisa procurou desenvolver uma proposta interdisciplinar entre a Álgebra Linear e a Mecânica dos Sólidos, baseada nas diretrizes curriculares dos cursos de Engenharia e fundamentada em estudos da área de Educação Matemática, principalmente na teoria dos registros de representações semióticas e nas indicações de uso de software de forma a gerar ganhos pedagógicos.

Da mesma forma que revelado na revisão de literatura, os sujeitos dessa pesquisa relataram que enxergavam a disciplina de Álgebra Linear como algo abstrato e sem aplicação e que a participação nesse experimento mostrou o significado físico desses conceitos em um problema de Mecânica dos Sólidos. Eles concluíram que os autovalores eram associados às tensões principais e os autovetores eram obtidos por meio dos cossenos dos ângulos diretores.

Foi constatado que esses sujeitos tinham um conhecimento exclusivamente procedimental de autovalores e autovetores, ou seja, sabiam as etapas de cálculo para determiná-los, mas não conheciam o significado ou as possíveis aplicações. Tal fato revela a importância de se trabalhar com projetos interdisciplinares, uma vez que, mesmo que os estudantes ainda não tenham estudado outras áreas, uma primeira aproximação entre a Matemática e as disciplinas aplicadas pode ser realizada no ciclo básico e retomada com maior profundidade em etapas mais avançadas do curso.

Para a resolução das atividades, os estudantes efetuaram conversões tanto entre registros mono quanto multifuncionais e procuraram discutir as resoluções entre eles. Antes do uso do software, notou-se a presença de dificuldades principalmente em tratamentos no registro algébrico, apesar de este ser um tipo de transformação muito presente nos cursos de Álgebra Linear.

O software Matlab foi integrado de forma a gerar ganhos pedagógicos, uma vez que, ao minimizar o trabalho com os cálculos, permitiu executar variações nos dados do problema gerando diferentes análises. Salienta-se que o seu uso em celulares dispensa a necessidade de laboratórios de informática.

Diante do exposto, espera-se que esse experimento possa representar um cenário diferenciado de ensino, suscitando a criação de propostas de integração entre conteúdos do ciclo básico e de ciclos mais avançados do curso.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CES nº 2 de 24 de abril de 2019. Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, Seção I, p. 109, 23 de abril de 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/marco-2019-pdf/109871-pces001-19-1/file>. Acesso em: 12 dez. 2023.

COBB, P. *et al.* Design experiments in education research. **Educational Researcher**, v.32, n.1, p. 9-13, 2003.

DRIJVERS, P. Digital Technology in Mathematics Education: why it works (or doesn't). In: SUNG JE CHO (ed.). **Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education**. Switzerland: Springer International Publishing, 2015. p. 135-151.

DUVAL, R. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Springer, v. 61, p. 103-131, 2006.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar**: os registros de representações semióticas. São Paulo: Proem, 2011.

HANNAH, J. *et al.* Teaching Linear Algebra: one lecturer's engagement with students. **Mathematics: traditions and new practices**. AAMT & MERGA, 2011.

ISIK, A. *et al.* Linear Algebra from students' perspectives. **Middle eastern & African Journal of Educational Research**, 2014. p. 29-40.

SOUZA, M. J. R.; LOPES, C. M. D.; PEDROSO, S. G. O ensino de matemática por meio das tecnologias educacionais na educação matemática. **Revista Cocar**, [S. l.], n. 14, 2022. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5503>. Acesso em: 6 dez. 2023.