



PESQUISA OPERACIONAL EM LINGUAGEM R

Artur Gomes Barros

Filiação – *Centro de Ciências Exatas e Tecnologia; Escola de Engenharia de Produção; Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro*

Apoio Financeiro: UNIRIO

RESUMO: Como parte do eixo profissionalizante, a Pesquisa Operacional é uma das disciplinas mais importantes do curso de Engenharia de Produção. Nessa disciplina aprende-se a realizar cálculos manualmente e também como usar softwares tais quais como LINGO, LINDO e Solver do Excel. Porém, é importante adicionar uma linguagem de programação no ensino da disciplina, capacitando ainda mais os alunos da Escola de Engenharia de Produção, e a linguagem escolhida para isso foi o R. E tal estudo foi feito com base no livro *Programação linear: conceitos, modelagem e soluções no R* da UFSM.

Palavras-chave: Otimização; Softwares; Programação

INTRODUÇÃO: A pesquisa operacional é uma abordagem analítica e quantitativa utilizada para resolver problemas complexos de tomada de decisão em organizações. Ela utiliza técnicas matemáticas, estatísticas e computacionais para otimizar recursos e processos. O principal objetivo da pesquisa operacional é encontrar soluções eficientes que maximizem o desempenho e/ou minimizem custos, considerando restrições e limitações específicas. Ela é aplicada em uma ampla gama de áreas, como logística, produção, finanças e marketing, ajudando as empresas a tomar decisões mais informadas e estratégicas. A pesquisa operacional é uma ferramenta valiosa para lidar com problemas complexos e dinâmicos, contribuindo para a eficiência e o sucesso das organizações. Porém, pensando em um cenário real, seus problemas não são resolvidos tão facilmente manualmente, pois muitos deles possuem extensos números de restrições ou de variáveis que serão usadas para achar a solução ótima. Para solucionar tal empecilho e facilitar os cálculos, foi criado ao longo do tempo diversos Softwares que conseguem resolver os problemas da pesquisa operacional, e os mais conhecidos são o LINGO, LINDO e Solver do Excel, mas é vantajoso resolver usando linguagens de programação, especialmente em problemas de grandes dimensões.

OBJETIVOS: O objetivo do estudo foi aprender sobre como utilizar a linguagem de programação R, muito comum e utilizada também em outras disciplinas da Escola de Engenharia como Estatística, para solucionar problemas gerais da pesquisa operacional. Na disciplina, é muito utilizado o cálculo de matrizes e gráficos no plano cartesiano, algo que com os comandos e os pacotes da linguagem são facilmente obtidos. Um exemplo disso é a realização do cálculo de uma matriz inversa que aparece muito em fórmulas do método Simplex.

FIGURA 1 – COMANDO PARA ADICIONAR MATRIZ NO R

```
M.B <- matrix( c(2, 1, 3,
                  1, 1, 2,
                  1, 0, 5), nrow=3, byrow=TRUE)
```

FONTE: AUTORIA PRÓPRIA

O comando acima (FIGURA 1) inclui a matriz que queremos a inversa no R, e com apenas mais um comando, que é o solve(nome da matriz escolhida, nesse caso a M.B) já se consegue a matriz inversa desejada. Para facilitar a apresentação, nomeou-se a inversa de M.B de inv.M.B (FIGURA 2).

FIGURA 2 – ENCONTRANDO A MATRIZ INVERSA

```
> M.B
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    2    1    3
[2,]    1    1    2
[3,]    1    0    5
> inv.M.B <- solve(M.B)
> inv.M.B
      [,1] [,2] [,3]
[1,]  1.25 -1.25 -0.25
[2,] -0.75  1.75 -0.25
[3,] -0.25  0.25  0.25
```

FONTE: AUTORIA PRÓPRIA

E para provar que o resultado é o correto, basta utilizar a propriedade da Álgebra Linear, disciplina presente em todas as engenharias, que diz que a matriz original multiplicada pela sua inversa, resulta em uma matriz identidade de mesma ordem. Isso foi provado com o R, dando o nome da matriz identidade de I e ela recebendo a multiplicação entre M.B e inv.M.B (FIGURA 3).

FIGURA 3: ENCONTRANDO A MATRIZ IDENTIDADE

```
> I <- M.B %*% inv.M.B
> I
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    0    0
[2,]    0    1    0
[3,]    0    0    1
```

FONTE: AUTORIA PRÓPRIA

E o mais interessante, é possível realizar cálculos de problemas reais e comuns da pesquisa operacional através do R. Um exemplo que usaremos será um problema de mistura, onde um produtor deseja produzir uma liga com 30 % chumbo, 30% de zinco e 40 % de lata. A liga pode ser feita a partir de nove diferentes tipos de matérias-primas (A-I) com composições e custos (\$/kg) indicados na tabela a seguir (TABELA 1). Deseja-se determinar quantos quilos devem ser utilizados por quilo de liga de modo a minimizar o custo de produção e qual o custo mínimo por quilo. Sabendo-se a quantidade a ser utilizada e cada matéria-prima (nove tipos) será possível calcular o custo de produção, o que direciona a escolha das variáveis de decisão.

TABELA 1 – PADRÃO DE CORTES E PERDA NA FITA PADRÃO

	Matérias-primas								
Componentes	A	B	C	D	E	F	G	H	I
% Chumbo	10	10	40	60	30	30	30	50	20
% Zinco	10	30	50	30	30	40	20	40	30
% Lata	80	60	10	10	40	30	50	10	50
Custo (\$/kg)	4,1	4,3	5,8	6,0	7,6	7,5	7,3	6,9	7,3

FONTE: AUTORIA PRÓPRIA

A grande quantidade de variáveis demanda utilizar a forma indexada ao defini-las:

x_i = quantidade de matéria-prima i a ser adquirida (kg), sendo $i = A, B, \dots, I$

A função objetivo e as restrições são dadas por: $\min z \text{ (\$/kg)} = 4,1x_1 + 4,3x_2 + 5,8x_3 + 6x_4 + 7,6x_5 + 7,5x_6 + 7,3x_7 + 6,9x_8 + 7,3x_9$

Restrições do problema:

Somatório das frações: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 = 1$

Chumbo (%): $10x_1 + 10x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 30x_5 + 30x_6 + 30x_7 + 50x_8 + 20x_9 = 30$

Zinco (%): $10x_1 + 30x_2 + 50x_3 + 30x_4 + 30x_5 + 40x_6 + 20x_7 + 40x_8 + 30x_9 = 30$

Lata (%): $80x_1 + 60x_2 + 10x_3 + 10x_4 + 40x_5 + 30x_6 + 50x_7 + 10x_8 + 50x_9 = 40$

Todas as variáveis devem ser não negativas

Esse problema pode ser resolvido no ambiente R, utilizando o pacote **lpSolve**, o qual permite a solução de modelos lineares, com variáveis binárias e inteiras e mistas. Esse pacote possui as funções **lp**, para problemas mais gerais e as funções **lp.transport** e **lp.assign** para problemas de transporte e designação respectivamente.

Primeiramente é necessário carregar o pacote lpSolve que deve ser instalado previamente no R e insere-se o vetor dos coeficientes das variáveis na função objetivo. Logo em seguida, é informado ao R a matriz das

restrições que está relacionada à tabela apresentada posteriormente, os sinais das restrições e o vetor dos números que ficam à direita desses sinais (FIGURA 4).

IMAGEM 4 – ADICIONANDO OS ELEMENTOS DO PROBLEMA

```
library(lpSolve)
v.custos.obj <- c(4.1,4.3,5.8,6.0,7.6,7.5,7.3,6.9,7.3)
m.A <- matrix (c(1,1,1,1,1,1,1,1,1,
                 10,10, 40, 60, 30, 30, 30, 50, 20,
                 10,30, 50, 30, 30, 40, 20, 40, 30,
                 80,60, 10, 10, 40, 30, 50, 10, 50), nrow=4, byrow=TRUE)
v.sinais.rest <- c("=", "=", "=", "=")
v.b <- c(1, 30, 30, 40)
```

FONTE: AUTORIA PRÓPRIA

Com a função lp (FIGURA 5), conseguiu-se descobrir o valor ótimo da função objetivo e a quantidade de cada matéria-prima usada. Isso resultou num ajuste ótimo que utiliza fez o custo mínimo da liga para o produtor ser de \$4,98 por quilo, adquirindo 60 % da matéria-prima B e 40% da matéria-prima D.

FIGURA 5 – ACHANDO O VALOR DA FUNÇÃO OBJETIVO E DAS VARIÁVEIS

```
> lp ("min", v.custos.obj, m.A, v.sinais.rest, v.b)
Success: the objective function is 4.98
> lp ("min", v.custos.obj, m.A, v.sinais.rest, v.b)$solution
[1] 0.0 0.6 0.0 0.4 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
```

FONTE: AUTORIA PRÓPRIA

METODOLOGIA: O estudo foi feito com a leitura de em média um capítulo por mês e com a realização de anotações e resumos para conseguir pensar em um material didático para os alunos da disciplina no futuro. Foram feitos testes de problemas que possuem no próprio livro da UFSM, cujo nome é “Programação linear: conceitos, modelagem e soluções no R”, e encontrou-se os resultados desejados toda vez seguindo o passo a passo ensinado no conteúdo.

RESULTADOS: Com a continuação do estudo, percebe-se que é possível sim ensinar uma linguagem de programação além dos softwares já lecionados na disciplina. Porém, é necessário pensar com cautela em como funcionaria a didática de tal conteúdo, pois por mais que programação seja uma matéria obrigatória de todos os cursos de engenharia, uma parte dos alunos não são familiarizados com tal técnica. Logo, é preciso encontrar uma maneira que não fique tedioso aos alunos e que eles consigam aplicar bem a linguagem R, que no curso de Engenharia de Produção da UNIRIO, poderá ser aplicada também em outras disciplinas como Estatística, Modelos Estocásticos e Simulações e Controle Estatístico da Qualidade.



CONCLUSÕES: Com a realização do estudo, percebeu-se a viabilidade e o benefício de incluir a linguagem de programação na disciplina. O R, que é conhecido por sua capacidade de manipular, visualizar e analisar dados de forma eficiente, é uma linguagem de fácil implementação e de código livre, o que faz ela ser gratuita e suscetível à implementação de novos pacotes com novas funcionalidades. Essa ferramenta está presente em outras diversas disciplinas no curso da Escola de Engenharia de Produção, e com a inclusão dela na matéria de pesquisa operacional, os alunos já vão ter um contato cedo com a linguagem e não perder o costume de programar, visto que as matérias de programação são do primeiro e segundo período e após isso o aluno só volta a ver uma linguagem de programação no quinto período, com Estatística. Um engenheiro de produção deve saber programar por várias razões importantes: automação de processos, análise de dados, otimização, controle de qualidade, integração de sistemas e resolução de problemas complexos. Com o R presente em pesquisa operacional, será possível potencializar o aprendizado de programação matemática de modelos de otimização.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BATESSINI, Marcelo. **Programação linear [recurso eletrônico]: conceitos, modelagem e soluções no R.** Edição 1. Local de publicação: UFSM, 2019.