ESTUDOS AVANÇADOS EM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS COM APLICAÇÃO EM BIOMATEMÁTICA

Ana Beatriz Pinheiro Lira
Universidade Federal do Amazonas
anabialira10@gmail.com

Prof. Dra. Karla Christina Tribuzy Bandeira
Universidade Federal do Amazonas
ktribuzy@ufam.edu.br

RESUMO

Neste trabalho, exploramos os fundamentos de Álgebra Linear, Análise Real e Equações Diferenciais, visando atender aos requisitos essenciais para avançar com um projeto prático em Biomatemática. O trabalho de PIBIC oferecerá uma revisão dos conceitos básicos de álgebra linear, abrangendo autovalores reais e complexos, bem como equações diferenciais com autovetores reais e distintos. Os teoremas discutidos são resultados cruciais para a evolução da teoria, tanto no desenvolvimento do pensamento matemático quanto na compreensão de ferramentas fundamentais para aplicações futuras. Os resultados finais do trabalho tratam de estabilidade, ou seja, a capacidade de um sistema retornar a um estado de equilíbrio após ser perturbado. Em resumo, um sistema é considerado estável se, após pequenas perturbações, ele eventualmente retorna ao seu estado de equilíbrio. Isso é fundamental para prever o comportamento a longo prazo de sistemas dinâmicos em diversas áreas, como física, engenharia e biologia. A análise de estabilidade muitas vezes envolve o estudo das derivadas das equações que descrevem o sistema, particularmente em torno de pontos de equilíbrio, para determinar se esses pontos são estáveis ou instáveis. Assim, fechando o trabalho com as ferramentas para uma aplicação.

Palavras-Chave: Equações Diferenciais; Biomatemática; Álgebra Linear; Matemática Aplicada.

1. INTRODUÇÃO

Para explorar equações diferenciais, a compreensão da álgebra linear se mostra crucial, dada sua história rica em aplicações poderosas em diversos campos do conhecimento, impulsionando avanços científicos e tecnológicos. Os autovalores e autovetores destacam-se como um conceito de ampla aplicabilidade. Originado do estudo do movimento rotacional, esse conceito evoluiu para classificar superfícies e descrever soluções em algumas equações diferenciais.

Abordando o assunto de forma avançada é possível visualizar que grande parte da importância do estudo está ligada as ferramentas que são necessárias para a compreensão dos teoremas e proposições, trazendo uma reflexão sobre conteúdos abordados na álgebra linear e fazendo uma ligação direta com equações diferenciais. Grande parte dos teoremas é de fácil compreensão, porém explorando suas lacunas podemos identificar grandes ideias que muitas vezes passam despercebidas pelo discente. Esse Projeto de Iniciação Científica tem como objetivo o estudo mais aprofundado e avançado em Equações Diferenciais e sua importância na compreensão de modelos matemáticos. Por fim, sua aplicação na área de Biomatemática e a interpretação de situações reais. A estabilidade de equilíbrio é um conceito matemático essencial, particularmente relevante na análise de sistemas dinâmicos, equações diferenciais e teoria de controle. Ela se refere à propriedade de sistemas de permanecerem próximos a um ponto de equilíbrio mesmo após perturbações mínimas. Essa noção desempenha um papel crucial em diversas áreas, incluindo cálculo, análise de sistemas lineares e não lineares, e é fundamental para compreender como sistemas dinâmicos evoluem ao longo do tempo. Nesta introdução, examinaremos os conceitos fundamentais da estabilidade de equilíbrio na matemática e sua aplicação em campos que abrangem desde a física até a engenharia e a biologia.

2. OBJETIVO GERAL

Estudar temas de maior profundidade em equações diferenciais a fim de realizar uma aplicação na Biomatemática.

3. METODOLOGIA

Reuniões tanto presenciais quanto online foram realizadas com a orientadora a fim de tirar dúvidas, solucionar problemas e verificar se as atividades estavam dentro do cronograma. As reuniões também eram vistas como uma forma de retorno para aquilo que estava sendo estudado. O estudo se deu através de resumos escritos e resolução de questões para fixação do livro base (HIRSCH; SMALE, 1974), outras obras também foram utilizadas para anotações, como por exemplo (LIMA, 2014).

O trabalho se deu início em agosto de 2022, onde foi realizada uma revisão de assuntos básicos, autovalores e autovetores. Em setembro o assunto foi autovalores reais e distintos e autovalores complexos. Em outubro foi realizada uma revisão de números complexos, e aplicação de álgebra linear complexa a equações diferenciais. Em novembro foi realizada uma revisão de topologia, Desigualdade de Cauchy, Desigualdade Triangular e Norma Euclidiana. Dezembro iniciou equação não homogênea, sistemas lineares e formas canônicas de operadores. Janeiro foi destinado apenas para a execução do relatório parcial do projeto. Fevereiro foi dedicado as Formas Canônicas Nilpotentes, Formas Canônicas Reais e um tópico ligando formas canônicas e equações diferenciais. Março iniciou com sistemas lineares e formas canônicas de operadores e contrações. Abril, maio e junho foram dedicados a fluxos hiperbólicos, funções estendidas e estabilidade de equilíbrio, respectivamente. Julho foi dedicado exclusivamente a produção do relatório final.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma das principais discussões geradas no trabalho de Pibic foi a Função de Liapunov, um instrumento crucial na teoria de sistemas dinâmicos e controle. Elas são aplicadas no estudo da estabilidade de sistemas dinâmicos, principalmente nas proximidades de pontos de equilíbrio. Aqui está uma justificativa sucinta: Um ponto de equilíbrio em um sistema dinâmico pode ser determinado como estável usando uma função matemática chamada função de Liapunov. Avalia como o “valor” ou energia do sistema varia ao longo do tempo.

O objetivo fundamental das funções de Liapunov é auxiliar na determinação se um sistema divergirá de seu ponto de equilíbrio (instabilidade) ou retornará a ele após pequenas perturbações (estabilidade). Esses processos são essenciais para a compreensão da dinâmica de sistemas complexos, bem como para o estudo e projeto de sistemas de controle.

5. CONCLUSÕES

A estabilidade de equilíbrio desempenha um papel de suma importância no campo da matemática, sobretudo na análise de sistemas dinâmicos e equações diferenciais. Durante o desenvolvimento deste texto, investigamos como esse conceito se integra de forma intrínseca a diversas disciplinas, abrangendo desde a física até a biologia, e estendendo-se até mesmo à álgebra linear. Como conclusão, enfatizamos o papel crucial desempenhado pela estabilidade de equilíbrio como uma ferramenta poderosa para a compreensão e modelagem do comportamento de sistemas complexos.

A habilidade de antever a evolução temporal de sistemas, sua propensão a retornar ao estado de equilíbrio após perturbações e o entendimento de como mudanças sutis podem provocar efeitos significativos são elementos fundamentais no âmbito da matemática aplicada. Assim, a estabilidade de equilíbrio não apenas enriquece nosso domínio da matemática, mas também se traduz em aplicações práticas cruciais, desde o projeto de sistemas de controle até a representação de fenômenos naturais.

Resumidamente, a estabilidade de equilíbrio constitui um componente essencial do panorama matemático, permitindo não somente a descrição, mas também a previsão e o controle do comportamento de sistemas dinâmicos, conferindo-lhe um status valioso e imprescindível na matemática aplicada.

REFERÊNCIAS

CARVALHO, M.; BARROS, D. E. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIASNO CONTEXTO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E DA MODELAGEM MATEMÁTICA. 2017. 1-259 p.

HIRSCH, M. W.; SMALE, S. Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. 1. ed. [S.l.]: Academic Press, 1974. v. 1. 1-355 p. ISBN 0-12-349550-4.

LIMA, E. L. Álgebra Linear Este livro ganhou o prêmio Jabuti de Ciências Exatas e Tecnologia, outorgado pela Câmara Brasileira do Livro, em 1996. 9 º. ed. [S.l.]: IMPA, 2014. v. 1. 1-357 p. ISBN 9788524403903.

SANTOS, M. E. B. S. D. DIAGONALIZAÇÃO DE OPERADORES E FORMASCANÔNICAS DE JORDAN. 2022. 1-77 p.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha mais profunda gratidão à minha orientadora, Professora Doutora Karla Christina Tribuzy, por todo o apoio e inspiração ao longo deste trabalho de iniciação científica. Sua orientação sábia e seu compromisso foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico e pessoal. Suas contribuições foram inestimáveis para a realização deste projeto, e sou imensamente grata por sua dedicação e orientação.

Além disso, gostaria de estender meus agradecimentos à Universidade Federal do Amazonas, que não só ofereceu os recursos e o ambiente propício para o desenvolvimento deste estudo, mas também estimulou o meu interesse pela pesquisa e pelo conhecimento.

Esta jornada de descoberta e aprendizado foi enriquecedora e não teria sido possível sem o

suporte e a orientação que recebi. Agradeço por tornar esta experiência de iniciação científica tão significativa e enriquecedora.