

AS CONTRIBUIÇÕES DA CONSTRUÇÃO DO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO NO ENSINO MÉDIO - UMA EXPERIÊNCIA PELO PIBID-MATEMÁTICA

Luan Kauê Florencio da Silva
UFPE-CAA

João Vitor Inácio dos Santos
UFPE-CAA

Ezequiel Josinaldo da Silva
UFPE-CAA

Janaina Vieira de Souza Pontes
EREM

Resumo

O círculo trigonométrico é uma ferramenta muito utilizada na matemática para ilustrar e explicar muitos conceitos vinculados ao campo da trigonometria, geralmente os professores costumam apresentar essa parte do conteúdo de forma pronta e acabada, mas neste relato, através da aplicação de uma oficina em uma turma de terceiro do ensino médio de uma escola pública estadual, a qual conta com 38 alunos, conseguimos identificar que trabalhar a construção do ciclo trigonométrico, alinhado ao uso do software Geogebra é potencialmente mais vantajoso do que apenas expor os seus conceitos em sala de aula. Foi possível concluir através da análise que quando o discente se sente parte da aula, as habilidades passam a fazer sentido em sua concepção, logo percebe-se que há o surgimento natural de um interesse pela aprendizagem. Por fim, conseguimos entender a importância da geometria e a relevância que a trigonometria tem para a formação do pensamento matemático.

Palavras-chave: círculo trigonométrico; trigonometria; pensamento matemático; geogebra

INTRODUÇÃO

¹ kaue.florencio@ufpe.br

² joao.vitorinacio@ufpe.br

³ ezequiel.josinaldo@ufpe.br

⁴ Sub-projeto coordenado pelo Prof. Ivanildo Carvalho



A trigonometria é um ramo da matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos de triângulos, e o círculo trigonométrico é uma das ferramentas mais úteis para o estudo da trigonometria, que consiste em um círculo de raio unitário inscrito em um plano cartesiano, onde cada ponto da circunferência corresponde a um ângulo e a um par ordenado de cosseno e seno desse ângulo.

O círculo trigonométrico junto com auxílio do software GeoGebra permite visualizar e compreender melhor as propriedades e os valores das funções trigonométricas, bem como as relações entre elas.

No entanto, muitas vezes o círculo trigonométrico é apresentado aos alunos de forma pronta e acabada, sem que eles tenham oportunidade de construí-lo e explorá-lo, e isso pode dificultar o entendimento dos conceitos envolvidos e a percepção da beleza da trigonometria. E foi pensando nisso que, neste relato de experiência através do PIBID (Programa Institucional Bolsa de Iniciação à Docência), propomos uma atividade prática de construção do círculo trigonométrico com 38 alunos de uma turma de terceiro ano do ensino médio na Escola Nicanor Souto Maior, com objetivo de favorecer o aprendizado concreto e significativo do desenvolvimento do pensamento geométrico/trigonométrico. A atividade consistiu em orientar os alunos a desenhar um círculo trigonométrico em uma folha de papel milimetrado, marcando os ângulos notáveis e os respectivos valores de seno e cosseno em cada quadrante, utilizando o plano cartesiano como referência junto com o GeoGebra para a visualização ainda mais precisa dos resultados. Em seguida, os alunos foram estimulados a verificar as relações entre os valores das funções trigonométricas nos diferentes quadrantes e a resolver alguns problemas envolvendo essas funções. Os resultados obtidos mostraram que a atividade foi eficaz para melhorar o entendimento dos alunos sobre o círculo trigonométrico e a trigonometria em geral, além de despertar o interesse e a curiosidade deles pelo assunto.

A CONSTRUÇÃO DO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

O círculo trigonométrico é em suma uma das representações gráficas mais importantes da trigonometria, através dele é possível entender diversos conceitos do âmbito e visualizar de forma dinâmica o comportamento das funções e valores do seno e cosseno a partir das movimentações do ângulo. É evidente que a sua visualização durante as aulas pôde trazer inúmeros benefícios para o aprendizado concreto da trigonometria, por esse motivo é de



extrema relevância que os docentes entendam essa importância e o usem para lhes dar suporte na construção desse conhecimento.

Assim como muitos assuntos matemáticos que são ensinados de forma acabada aos alunos, onde o foco é somente no aprendizado daquilo que está pronto, sem levar em consideração os fatores que evidenciaram a construção daquele conhecimento, o círculo trigonométrico também pode ser apresentado de forma pronta, no entanto, trabalhar a sua constituição e todos os componentes que estruturam essa parte do currículo possui uma capacidade de ensino potencialmente superior se comparado com sua apresentação no formato acabado. Partindo desse pressuposto, realizamos uma oficina com alunos do ensino médio para entender o quanto a construção do ciclo trigonométrico pode auxiliar no entendimento da trigonometria e na constituição de um pensamento geométrico/trigonométrico.

A dinâmica proposta na oficina buscava ensinar os discentes a encontrar os valores do seno e cosseno a partir da construção do círculo, evidenciando as suas posições em relação aos eixos e as suas medidas a partir do plano cartesiano que utilizamos para desenhar o círculo. Inicialmente foi ensinado aos estudantes do que se tratava o círculo trigonométrico e a sua função para o entendimento da trigonometria, para que posteriormente a sua construção pudesse fazer sentido para eles. Em seguida foi construído um círculo no quadro com o objetivo de facilitar a compreensão dos alunos e os ajudar a entender como eles iriam elaborar o seu próprio projeto, nesse momento formulamos uma sequência de ações que dariam origem aos seus círculos trigonométricos, demonstrando o valor de cada relação a partir da marcação de todos os ângulos notáveis, inclusive os dos quadrantes II (120° , 135° e 150°), III (210° , 225° e 240°) e IV (300° , 315° e 330°).

Foi esclarecido também para os estudantes que os valores referidos aos ângulos notáveis dos quadrantes II, III e IV têm os mesmos módulos que os ângulos notáveis do I quadrante, variando apenas o seu sinal (positivo ou negativo) a partir das orientações do plano cartesiano, onde o seno é positivo no 1° e 2° quadrante e negativo no 3° e 4° quadrante, já o cosseno é positivo no 1° e 4° quadrante e negativo no 2° e 3° quadrante. No caso dos quadrantes II e III, bastava tomar como base a distância que certo ângulo do I quadrante estava do grau 0 e considerar a mesma distância, partindo do ângulo de 180° , seja no sentido horário (quadrante II) ou anti-horário (quadrante III), o valor referente a esse ângulo do I quadrante, seria o mesmo valor destes outros ângulos, que têm a mesma distância presente nos quadrantes II e III, apenas com a variação do sinal positivo ou negativo. No quadrante IV a lógica seria a mesma, apenas com a alteração de que o grau que eles iriam tomar como base para medir a distância era o grau 0 (ou 360°), assim como no quadrante I, dessa forma eles conseguiram entender que

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



encontrariam quaisquer ângulos notáveis do círculo trigonométrico, sabendo apenas os notáveis do quadrante I.

Após a exposição do conteúdo proposto, pudemos dar início à participação dos estudantes na dinâmica, formamos grupos com 5 alunos e entregamos-lhes todos os materiais necessários para a elaboração do projeto: papel, lápis, borracha, transferidor, régua e compasso. Durante o desenvolvimento da oficina, foi possível observar que os discentes não tiveram dificuldade para desenhar o círculo, nem para fazer as marcações dos ângulos notáveis na circunferência, o único problema observado foi a dificuldade que alguns deles tinham para encontrar os valores do seno e do cosseno, mesmo já sabendo os dos ângulos notáveis do primeiro quadrante. Por esse motivo, reforçamos a explicação para cada grupo separadamente, esclarecendo todo o esquema para se obter tais valores, dessa forma os alunos conseguiram desenvolver a atividade proposta e entregaram os seus círculos trigonométricos muito bem elaborados e com todos os valores correspondentes aos ângulos notáveis dos quatro quadrantes.

A partir da aplicação desta oficina, conseguimos identificar que os alunos tendem a se atrair ainda mais pelo aprendizado quando eles são colocados como protagonistas do processo e não como meros ouvintes, segundo Santos (2014),

O aprendizado é visto de forma mais construtivista, em que o aluno assume o papel de construtor do seu conhecimento e o professor, por meio de suas escolhas metodológicas, procura definir as mais variadas possibilidades de tornar essas experiências mais significativas (SANTOS, 2014, p.01).

Ao sentir-se atraído pela construção do conhecimento, cada discente entende a necessidade da participação individual nessa composição e a importância que esse movimento tem para a sua formação acadêmica e pessoal, dessa forma, além de potencializar o ensino da matemática, essas atividades auxiliam na concretização de uma das principais incumbências da instituição escolar, que é preparar o estudante para exercer de forma ativa a sua vida política e social.

A visualização daquilo que é ensinado aos alunos é uma ferramenta extremamente importante para a efetivação de um conteúdo proposto por um professor, quando o discente retira aquele conhecimento do abstrato e o coloca em uma posição confortável ao seu entendimento, essa habilidade passa a fazer sentido em sua concepção, por esse motivo a demonstração do círculo trigonométrico através de um gráfico pode facilitar consideravelmente o entendimento desses conceitos oriundos da trigonometria. Consonante a isso, Duval (2009, p. 15) explica que as representações semióticas são utilizadas pelos indivíduos na maioria das



vezes para externar as suas representações mentais e com isso facilitar o entendimento daquilo que o mesmo deseja repassar.

Essa ideia de representação semiótica é de fato muito importante para o entendimento da trigonometria, pois quando os conteúdos são apresentados aos alunos sem o auxílio de um gráfico que explicitem o movimento de cada relação, a sua efetiva absorção torna-se algo muito distante, pois o aluno não consegue trazer aquilo que está sendo estudado para o plano das ações, com isso ele não vai conseguir aplicar à sua realidade. Logo, o conteúdo não irá fazer sentido para ele. De acordo com Silva, Araújo, Lourenço, Lins (2016, p.2), o que mais dificulta o aprendizado de determinado conteúdo é o fato dele não fazer parte do cotidiano do estudante, por não se sentir parte daquilo, o discente não encontra aspectos que lhe gerem o interesse de aprender, dessa forma, o conhecimento que deveria fazer sentido para ele passa a ser mais um dos que ele já descartou durante a sua trajetória, por isso há uma importância em dar sentido ao que se está sendo ensinado, para que dessa forma o aluno venha a retirar aquele conhecimento do campo abstrato e o colocar no plano das ações.

Uma das competências mais significativas da trigonometria é o ato de estabelecer relações com as demais ramificações da matemática, a geometria é uma das áreas que mais está presente nas representações da trigonometria, e nessa conexão, ambas as áreas saem em vantagem, pois estudando uma delas conseqüentemente estará estudando a outra, ou seja, ao trabalhar com o ciclo trigonométrico, o professor também estará trabalhando com o círculo, as medidas, os números, o plano cartesiano e as diversas outras áreas da matemática que compõem a trigonometria. Seguindo essa linha de raciocínio, os Parâmetros Curriculares Nacionais vão trazer que

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações [...] (BRASIL, 1999, p. 257).

A geometria, como já abordado anteriormente, é extremamente importante para a origem da trigonometria, mas para além disso, a construção do pensamento geométrico é uma tarefa essencial para nossa evolução como seres humanos. Partindo desse pressuposto, é ideal que os docentes ao trabalharem a trigonometria façam recorrentemente alusão à geometria, pois dessa forma o professor estará estabelecendo uma ligação com o conhecimento já existente e contribuindo para a consolidação desse pensamento geométrico que está em constante construção. Partilhando dessa lógica, os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam a importância da geometria



A geometria constitui a parte mais importante do currículo matemático do aluno, pois através do estudo, o aluno desenvolve um pensamento especial, que possibilitará a compreensão do mundo onde vivemos. São estas ideias as principais norteadoras da presente abordagem. (BRASIL, 1998, p. 57)

A partir dessa ideia e da aplicação dessa teoria conseguimos concluir que evidenciar para os alunos a presença da geometria no desenvolvimento do ciclo trigonométrico é de extrema importância, pois dessa forma os discentes se sentem mais confortáveis em aprender um conhecimento que não lhes é estranho, além de fortalecerem notavelmente os conceitos geométricos que os mesmos detêm. Logo, a geometria torna-se um conhecimento imprescindível para a construção do ciclo trigonométrico, assim como é para o nosso cotidiano.

Além disso, é de total relevância retomar a importância do estudante de estar na posição de protagonista no processo de ensino-aprendizagem. Através desta aplicação conseguimos concluir que o aluno deve possuir a maior parcela de responsabilidade em relação à construção do seu conhecimento, pois dessa forma, ele terá razões para participar efetivamente da aula e assim concretizar o que está sendo proposto. Por fim, o que se conclui com essa análise é que a construção do ciclo trigonométrico trará inúmeros benefícios para o ensino da trigonometria, da geometria e da matemática no geral, por isso esse campo de ensino deve ser cada vez mais pesquisado para que assim os docentes possam utilizar os resultados obtidos em prol da sua evolução e consequentemente da progressão de toda a comunidade acadêmica.

O USO DO GEOGEBRA NA DEMONSTRAÇÃO DO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica que está disponível gratuitamente em várias plataformas, incluindo versões online, e combina diversas áreas da matemática, incluindo geometria, álgebra, cálculo, estatística e planilhas, em uma única plataforma interativa. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter para auxiliar estudantes, professores e profissionais a explorar, visualizar e compreender conceitos matemáticos de forma interativa. Fioreze (2010, p. 54), sobre o uso de novas tecnologias no ensino, afirma que

O uso de novas tecnologias no ensino não deve se limitar a fornecer respostas prontas aos alunos, pois isso restringiria a capacidade criativa e construtiva inerente ao ser humano, que é responsável por desenvolver novas habilidades e perspectivas.

Destarte, o papel do professor é fundamental para que o discente se sinta entusiasmado a erguer conhecimento relacionado com o mundo ao seu redor, contudo, é necessário que o



docente proponha atividades que utilizam recursos tecnológicos a fim de que motive os estudantes para o aprendizado.

Entre os documentos que citam o uso da tecnologia em sala de aula, de acordo com a BNCC:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

A partir disso, utilizamos o recurso tecnológico como uma ferramenta pedagógica para o ensino-aprendizagem da trigonometria por meio da demonstração do círculo trigonométrico. O principal objetivo dessa ferramenta foi para a apresentação do círculo e expor o conteúdo matemático estudado de uma forma aprazível para os estudantes, fugindo um pouco do método tradicional de sala de aula. Vale ressaltar que o uso de tecnologia não tem o propósito de substituir as aulas, mas sim de cooperar com o desenvolvimento e proporcionar uma melhor exploração dos conteúdos abordados na aula.

As atividades acerca do conceito de trigonometria foram aplicadas em uma turma do 3º ano do ensino médio de uma escola pública estadual, EREM Nicanor Souto Maior, localizada no município de Caruaru/PE. Os alunos puderam observar a demonstração do círculo trigonométrico na plataforma do Geogebra facilitando ainda mais a compreensão dos conteúdos que foram abordados em sala de aula.

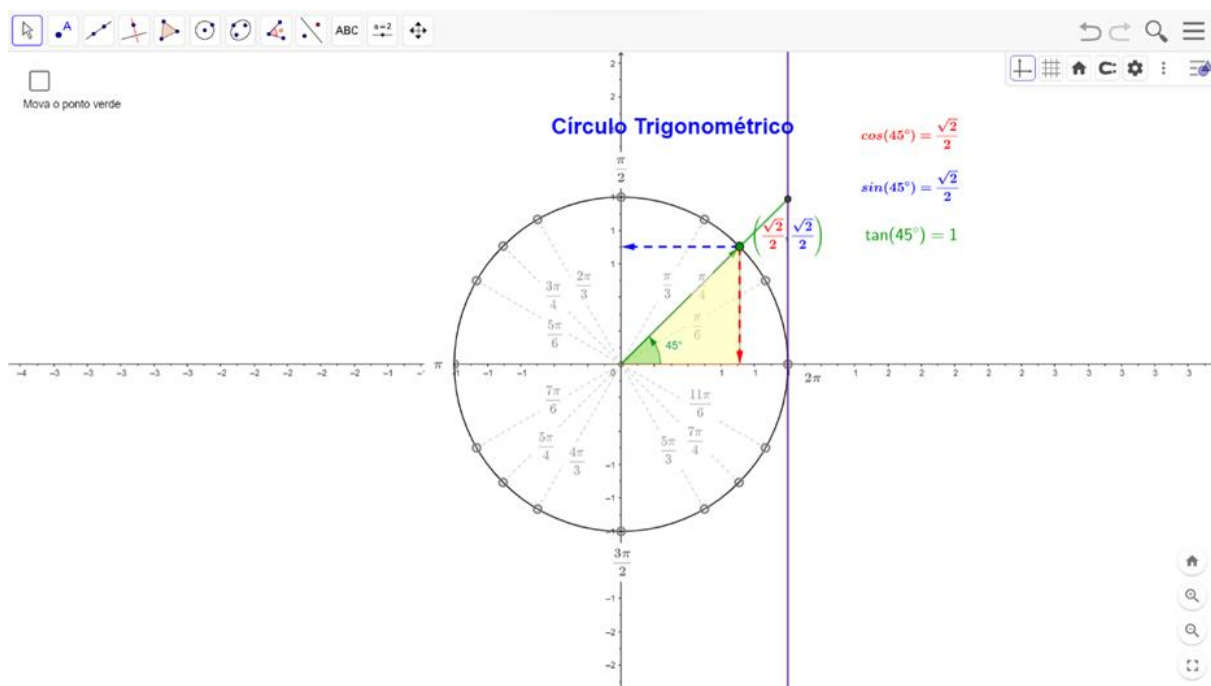
No primeiro momento, foi introduzido o software para os alunos mostrando algumas funcionalidades e ferramentas que podemos utilizar para diversas construções. Na figura 1 há uma construção do círculo trigonométrico em que se pode observar os ângulos notáveis em radianos e o ângulo α em graus na origem do plano cartesiano, o valor do seno representado pela seta tracejada em azul, o valor do cosseno pela seta tracejada em vermelho e a tangente em roxo tangenciando o nosso círculo. Além do mais, há pontos fixados no arco onde se encontram os ângulos notáveis e suas respectivas reduções aos demais quadrantes.

Ao mover o ponto verde localizado na borda da circunferência por todo período de 0 até 2π , podemos notar os valores do cosseno, do seno e da tangente dos ângulos. Com isso, os alunos conseguiram perceber com mais facilidade que o cosseno está situado no eixo x e o seno no eixo y. Ademais, depois de sabermos que o valor da coordenada “x” é o cosseno do ângulo e o valor da coordenada “y” é o seno do ângulo é possível clicar no canto superior esquerdo da caixa e será mostrado todos os valores das coordenadas dos ângulos notáveis, os pontos x e y sendo cosseno e seno, respectivamente.

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



Figura 1 – Círculo trigonométrico no GeoGebra



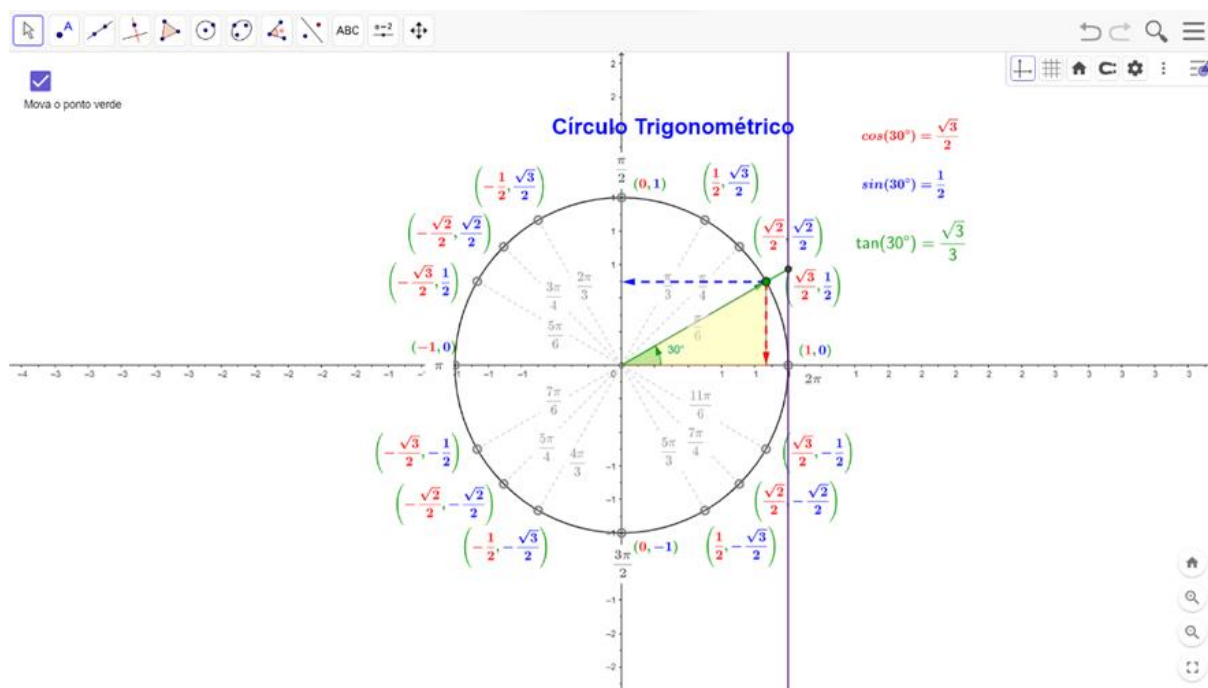
Fonte: autoria própria

Os discentes da turma do 3º ano do ensino médio também puderam reparar por meio de uma aula expositiva com a projeção do software, as relações trigonométricas de um triângulo retângulo e identificar o cateto oposto, cateto adjacente e a hipotenusa, também compreenderam melhor através da visualização e do dinamismo do GeoGebra que o círculo trigonométrico é dividido em 4 partes, chamadas de quadrantes.

Na figura 2, pode-se constatar as coordenadas de todos os pontos dos ângulos notáveis após ter marcado a caixa no canto superior esquerdo, assim os estudantes atentaram sobre o estudo dos sinais e em qual quadrante as relações serão positivas ou negativas. Foi passado alguns exercícios e era solicitado os valores do seno e cosseno de alguns ângulos, depois que os alunos responderam, a atividade foi corrigida com o auxílio do GeoGebra em que movemos o ponto para o ângulo determinado pela questão mostrando assim o valor das coordenadas desse ponto que são os valores do cosseno e do seno.

Figura 2 – Círculo trigonométrico com todas as coordenadas dos ângulos notáveis





Fonte: autoria própria

Os alunos destacaram que a utilização da tecnologia proporciona uma sensação de facilidade e intuição, uma vez que estão imersos nesse ambiente constantemente. Essa familiaridade com o mundo tecnológico torna os recursos digitais particularmente atrativos para os estudantes. Por fim, a integração da tecnologia na educação parece ser bem recebida pelos educandos devido à sua afinidade natural com as ferramentas tecnológicas, o que pode contribuir para um ambiente de aprendizado mais envolvente e eficaz.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O seguinte relato de experiência, teve como objetivo investigar como a construção do círculo trigonométrico com o auxílio de recursos tecnológicos como GeoGebra pode ajudar no entendimento da trigonometria e na constituição de um pensamento geométrico/trigonométrico. E para isso, realizamos uma oficina com os alunos do ensino médio, na qual eles elaboraram seus próprios círculos trigonométricos, utilizando materiais simples seguindo uma sequência de ações.

Dessa forma, podemos afirmar que a hipótese inicial do trabalho foi confirmada, ou seja, que a construção do círculo trigonométrico é uma estratégia didática eficaz para o ensino e aprendizagem da trigonometria no ensino médio. O problema da pesquisa também foi respondido, pois ficou evidente que a construção do círculo trigonométrico pode auxiliar no entendimento da trigonometria.

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



Quanto aos instrumentos de coleta de dados, utilizamos a observação participante, o registro fotográfico e o questionário aplicado aos alunos ao final da oficina. Esses instrumentos se mostraram adequados para captar as impressões, as dificuldades e as aprendizagens dos alunos durante a atividade, bem como para avaliar o nível de satisfação e motivação dos mesmos. Como limitações da pesquisa, podemos apontar o tempo restrito para realização da oficina, que não permitiu explorar outros aspectos da trigonometria, como as funções cotangente, secante e cossecante, as relações trigonométricas fundamentais e identidades trigonométricas. também podemos mencionar o número reduzido de participantes, que não permite generalizar os resultados para outros contextos educacionais.

Por fim, esperamos que este relato de experiência possa contribuir para reflexão e a prática dos professores de matemática que buscam novas formas de ensinar e aprender a trigonometria, valorizando a construção do círculo trigonométrico como uma ferramenta pedagógica que favorece o desenvolvimento do pensamento geométrico/trigonométrico dos alunos.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009. (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.
- FIOREZE, L. A. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais**. 2010. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.
- SILVA, R. D; ARAÚJO, A. M.; LOURENÇO, R. M.; LINS, A. F. **Uma proposta de ensino sobre funções trigonométricas com o aplicativo geogebra**. In: Encontro Paraibano de Educação Matemática, 9., 2016, Campina Grande. Anais eletrônicos... Campina Grande-PB: Realize Eventos e Editora, 2016. Disponível em: http://www.editorarealize.com.br/.../Trabalho_EV065_MD4_SA7_ID121_3010201613. Acesso em 11 de outubro de 2023.
- SANTOS, S. V.; TRIVIZOLI, L. M. **Trabalhando conceitos de trigonometria por meio da história da matemática e de mídias tecnológicas**. Estado do Paraná, Paraná, 2014. Disponível em :http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mydownloads_01/. Acesso em 11 de outubro de 2023.

