



MODO DE EXECUÇÃO DE UMA SITUAÇÃO PARA O DESENVOLVIMENTO DE ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA COM O APOIO DO GEOGEBRA

Tarcis Teles Xavier da Silva¹

PPGECM/UFPE

Resumo

O objetivo deste estudo foi investigar a funcionalidade do uso do GeoGebra para o desenvolvimento da argumentação matemática em um problema de lógica, a partir de um recorte teórico da orquestração instrumental. Como tal, a pesquisa se caracterizou como uma análise a priori da teoria da orquestração instrumental, o modo de execução; momento em que o professor/pesquisador planeja a colocação em cena de sua situação didática. Assim, este artigo indica elementos teóricos, cujo significado pode ser reproduzido/replicado numa eventual situação a ser desenvolvida pelo professor em sala de aula no primeiro ano do Ensino Médio, quanto com estudantes da licenciatura em Matemática

Palavras-chave: Lógica matemática; Argumentação; Orquestração instrumental; GeoGebra.

INTRODUÇÃO

Argumentação é definida como “um processo de estabelecer ou validar uma conclusão com base em razões ou no ato de propor, apoiar, avaliar e refinar o processo, contexto ou produtos de uma investigação” (Sampson; Clark, 2011, p. 66, tradução nossa). Toulmin (1958), o pioneiro desta tendência multidisciplinar na literatura, propôs o Modelo de Argumentação, que é usado para determinar argumentos em numerosos estudos científicos.

Neste modelo, um argumento compreende três elementos, a saber: afirmação, dados e a garantia (Toulmin, 1958). A afirmação é uma declaração a ser apoiada. Os dados do elemento correspondem às evidências apresentadas para apoiar a alegação. Garantia é uma regra de inferência que permite que os dados sejam conectados à afirmação. Além desses elementos, Toulmin (1958) também afirmou que qualificador, refutação e apoio também podem ser necessários para descrever um argumento. Enquanto o qualificador se refere à força do argumento, a refutação expressa um contra-argumento.

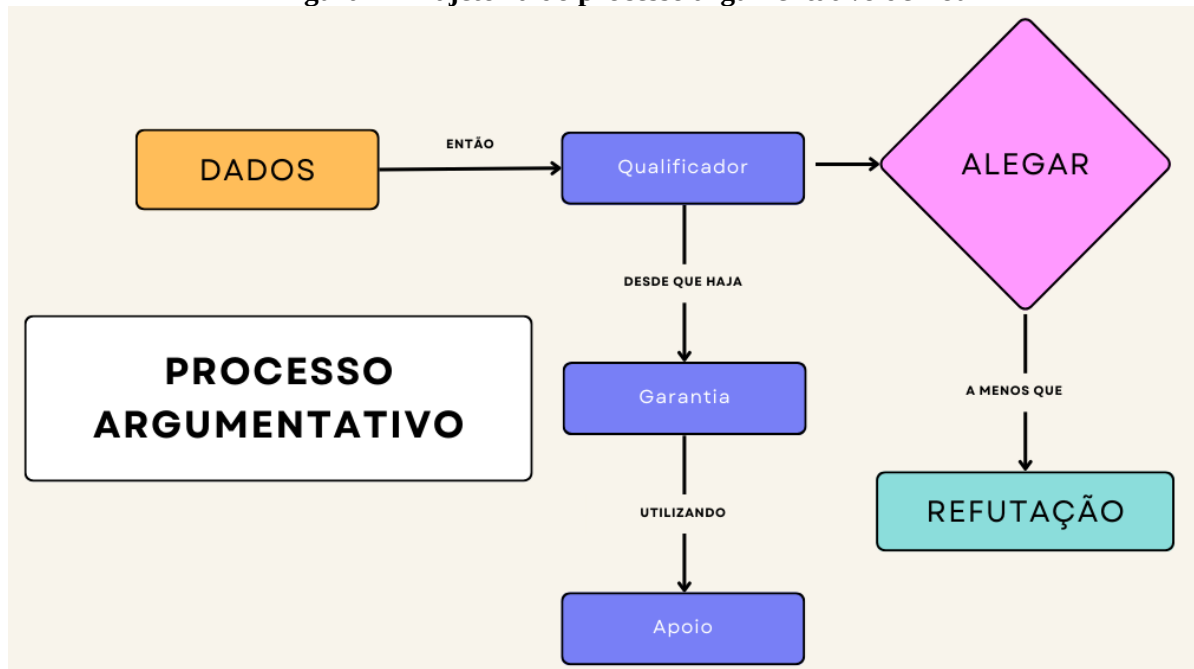
O apoio corresponde à garantia de um argumento. Embora Inglis, Mejia-Ramos e Simpson (2007) afirmem que a versão completa do modelo de Toulmin (1958) precisa ser usada

¹ tarcis.teles@ufpe.br



em matemática, os apoios, qualificadores modais e as refutações, uma vez que são menos frequentemente usados nos estudos relacionados à educação matemática. O esquema de argumentação de Toulmin (1958) foi representado na Figura 1.

Figura 1- Trajetória do processo argumentativo de Toulmin



Fonte: Adaptado de Toulmin (1958)

A importância da argumentação tem aumentado gradualmente na aprendizagem e na educação e muitos investigadores sugeriram que os alunos deveriam participar na discussão para a aprendizagem da matemática (Krummheuer, 1995; Stein, Engle, Smith e Hughes, 2008). Ingles et al. (2007) apontaram que o primeiro pesquisador que integrou o esquema de argumentação de Toulmin no campo da matemática foi Krummheuer (1995) que analisou argumentos matemáticos baseados em sala de aula.

Wentworth (2009) estudou a inclusão de tecnologias que permitem discussões on-line síncronas e assíncronas para explorar a argumentação de futuros professores e alunos do ensino básico. O GeoGebra, por exemplo, foi explorado como um meio na aprendizagem de matemática, no planejamento didático que visa a criação de cenários ricos em tecnologia por meio de uma orquestração instrumental (Teles, 2021; Muniz; Lucena, 2023). Suas aplicações incluem a explicação/visualização de conceitos matemáticos, facilitando as suas compreensões. Ser projetado especificamente para “ensinar vários conceitos na matemática” (Hohenwarter. J Hohenwarter, M., 2009) foi o que tornou essa plataforma tão evidente no ensino.



A presente pesquisa objetiva, portanto, investigar a funcionalidade do uso do GeoGebra para o desenvolvimento da argumentação matemática em um problema de lógica, a partir de um recorte teórico da orquestração instrumental. Este estudo é significativo uma vez que os resultados forneceriam informações para futuros professores e professoras que desejam integrar o GeoGebra e a argumentação nas suas aulas de lógica.

Além disso, uma imagem clara dos possíveis benefícios e problemas que os futuros professores de matemática básica podem enfrentar ao experimentarem a argumentação com o GeoGebra. A seguinte questão de pesquisa norteou o estudo: Quais as vantagens e desvantagens da utilização do GeoGebra no processo de argumentação no ensino de lógica matemática?

ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

O termo “orquestração instrumental” foi introduzido por Trouche (2004) como uma metáfora para comparar a sala de aula a uma orquestra na qual o professor é o maestro, os estudantes os músicos, as tecnologias os instrumentos e as situações de ensino as múltiplas situações desse processo. Segundo Trouche:

Uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. É Sistemático porque como método, desenvolve-se numa ordem definida e com um foco determinado, podendo ser entendido como arranjo integrado a um sistema; é intencional porque uma orquestração não descreve um arranjo existente (sempre existe um), mas aponta para a necessidade de um pensamento a priori desse arranjo (Trouche, 2005, p. 104).

Os elementos fundamentais de uma Orquestração Instrumental (OI) incluem a configuração didática e o modo de execução, ambos destacados pela sua aplicação educacional, que revela a evolução constante durante a sua implementação. De acordo com Drijvers et al. (2010), a configuração didática refere-se à disposição dos componentes no ambiente educacional, ou seja, como o ambiente de ensino é organizado, incluindo as ferramentas tecnológicas e as tarefas realizadas pelos alunos, que também são consideradas parte desse arranjo.

O modo de execução de uma OI envolve as decisões tomadas pelo professor para aproveitá-la em benefício de seus objetivos pedagógicos (Trouche, 2005). Isso abrange aspectos como a introdução e desenvolvimento das tarefas, os possíveis papéis desempenhados pelos elementos a serem executados e a implementação de esquemas e técnicas a serem desenvolvidos e estabelecidos pelos alunos. Portanto, os elementos essenciais de uma OI não

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



são estáticos, mas sim flexíveis e em constante adaptação durante o processo de ensino, em busca de uma aprendizagem eficaz.

A orquestração instrumental permite ainda ao professor “analisar o nível de aprendizagem dos estudantes, pois é durante o planejamento da situação que o professor pode se perguntar como os estudantes poderão mobilizar seus conhecimentos para lidar com as tarefas matemáticas que lhes serão propostas” (Muniz; Lucena, 2023).

METODOLOGIA

Esse estudo foi realizado como uma pesquisa de intervenção de uma orquestração instrumental, em que é apresentado a seguir a componente deste aporte teórico-metodológico: descrição da situação a ser resolvida e o modo de execução. Nesta última, é descrita uma análise a priori das questões, prevendo possíveis dificuldades dos estudantes nas questões apresentadas na situação matemática².

Situação matemática: Feitiço do Dragão

A bruxa Brunilda deu à sua coruja Sabichuda uma colher de poção mágica, achando que era xarope para a tosse. O resultado foi este:

Sabichuda se transformou em um dragão de três cabeças e três caudas! Para desfazer esse feitiço, Brunilda precisará cortar todas as cabeças e todas as caudas do dragão com sua espada mágica. Mas, atenção, com sua espada a bruxa só pode cortar de cada vez: ou uma cabeça, ou duas cabeças, ou uma cauda ou duas caudas. E, além disso:

- *Se cortar uma cabeça, nasce outra cabeça;*
- *Se cortar duas cabeças, nada nasce;*
- *Se cortar uma cauda, nascem outras duas caudas;*
- *Se cortar duas caudas, nasce uma cabeça.*



Como a Brunilda pode desfazer o feitiço?

² A situação foi adaptada do Portal da OBMEP. Disponível em <<https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=160>>.

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



RESULTADOS E DISCUSSÕES

Em um primeiro momento, há necessidade de entender os possíveis esquemas e antecipar as estratégias dos alunos na configuração didática desse sistema. Depois de ser lançado o feitiço, o dragão ficou com um total de três cabeças e três caudas. Então, devemos categorizar esses possíveis esquemas. Elaboramos o Quadro 1 contendo as possibilidades para utilizar nas resoluções:

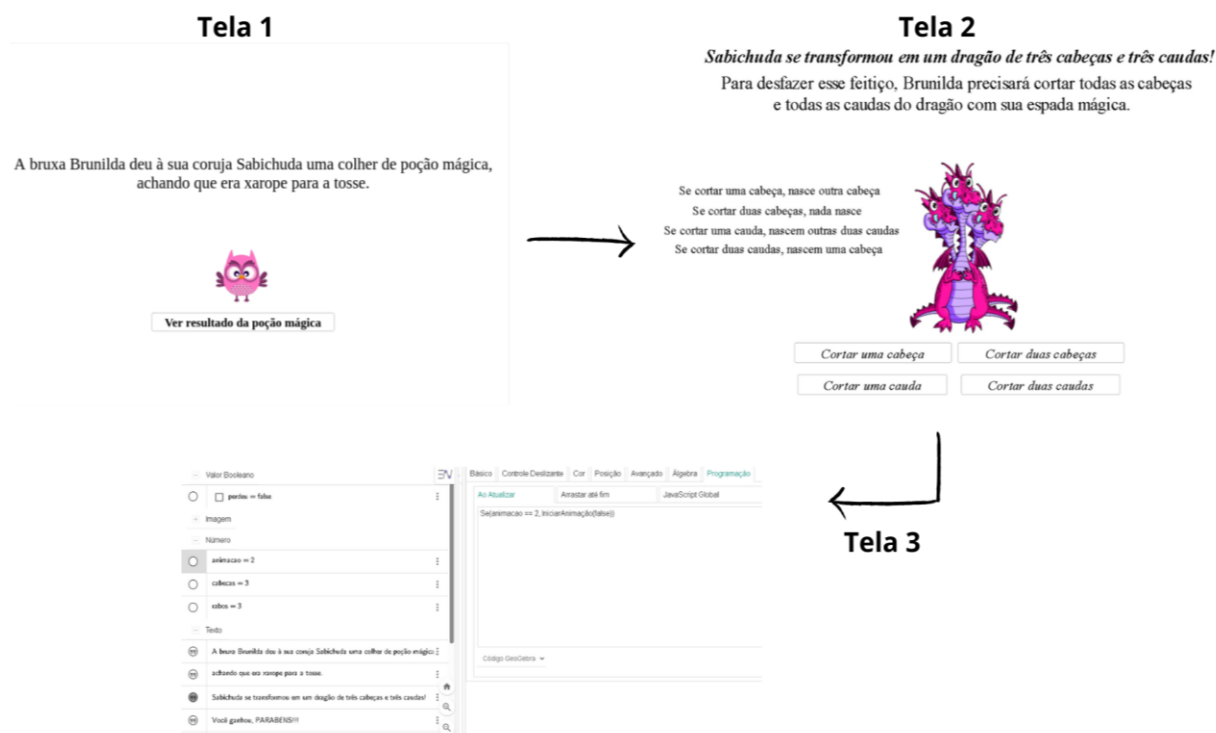
Quadro 1 – Possibilidades de resolução para os estudantes

Nº	Afirmação	Consequência
1	Ao cortar uma cabeça	Sempre nascerá outra. Portanto essa ação se torna inutilizável.
2	Ao cortar duas cabeças	Nada nasce
3	Ao cortar uma cauda	Nascem duas outras cabeças
4	Ao cortar duas caudas	Nasce uma outra cabeça

Fonte: O autor.

A partir dessas informações, adaptamos o problema para o ambiente on-line do GeoGebra. Observe a Figura 2, abaixo como está organizado as telas do GeoGebra.

Figura 02 – Telas no GeoGebra



Fonte: O autor (2023)

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



Na tela um, está disposto a introdução do problema. Na ferramenta **BOTÃO**, na janela **PROGRAMAÇÃO AO CLICAR**, utilizamos a seguinte sentença para realizar as animações:

```
IniciarAnimação(animacao)
```

```
TocarSom("https://drive.google.com/file/d/1GnkUiitdCkjmBzcyYd9u41ZV4_X3FHnp/view?usp=sharing")
```

O link do google drive inserido, adiciona um som de trovão para dar um efeito de imersão ao contexto. Ao clicar no botão, o estudante será direcionado para a segunda tela, onde pode interagir com mais quatro botões, criados a partir do Quadro 1. A programação de tais botões estão disponíveis na tela 3.

Depois de criado esse ambiente³, precisamos analisar a partir das regras, a melhor estratégia para solução. O menor caminho lógico se divide em nove passos:

1º Passo: Cortar duas cabeças, restando uma cabeça e três caudas;

2º Passo: Cortar duas caudas, restando duas cabeças e uma cauda;

3º Passo: Cortar duas cabeças, restando zero cabeças e uma cauda;

4º Passo: Cortar uma cauda, restando zero cabeças e duas caudas;

5º Passo: Cortar uma cauda, restando zero cabeças e três caudas;

6º Passo: Cortar duas caudas, restando uma cabeça e uma cauda;

7º Passo: Cortar uma cauda, restando uma cabeça e duas caudas;

8º Passo: Cortar duas caudas, restando duas cabeças e zero caudas;

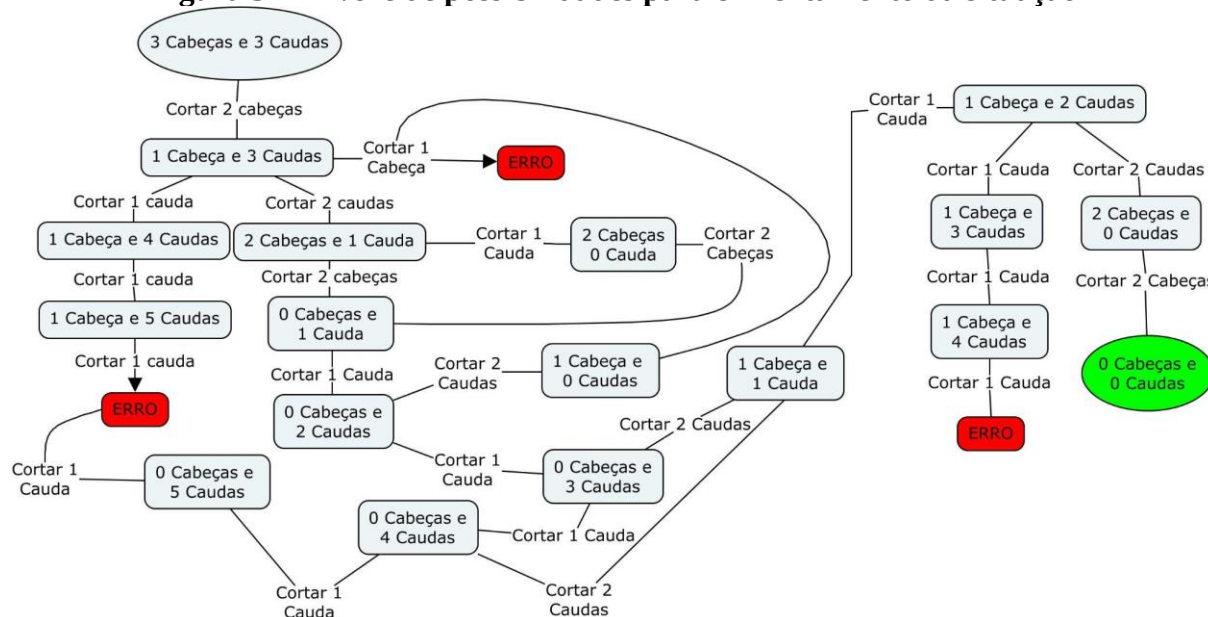
9º Passo: Cortar duas cabeças, restando zero cabeças e zero caudas.

Para compreender os outros caminhos lógicos e o porquê existir sequências cíclicas levarem ao erro, enunciamos a árvore de possibilidades a seguir:

³ Situação criada no ambiente no GeoGebra disponível em <<https://www.geogebra.org/m/rfntyrej>>.

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



Figura 3 – Árvore de possibilidades para enfrentamento da situação

Fonte: O autor (2023)

Essa situação foi planejada para ser aplicada em turmas de 1º ano do Ensino Médio, considerando as estruturas lógicas a serem desenvolvidas. Após sua enunciação, os alunos precisam agir em dupla, onde ambos atuam na organização dos múltiplos caminhos possíveis usando os seus esquemas individuais e criando esquemas coletivos. Esta situação tem por objetivo explorar a dinamicidade do GeoGebra para encontrar a melhor lógica matemática e usar os processos argumentativos que sustentem tais afirmações.

Dessa forma, a melhor organização de enfrentamento, será com a utilização de *smartphones* para o acesso ao GeoGebra, e com lápis e papel disponível para complementar os artefatos utilizados.

O Modelo de Argumentação de Toulmin (1958) pode ser utilizado para determinar os argumentos dos participantes. Ao utilizar os elementos argumentativos predefinidos de Toulmin (1958), o pesquisador/professor terá a oportunidade de organizar os argumentos do GeoGebra e dos rascunhos dos alunos, de forma que sejam comparáveis porque discutiram a mesma situação. Se houve tentativa de estruturar uma árvore de possibilidades, se apenas houve esquemas de tentativa e erro, ou até a possibilidade de não achar a resposta conscientemente.

Pensando nas principais limitações ou possibilidades com a plataforma GeoGebra, a análise a priori indicou inicialmente que há algumas desvantagens no uso do GeoGebra na argumentação e podem ser antecipadas pelo professor. Um deles é que a cada erro dos estudantes ao seguir uma linha lógica, o sistema se reinicia, dificultando a construção de pensamento. Portanto, será interessante que ambos sujeitos da dupla, procurem explorar

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



caminhos diferentes, pois facilitará a exaustão. Os participantes devem ser orientados a seguir e contribuir com os argumentos dos outros no processo de argumentação coletiva para chegar a uma conclusão.

Na argumentação coletiva, os argumentos são desenvolvidos através da participação de dois ou mais alunos (Krummheuer, 1995). Para dar sentido crítico aos argumentos desenvolvidos, a interação com outros alunos foi considerada crucial na argumentação coletiva (Yackel, 2002). Assim, os professores devem promover as interações dos alunos, reformulando as suas afirmações e fazendo perguntas investigativas do tipo “porquê” durante a argumentação, assumindo mais um papel de questionador e instigador do que fornecendo respostas e sanando as dúvidas que vão emergir.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo principal explorar como o GeoGebra pode ser efetivamente incorporado ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, especificamente no contexto do primeiro ano do Ensino Médio e com estudantes de licenciatura em Matemática no ensino de lógica matemática. Procuramos identificar elementos teóricos que poderiam ser aplicados em situações reais em sala de aula, com o objetivo de melhorar a compreensão da lógica matemática e o desenvolvimento de habilidades argumentativas entre os alunos.

Para alcançar esse objetivo, adotamos uma abordagem de análise a priori, baseada na teoria da orquestração instrumental, que se concentra no momento em que o professor ou pesquisador planeja a implementação de uma situação didática. Planejamos uma atividade em que os alunos, equipados com *smartphones* para acesso ao GeoGebra e lápis e papel para complementar os artefatos utilizados, trabalhem em duplas. Eles seriam desafiados a explorar múltiplos caminhos possíveis para resolver um problema de lógica, utilizando tanto seus esquemas individuais quanto criando esquemas coletivos.

Nossos principais resultados indicam que o GeoGebra pode ser uma ferramenta valiosa para promover a argumentação matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico. No entanto, identificamos algumas limitações, como o fato de que o sistema reinicia a cada erro dos estudantes, o que pode dificultar a construção do pensamento lógico. Para superar esse desafio, recomendamos que os participantes explorem diferentes abordagens e compartilhem argumentos durante o processo de argumentação coletiva.

Anais do VII EMAP – Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano. Caruaru - Pernambuco, Brasil, 2023.



A análise também revelou a importância da interação entre os alunos durante a argumentação coletiva. A participação de dois ou mais alunos no desenvolvimento de argumentos, juntamente com a orientação do professor no papel de questionador e instigador, mostrou-se crucial para a promoção do pensamento crítico e para a construção de argumentos sólidos.

Portanto, nossas descobertas destacam a relevância do GeoGebra como uma ferramenta de apoio ao ensino da matemática, mas também ressaltam a importância da interação social e da orientação do professor para maximizar seus benefícios. Como sugestões para futuras pesquisas, recomendamos investigar outras ferramentas educacionais digitais e realizar estudos de caso mais extensos em sala de aula para avaliar o impacto a longo prazo do uso do GeoGebra e estratégias de ensino relacionadas. Esta pesquisa contribui para o campo da educação matemática, fornecendo *insights* valiosos sobre como melhorar a argumentação matemática e o pensamento crítico entre os estudantes.

REFERÊNCIAS

- DRIJVERS, P. DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, K.; GRAVEMEIJER, K. The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, v. 75, n. 2, p. 213–234, 2010.
- HOHENWARTER, Judith; HOHENWARTER, Markus; LAVICZA, Zsolt. Introducing dynamic mathematics software to secondary school teachers: The case of GeoGebra. **Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching**, v. 28, n. 2, p. 135-146, 2009.
- INGLIS, M.; MEJIA-RAMOS, J. P.; SIMPSON, A. Modelling mathematical argumentation: the importance of qualification. **Educational studies in mathematics**, v. 66, n. 1, p. 3–21, 2007.
- KRUMMHEUER, G. **The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1995.
- MUNIZ, M.; LUCENA, R. Análise a priori de atividade sobre funções com o olhar da teoria dos registros de representação semiótica. Congresso Brasileiro GeoGebra, 3; Dia Iberoamericano GeoGebra, 10. **Anais ...** Caruaru, PE: Fisem, 2023.
- SAMPSON, V.; CLARK, D. B. A comparison of the collaborative scientific argumentation practices of two high and two low performing groups. **Research in science education**, v. 41, n. 1, p. 63–97, 2011.
- STEIN, M. ENGLE; SMITH; HUGHE. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical thinking and learning**, v. 10, n. 4, p. 313–340, 2008.



TELES, Tarcis. **Aprendizagem no ensino remoto: a gênese instrumental de licenciandos com o GeoGebra em dispositivos móveis**. Monografia de Trabalho de Conclusão de curso, Matemática Licenciatura, Universidade Federal de Pernambuco - Campus do Agreste, UFPE/CAA, 2021.

TOULMIN, S. **The uses of argument**. Cambridge: Cambridge University Press, v. 69, n. 3, p. 399, 1958.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations. **Recherches en didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 25, p. 91-138, 2005.

WENTWORTH, B. **Argumentation in an online mathematics course** (Unpublished doctoral dissertation). The University of Minnesota. Minnesota, USA, 2009.

YACKEL, E. What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. **The journal of mathematical behavior**, v. 21, n. 4, p. 423–440, 2002.

