

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

TEORIA QUÂNTICA DE CAMPOS

REBECA MACIEL DA SILVA¹

CÉSAR OSWALDO VASQUEZ FLORES²

AFILIAÇÃO

¹ Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL) – Centro Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas – Rua Godofredo Viana, 1300 R – Centro, Imperatriz – MA, 65900-000.

² Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL) – Centro Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas – Rua Godofredo Viana, 1300 R – Centro, Imperatriz – MA, 65900-000.

RESUMO

A teoria quântica de campos (TQC) é uma estrutura matemática que desempenha um papel fundamental na descrição da natureza, representando um dos pilares da física contemporânea. Ela abrange uma ampla gama de aplicações no mundo da física, destacando-se principalmente em dois domínios: a física de partículas elementares e a matéria condensada. Essas duas áreas que se são essenciais para o desenvolvimento da física, sem dúvida, têm se beneficiado enormemente TQC e suas previsões têm sido confirmadas experimentalmente com notável precisão. Na física de partículas elementares, a TQC é a linguagem matemática que permite aos cientistas modelar e compreender as interações das partículas subatômicas, bem como descrever os fenômenos que ocorrem em aceleradores de partículas, como o Grande Colisor de Hádrons (LHC). Por outro lado, na matéria condensada, a TQC é essencial para entender como os átomos e moléculas se organizam em sólidos e líquidos, levando a propriedades fascinantes como supercondutividade e magnetismo. Portanto, a TQC não é apenas uma linguagem matemática; é o alicerce sobre o qual a física contemporânea está construída, impactando nossa compreensão do universo e impulsionando avanços tecnológicos em todo o mundo. É uma área de estudo indispensável para qualquer pessoa interessada em explorar os mistérios do mundo subatômico e da matéria condensada, assim como para aqueles que desejam compreender os pilares da física moderna. As ideias e conceitos de TQC permeiam, contudo, toda a física moderna, sendo seu conhecimento essencial para o conhecimento de diversas áreas da física em particular o mundo subatômico, mesmo para os que não venham a ser propriamente praticantes de TQC em seu dia a dia profissional e assim pavimentando o caminho para novas descobertas e compreensão em nossa exploração contínua do mundo físico.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria de campos; Física de partículas; Mecânica quântica.

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

INTRODUÇÃO

A teoria quântica de campos (abreviada para TQC ou QFT, do inglês, Quantum field theory) é um conjunto de ideias e técnicas matemáticas usadas para descrever quanticamente sistemas físicos que dispõem de um número infinito de graus de liberdade. A TQC fornece a estrutura teórica usado em diversas áreas da física, tais como física de partículas elementares, cosmologia e física da matéria condensada.

A pesquisa desenvolvida nesse trabalho é fundamentada na base para o entendimento de física de partículas, no qual foi utilizado pesquisas e estudos sobre a TQC. Por muito tempo o principal paradigma da física (ainda forte até agora) tem sido procurar processos de unificação e simplificação dos princípios fundamentais do funcionamento do mundo físico. Assim, um dos processos de unificação a ser construído foi a união dos princípios da relatividade restrita (RR) e da mecânica quântica (MQ), mas esse plano teve muitas complicações iniciais. Por exemplo, se interpretarmos as equações relativísticas de Klein-Gordon ou Dirac como generalizações da densidade de probabilidade proveniente da função de onda deixa de ser positiva definida. A metodologia de trabalho usual da MQ fica então seriamente comprometida.

No âmbito deste estudo atual, exploraremos uma perspectiva mais contemporânea que aponta para a melhor descrição das interações fundamentais da natureza: o conceito de campo. Aqui, um campo é simplesmente uma função definida no espaço-tempo, permitindo uma abordagem mais holística para entender os fenômenos físicos, além disso, adentraremos no conceito de segunda quantização, que eleva a própria função de onda ao estatuto de um operador, proporcionando uma visão ainda mais profunda e completa das complexidades do universo quântico. Esse enfoque inovador nos oferece um panorama promissor para a resolução das complexidades iniciais na busca da unificação entre a RR e a MQ, pavimentando o caminho para novas descobertas e compreensão em nossa exploração contínua do mundo físico.

METODOLOGIA

Este projeto é uma abordagem teórica inserida na área das Ciências Exatas e da Terra, que combina conhecimentos interdisciplinares de Física, Matemática e Ciência da Computação. Sua jornada começa com um abrangente levantamento bibliográfico, abrangendo desde as referências mais fundamentais até as pesquisas mais recentes publicadas em periódicos e livros especializados. Nossa principal base de referência é o livro *Quantum Field Theory* de Tom

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

Lancaster e Steffen J. Blundell. Através deste método, buscamos obter uma compreensão holística do tópico, indo de uma visão geral até a exploração dos conhecimentos específicos que são o cerne de nosso interesse.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com Scatena (2012) a TQC nasceu mediando a necessidade da união da relatividade especial com a MQ, e foi a partir dessa união que se formou o que conhecemos hoje como teoria das cordas. A TQC pode ser conceituada como um conjunto de ideias e ferramentas nas quais envolvem três campos da física moderna, sendo a teoria quântica, o conceito de campo e o princípio da relatividade.

A TQC fornece um ótimo alicerce para a física de partículas elementares, mas não apenas para esse campo da física, como também gera um grande material de estudo para o desenvolvimento dos seguintes campos da física: física nuclear, física atômica, física de matéria condensada e astrofísica. Já sendo do conhecimento de todos, a matemática é uma linguagem que a física usa para desenvolver as suas teorias, mas a TQC em especial, criou novas pontes entre a física e a matemática, pelo fato do seu início ser através de melhorias para as aplicações das equações do matemático e física Isaac Newton (SCATENA, 2012).

Contudo temos que a TQC é uma aplicação na junção da MQ e da relatividade aos campos de pesquisas teóricas que são usados na física de partículas e na física de matéria condensada. Em uma denominação mais antiga, a TQC era denominada como segunda quantização, pois ela realiza a quantização de campos juntamente com a MQ que faz a quantização apenas da matéria (BASSALO, 2006).

O objetivo da mecânica clássica é, em geral, deduzir e resolver as equações de movimento para um dado sistema. Esta disciplina fundamental da física oferece um quadro conceitual sólido para a compreensão do comportamento dos corpos em movimento, a mesma abrange as leis do movimento formuladas por Isaac Newton no século XVII, que estabeleceram os princípios básicos que governam o movimento de objetos macroscópicos. A mecânica clássica trata de conceitos como força, massa, aceleração e energia, fornecendo as ferramentas matemáticas necessárias para descrever e prever o comportamento de sistemas físicos, desde partículas individuais até sistemas complexos, como planetas em órbita (MONERAT, 2008).

A mecânica Lagrangiana é uma poderosa e elegante abordagem à física, que oferece uma maneira alternativa de descrever o movimento dos sistemas físicos, em vez de usar as

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

tradicionais equações de Newton baseadas em forças, a mecânica Lagrangiana se baseia no princípio de ação mínima, formulado pelo matemático e físico Joseph-Louis Lagrange, esse princípio afirma que o caminho real seguido por um sistema entre dois pontos no espaço-tempo é aquele que minimiza a integral da diferença entre a energia cinética e a energia potencial ao longo desse caminho. A mecânica Lagrangiana permite uma descrição mais geral dos movimentos, levando em consideração as coordenadas generalizadas do sistema e suas derivadas em relação ao tempo (NETO,2004). Em sua formulação Lagrangiana, a equação de movimento para um dado sistema pode ser calculada usando a Equação (1) de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} = 0 \quad (1)$$

Onde L é a Lagrangiana, dada pela diferença entre a energia cinética T e a energia potencial V , como mostrado na Equação (2):

$$L(q, \dot{q}, t) = T(\dot{q}) - V(q, t) \quad (2)$$

Em palavras, a equação de Euler-Lagrange é a condição que a trajetória $q(t)$ que minimiza a ação, como mostra a Equação (3)

$$S[q(t)] = \int_{t_i}^{t_f} dt L[q(t), \dot{q}(t), t] \quad (3)$$

Em outras palavras, uma solução dessa equação corresponde a uma trajetória que minimiza a ação. A ideia fundamental subjacente à formulação Lagrangiana é que a natureza segue o caminho de menor ação, o que significa que a trajetória de mínima ação é a descrição precisa do comportamento do sistema. Vale lembrar que $q(t)$ representa uma trajetória no espaço de configuração, com $3N$ coordenadas, portanto, para aplicar efetivamente a formulação Lagrangiana em situações reais, é necessário resolver várias equações de Euler-Lagrange, como demonstrado na Equação (4):

$$\frac{\partial \mathcal{L}(q^A, \dot{q}^A, t)}{\partial q^A} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(q^A, \dot{q}^A, t)}{\partial \dot{q}^A} \right) = 0 \quad (4)$$

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

A mecânica Hamiltoniana é outra abordagem fundamental da física que oferece uma perspectiva complementar à mecânica Lagrangiana. Desenvolvida por William Rowan Hamilton no século XIX, esta abordagem descreve sistemas físicos de uma maneira que enfatiza as coordenadas generalizadas do sistema e suas conjugadas, conhecidas como momentos generalizados. A principal equação da mecânica Hamiltoniana é a equação de Hamilton, que descreve a evolução temporal do sistema em termos das derivadas das coordenadas generalizadas em relação às conjugadas, ela se faz útil em problemas em que as energias cinética e potencial do sistema são explicitamente separáveis e quando se deseja uma abordagem que conserve a energia ao longo do tempo. A mesma desempenha um papel crucial na mecânica clássica e é uma ferramenta fundamental na descrição e resolução de sistemas físicos, desde partículas subatômicas até sistemas macroscópicos complexos (NETO,2004). Na formulação hamiltoniana, a equação de movimento para um dado sistema pode ser calculada usando as equações de Hamilton, como vemos na Equação (5) e Equação (6):

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial q} \quad (5)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad (6)$$

Onde H é a hamiltoniana, dada pela soma da energia cinética T e da energia potencial V como demonstrado na Equação (7):

$$H(q, p) = T(p) + V(q) \quad (7)$$

Quando se deseja usar as equações de Hamilton para descrever sistemas concretos, devemos nos lembrar de usar todas as $6H$ coordenadas do espaço de fase, como mostrado na Equação (8) e Equação (9):

$$\frac{dp_i}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial q_i} \quad (8)$$

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad (9)$$

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

Fazendo o uso do cálculo variacional para encontrar o mínimo de S , obtemos as equações de Hamilton. Também deduzimos a equação de movimento de Hamilton, onde $\{ , \}$ denota os parênteses de Poisson, como mostra a Equação (10):

$$\{A, B\} \equiv \frac{\partial A}{\partial q} \frac{\partial B}{\partial p} - \frac{\partial A}{\partial p} \frac{\partial B}{\partial q} \quad (10)$$

Com isto, tendo ciência que existiu um grande esforço para unir a RR e a MQ, e finalmente foi comprovado que a TQC é a melhor alternativa para cumprir com este objetivo, até o momento não existe alguma outra proposta melhor. Existem também diferentes formas de abordar TQC sendo as duas principais as quantizações canônica e funcional. Nesta última, que não será tratada aqui, as amplitudes de transição são calculadas através de integrais funcionais de Feynman. Por razões didáticas, no entanto, para uma primeira visão rápida da TQC, abordaremos aqui somente a quantização canônica.

A primeira coisa a ser feita é o processo de modelagem do sistema físico conhecido como campo, que é entendido como um sistema contínuo e que se estende numa grande região do espaço. Nesse contexto podemos utilizar a teoria clássica de campos. Para isso, iremos considerar o caso mais simples, um campo escalar, a Equação (11) mostra isso:

$$S = \frac{1}{2} \int d^4x (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2) \quad (11)$$

Essa é chamada de equação de Klein-Gordon. A solução para essa equação pode ser expressa na seguinte forma que mostra a Equação (12):

$$\varphi(x, t) = \int \frac{d^3k}{f(k)} a(k) e^{ik \cdot x - i\omega t} + b(k) e^{ik \cdot x - i\omega t} \quad (12)$$

Onde os $a(\mathbf{k})$ e $b(\mathbf{k})$ são funções arbitrárias.

Até esse ponto, essa solução corresponde a um campo clássico e ainda não foram impostos os princípios da mecânica quântica. Para cumprir com esse objetivo, podemos expressar esses coeficientes na seguinte forma, mostrada na Equação (13):

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

$$a(k) = \int d^3x e^{-ikx} [i\partial_0 \varphi(x) + \omega \varphi(x)] \quad (13)$$

É nesse momento que é possível considerar essas grandezas como objetos quânticos. Assim, iremos impor condições de quantização, as quais são as seguintes Equação (14), Equação (15) e Equação (16):

$$[a(k), a(k')] = 0 \quad (14)$$

$$[a^\dagger(k), a^\dagger(k')] = 0 \quad (15)$$

$$[a(k), a^\dagger(k')] = (2\pi)^3 2\omega \delta^3(k - k') \quad (16)$$

Logo, com essas equações podemos escrever a Hamiltoniana, como mostra a Equação (17):

$$H = \int d^3k \omega a^\dagger(k) a(k) + (\varepsilon_0 - \Omega_0) V \quad (17)$$

Onde, como representa a Equação (18):

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} (2\pi)^{-3} \int d^3k \omega \quad (18)$$

É a energia do ponto zero, a qual se integrada sobre todos os valores permitidos de k , termina tendo um valor infinito. Para isso é necessário impor um limite superior para $k = \Lambda$, como mostra a Equação (19):

$$\varepsilon_0 = \frac{\Lambda^4}{16\pi^2} \quad (19)$$

O qual é chamado de corte ultravioleta. O que termina sendo justificado, já que a teoria deve deixar de ser válida para algum limite superior de energia.

CONCLUSÕES

Neste trabalho, esforçamo-nos para apresentar o formalismo da MQ de maneira clara e concisa, enfatizando sua transição gradual para a complexidade fascinante da Mecânica

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

Quântica. É inegável que o campo abordado aqui é vasto, com inúmeras nuances e desdobramentos a serem explorados. No decorrer deste trabalho, estabelecemos uma base sólida, desenvolvendo conceitos fundamentais das formulações Lagrangeana e Hamiltoniana. Como demonstrado no trabalho, essas formulações são altamente relevantes para entender os princípios da Mecânica Quântica.

Este conteúdo poderia ser incorporado de maneira mais instrutiva nos cursos de graduação em Física, oferecendo aos estudantes uma boa base para compreender e admirar a Mecânica Quântica. Tal abordagem poderia enriquecer de uma forma significativa o conhecimento e a compreensão dos estudantes, assim permitindo-lhes explorar de maneira mais profunda o intrigante mundo da Mecânica Quântica

APOIO FINANCEIRO

Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do
Maranhão – FAPEMA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDALLA, Elcio. Teoria quântica da gravitação: cordas e teoria M. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 27, p. 147-155, 2005.

ALVES, Gabriel O. Mecânica Lagrangiana e Hamiltoniana.

BASSALO, J.M. Filardo. Eletrodinâmica Quântica. 1.ed. Livraria da Física. São Paulo, 2006.

FREIRE JUNIOR, Olival; GRECA, Ileana Maria. Informação e teoria quântica. Scientiae Studia, v. 11, p. 11-33, 2013.

MENEZES, Débora Peres. Introdução à física nuclear e de hádrons/ Débora Peres Menezes, Kauan Dalfovo Marquez, Tiago José Nunes da Silva. 2 ed. Rev. e ampl. São Paulo: Livraria da Física, 2022

MOLINA, Mirian Castejon. Formalismo canônico da mecânica clássica: alicerce da mecânica quântica. 2011.

MONERAT, Germano Amaral et al. O Formalismo Variacional de Lagrange e Hamilton no ensino de Mecânica Básica na graduação em Engenharia. Revista de Ensino de Engenharia, v. 26, n. 1, 2008.

NETO, João Barcelos. Mecânica Newtoniana, Lagrangiana e Hamiltoniana. Editora Livraria da Física, 2004.

PEREIRA, Rodrigo Gonçalves; MIRANDA, Eduardo. Introdução à teoria quântica de campos: do oscilador harmônico ao campo escalar livre. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 24, p. 237-246, 2002.

SCATENA, Esley Gonçalves. Tópicos em teoria quântica de campos. 2012.



Universidade Estadual
da Região Tocantina
do Maranhão



VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 09 de novembro de 2023- Imperatriz - MA

TAYLOR, John R. Mecânica clássica. Bookman Editora, 2013.