

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS PARA OTIMIZAÇÃO DO TEMPO SEMAFÓRICO

JOICYANE MATOS COSTA SANTOS¹

ANDREY BRITO NASCIMENTO²

AFILIAÇÃO

¹Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão – CCHSTL – Rua Topázio, 100 – Vila São Francisco – CEP: 65930-000.

²Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão – CCHSTL – Rua Topázio, 100 – Vila São Francisco – CEP: 65930-000.

RESUMO

A qualidade de vida está intrinsecamente ligada à mobilidade e um trânsito seguro e eficiente é um componente fundamental desse conceito. Desse modo, a sinalização semafórica é um método eficaz de gerenciamento de tráfego que está em constante evolução, a fim de otimizar os tempos de espera e a qualidade de vida dos indivíduos. Contudo, sua eficácia depende de uma programação precisa que garanta a fluidez do trânsito e evite complicações, uma vez que, a instalação inadequada pode agravar ainda mais o problema. Assim, a problemática deste trabalho consiste em estimar um valor de tempo semafórico τ que garantirá uma baixa probabilidade de um veículo parar em um semáforo e esperar mais que o tempo semafórico daquele local. Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo determinar um modelo matemático que calcule o tempo de duração τ de um semáforo, minimizando a probabilidade de repetição para um veículo. Para tanto, foi realizado uma análise da literatura em estudos científicos para construção dos conceitos a serem trabalhados no projeto. Em seguida, através das principais variáveis da teoria das filas e de modelos probabilísticos, foi elaborada uma expressão para calcular o tempo semafórico ideal e, posteriormente, um algoritmo de simulação foi utilizado para simular uma via simples de tráfego. Com isso, pôde-se concluir que os resultados obtidos foram satisfatórios para o contexto do trabalho, uma vez que o tempo resultante aumenta a fluidez do trânsito e é essencial para a melhoria da mobilidade urbana. Por meio do valor de τ é viável otimizar a programação dos tempos semafóricos das

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

vias, resultando em uma melhoria significativa na qualidade de vida da população em geral. Por fim, é válido ressaltar que esse estudo considera um modelo simplificado, com um sistema de fila único que envolve apenas um servidor, sem considerar interseções semaforicas ou ultrapassagens de veículos.

PALAVRAS-CHAVE: Mobilidade urbana; tempo semaforico; algoritmo;

INTRODUÇÃO

A mobilidade urbana é um fator primordial quando se trata da qualidade de vida dos indivíduos. Para a população brasileira, essa mobilidade é um reflexo do crescimento rápido e desordenado das cidades, aliada ao aumento exponencial da aquisição de veículos de uso individual em detrimento aos de uso coletivo, tais como ônibus, táxi e metrô. Nessa perspectiva, pode-se observar que a mobilidade nas vias urbanas brasileiras não é satisfatória aos veículos ou pedestres, uma vez que o aumento da frota de automóveis gerou sérios problemas de gerenciamento de tráfego, o que resulta em longos congestionamentos e acidentes de trânsito, especialmente nos horários de pico (Denatran, 2017).

Embora o aumento do fluxo de veículos nas cidades tenha destacado esses problemas de mobilidade, vale ressaltar que esse caos presente no trânsito urbano não é recente. Assim, mesmo antes dos veículos motorizados serem criados, já existiam artifícios usados para minimizar engarrafamentos e o tempo de deslocamento dos automóveis. Dessa forma, o uso de sistemas para o controle de tráfego remonta aos tempos antigos. Entretanto, o marco inicial na modernização desses dispositivos se deu apenas no início do século XX, quando o engenheiro britânico J.P. Knight desenvolveu um controlador de tráfego movido a gás. Com isso, o primeiro semáforo do mundo foi instalado no ano de 1868 em Londres, na Inglaterra, com lâmpadas verdes e vermelhas a gás para uso noturno (Silvestre, 2017).

De acordo com o Manual Brasileiro De Sinalização De Trânsito (2014), a sinalização semaforica pode ser definida como um sistema de sinais de trânsito que utiliza indicações luminosas para passar diferentes mensagens aos usuários das vias públicas. No geral, ela é uma forma eficiente de gerenciar o tráfego e prevalece sobre os demais sinais de trânsito, sendo essencial em interseções e seções de vias que possuem dois ou mais movimentos conflitantes. Assim, os semáforos utilizam como definição básica luzes nas cores verde e vermelho, respectivamente e uma luz intermitente na cor amarela, que indica ao motorista a proximidade

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

da mudança de cores evitando interrupções bruscas (Gonzaga, 2016).

Apesar dos inúmeros benefícios da utilização dos semáforos para o controle do tráfego, salienta-se que muitas vezes eles acabam diminuindo ainda mais a fluidez do trânsito. Isso pode ocorrer devido a inúmeros fatores, como a instalação aleatória de semáforos nas vias, má instalação do equipamento ou tempo semafórico inadequado aos locais instalados, especialmente onde existe um maior trânsito de automóveis. Dessa forma, é necessário que todos os semáforos sejam instalados e programados de forma adequada, com o objetivo de diminuir e evitar complicações como a geração de longas filas, atrasos ou outros problemas mais graves (Denatran, 2014).

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é propor um modelo de programação semafórica através de ferramentas matemáticas que calcule a probabilidade de um veículo parar em um semáforo e seu tempo de espera ser maior que o tempo semafórico daquele local. Entende-se por tempo semafórico um ciclo completo de operação de um semáforo: sequência, instante de início e duração das luzes exibidas (Ming, 2022). Ademais, de forma específica pretende-se estimar via conceitos probabilísticos funções dependentes do tempo de duração de um semáforo aberto e desenvolver um algoritmo para aplicação metodológica. Para tanto, serão utilizadas ferramentas probabilísticas e modelos de otimização no estudo das principais variáveis envolvidas nos cálculos nos tempos de semáforos.

METODOLOGIA

A princípio, o estudo se dá através da pesquisa bibliográfica para construção dos conceitos a serem trabalhados no projeto. Essa técnica de pesquisa permitiu uma análise minuciosa do tema estudado, indagações recorrentes e a sistematização de tópicos e subtópicos a fim de direcionar os estudos para coleta de informações (Lakatos, 2003). Para tanto, inicialmente foi realizada uma entrevista na Secretaria Municipal de Trânsito e Transportes (SETRAN) do município de Açailândia - Ma, onde foram coletados dados relacionados ao tráfego de veículos, disposição dos semáforos, programação semafórica e informações gerais a respeito da formação de filas, regime de chegada, tempo de serviço e saída do sistema (ciclo semafórico).

Após as pesquisas, foi iniciado de fato o desenvolvimento do cálculo a fim de determinar o tempo semafórico τ . Para isso, foram estabelecidas por meio da teoria das filas, as principais variáveis a serem consideradas no estudo do problema. Tais variáveis foram o

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

tamanho médio da fila, o regime de chegada, tempo de serviço, capacidade do sistema e quantidade de servidores. Em seguida, foram testados modelos probabilísticos a serem utilizados na resolução do problema, sendo adotado o modelo de distribuição hipoexponencial devido sua maior relevância no cenário estudado. Esse modelo é usado principalmente na solução de problemas estocásticos, tais como a formação de filas e modelagem de tempos semafóricos em sistemas de tráfego (Villalobos, 2017).

Por fim, para obter o tempo semafórico final e colocar em prática os resultados obtidos matematicamente, foi desenvolvido um algoritmo no Python, uma linguagem de programação amplamente utilizada na análise de dados. Com isso, foi possível aplicar o cálculo proposto e através de um banco de dados do programa chegar ao valor de τ . Vale ressaltar que, foram utilizados modelos estatísticos para definir a amostra e para indicar a confiabilidade dos resultados obtidos foi adotado um valor de confiança β , que estima a probabilidade de que os resultados obtidos sejam válidos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A problemática deste trabalho consiste em estimar um valor de tempo semafórico τ que garantirá uma baixa probabilidade de um veículo parar em um semáforo e esperar mais que o tempo semafórico daquele local. Assim, para encontrar o tempo desejado foram analisadas as distribuições de tempos entre os regimes de chegada, levando em consideração os parâmetros da distribuição adotada na resolução do problema. Como a modelagem do tempo se dá entre eventos não constantes, com taxas de chegadas independentes, foi utilizada a distribuição *hipoexponencial* para estimar o valor de τ .

A distribuição *hipoexponencial*, pode ser definida como a distribuição de uma soma de variáveis aleatórias exponenciais e independentes. Essa distribuição é denominada de *hipoexponencial* porque possui um coeficiente de variação menor que um, que é o coeficiente de variação para qualquer distribuição exponencial (Wolfram, 2016). As somas de variáveis aleatórias distribuídas exponencialmente exercem um papel central em vários modelos estocásticos de eventos do mundo real, sendo geralmente utilizadas para estudar sistemas de filas (Yanev, 2020).

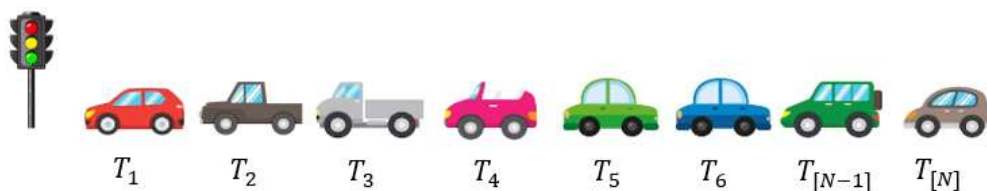
Dessa forma, consideremos uma fila f tal que $0 < f_j < \mu + \sigma_f = N$, sendo μ o tamanho médio da fila, σ_f o desvio padrão e N o número total de veículos na fila. Ou seja,

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

consideremos que o tamanho de determinada fila no momento j deve ser maior que zero e menor que a soma do tamanho médio da fila mais o desvio padrão. É importante destacar que a fila média é adotada para efeitos de cálculo, uma vez que elas se comportam de forma variada no decorrer dos ciclos semafóricos e, como já foi determinado, o modelo de filas adotado possui um único servidor, ou seja, um único semáforo (Torres, 1966).

Nesse contexto, temos $\{T_i\} 0 \leq i \leq N$ uma família de variáveis aleatórias tal que $T_i \sim \text{Exp}\{\alpha_i\}$, onde T_i é o incremento de tempo do veículo “ $i - 1$ ”, para o veículo “ i ”. Em outros termos, $\{T_i\}$ é uma variável aleatória que segue uma distribuição exponencial com parâmetro α_i e representa a medida do tempo entre a chegada entre dois veículos consecutivos. Ou seja, o tempo entre os dois veículos é uma variável aleatória exponencial com parâmetro α_i distinto para cada veículo. A imagem a seguir representa a situação descrita:

Figura 1 – A modelagem



Fonte: Autor, 2023

Uma observação necessária é que, para todo e qualquer $i \geq 1$ (todos os elementos da fila da segunda posição em diante), o elemento na posição j da fila deve obedecer ao seguinte intervalo: $0 \leq f_j \leq N$. Essa condição é útil na determinação do comportamento e para restringir o número de elementos da fila.

Na situação apresentada, estamos interessados em minimizar $A = \{\sum_{i=1}^N T_i > \tau\}$, isto é, diminuir o conjunto A onde a soma dos tempos dos veículos T_i é maior que determinado valor τ . Logo, como T_i é variável aleatória exponencial, o $\sum_{i=1}^N T_i \sim \text{Hypo}(\vec{\alpha})$ com $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$. Assim, usando a função de distribuição acumulada (CDF) da *hypoexponencial* temos a probabilidade de que esse somatório seja menor que determinado valor τ . Inicialmente, consideremos que:

$$\mathbb{P}_{r_j} \left(\sum_{i=1}^N T_i \leq \tau \right) = 1 - \mathbb{P}_{r_j} \left(\sum_{i=1}^N T_i > \tau \right) \quad (1)$$

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

Onde:

- $\mathbb{P}_{r_j}(\sum_{i=1}^N T_i \leq \tau)$: é a probabilidade condicional de que a soma das variáveis aleatórias T_i seja menor ou igual que τ .
- $\mathbb{P}_{r_j}(\sum_{i=1}^N T_i > \tau)$: é a probabilidade complementar, onde a soma das variáveis aleatórias T_i é maior que τ .

Como T_i é uma variável aleatória exponencial com parâmetro α_1 , pela função de distribuição acumulada (CDF) temos que $\mathbb{P}_{r_j}(\sum_{i=1}^N T_i > \tau) = \sum_{i=1}^N \exp\left(\frac{-\tau}{\alpha_i}\right)$. Substituindo na expressão 2, temos que:

$$\mathbb{P}_{r_j}\left(\sum_{i=1}^N T_i \leq \tau\right) = 1 - \sum_{i=1}^N \exp\left(\frac{-\tau}{\alpha_i}\right) \quad (2)$$

Diante do exposto, a expressão a ser utilizada para o cálculo do tempo semafórico τ que garantirá uma baixa probabilidade de um veículo repetir o semáforo, com um intervalo de confiança de $1 - \beta < 1$ é:

$$\tau > \log \sum_{i=1}^N e^{E(T_i)} - \log \beta \quad (3)$$

Ademais, ao se fazer uma análise da expressão final, temos que o valor de τ dependerá de características específicas, como N e a escolha do valor de β . A princípio, analisando os termos de modo independente, podemos concluir que, ao se calcular o logaritmo da soma das exponenciais de $E(T_i)$, quanto maior o valor de N , mais a soma exponencial crescerá. Desse modo, consequentemente o valor de τ também aumentará, visto que a desigualdade deve ser mantida (Yanev, 2020).

Por sua vez, se há uma diminuição no valor de β na segunda parte da expressão, isso indica um nível de confiança mais alto, ou seja, a expressão estará sendo ajustada para gerar um resultado mais rigoroso. Por fim, o aumento da confiança também exigirá um aumento do

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

tempo semafórico τ , em outros termos, será necessário aumentar o tempo que o semáforo permanece verde com o objetivo de diminuir a probabilidade de repetição desse semáforo.

Após a determinação teórica do valor de τ , foi realizado um script em *Python* para simular o levantamento de campo. Essa simulação possibilita uma análise detalhada do método proposto e permite a validação de resultados em um ambiente controlado. O algoritmo segue a seguinte sequência:

- I) Determinar μ e σf com os dados coletados, no banco de dados, com o tamanho de f_j no intervalo de $\mu - \sigma f \leq f_j \leq \mu + \sigma f$;
- II) Na linha f_j fixa, calcule o α_i de cada veículo até f_j , e fixe a confiança de β ;
- III) Usar a equação (3) para calcular

A priori, destaca-se que os parâmetros específicos que foram adotadas na construção do cálculo garantiram um resultado satisfatório no contexto estudado. À determinação do valor de τ com uma confiança $1 - \beta < 1$ demonstra uma abordagem racional que considerou as incertezas presentes em um modelo estatístico (Patino *et al.*, 2015). Ademais, a utilização de $\beta = 0,05$ no algoritmo final gerou resultados com uma confiança de 95%, ou seja, com apenas 5% de incerteza, o que é essencial para a validação dos resultados obtidos.

Ressalta-se também que, a adoção de medidas de dispersão na determinação da fila média estudada possibilitou considerar os diversos fatores que podem influenciar na amostra. Isso é essencial para a interpretação e análise das informações no estudo, além de aumentar a confiabilidade dos resultados. Por fim, através do trabalho é possível calcular o valor do tempo semafórico τ para diferentes períodos do dia ou um valor de τ para todo o dia, desde que o experimento seja realizado um grande número de vezes, observando a lei dos grandes números e calculando a média.

Assim, conclui-se que a expressão encontrada se mostrou satisfatória dentro das condições adotadas e o algoritmo de simulação forneceu o tempo semafórico ideal objetivado por este trabalho. Diante disso, o valor de τ tem extrema relevância para o problema especificado, uma vez que por meio dele é possível a otimização do tempo semafórico das vias e consequentemente uma melhoria na qualidade de vida da população no geral. Ademais, com a diminuição do tempo de espera as formações de longas filas diminuem e consequentemente

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

a fluidez no trânsito é aumentada consideravelmente.

CONCLUSÕES

Através do uso da variável aleatória *hypoexponencial*, os resultados obtidos nesse trabalho forneceram um valor de τ ideal para a otimização do ciclo semafórico de um semáforo. No entanto, é válido destacar que tal modelo leva em consideração uma situação mais simplificada de modo a delimitar as variáveis utilizadas na expressão calculada. Esse sistema estudado possui um único semáforo, não leva em consideração as interseções semaforicas e nem possíveis ultrapassagens de veículos, já que é uma fila simples.

Desse modo, embora os resultados obtidos tenham se mostrado satisfatórios e relevantes para solucionar essa problemática, a pesquisa pode ser continuada levando em consideração outros sistemas e diversos outros modelos de filas. Assim, ficam como sugestões para trabalhos futuros o uso dessa distribuição em sistemas mais complexos e a modelagem de tempos semafóricos através das principais desigualdades de concentração utilizadas para fenômenos aleatórios.

APOIO FINANCEIRO

Este trabalho foi financiado pela UEMASUL (Universidade do Estado do Tocantins região do Maranhão) através do programa de iniciação científica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigos de periódico/jornal

PATINO, Cecilia Maria *et al.* Confidence intervals: a useful statistical tool to estimate effect sizes in the real world. *Jornal Brasileiro de Pneumologia*, [S.L.], v. 41, n. 6, p. 565-566, dez. 2015. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1806-37562015000000314>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/jbpneu/a/3xHTDz5WJ8ngJLZWSHjzFzR/?lang=en>. Acesso em: 21 jun. 2023.

YANEV, George P. Exponential and hypoexponential distributions: some characterizations. *mathematics*, v. 8, n. 12, p. 2207, 2020.

SILVESTRE, João Gabriel Fabian. Análise da malha semafórica quanto à sinalização, ao posicionamento e à sincronização: estudo de caso da cidade de pato branco ∴ pr. 2017. 63 f. TCC (Graduação), 2017. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/14562/2/PB_COECI_2017_2_43.pdf.

TORRES, Oswaldo Fadigas. Elementos da teoria das filas. *Revista de Administração de Empresas*, v. 6, p. 11-120, 1966.

VILLALOBOS, Luz Delicia Castilho 6., 2017, Santa Catarina. Anais do V Simpósio de

VI Semana Acadêmica de Pesquisa, Inovação e Extensão da UEMASUL
07 a 11 de novembro de 2023- Imperatriz-MA

Engenharia de Produção - SIMEP 2017: Uso da teoria de filas na avaliação da operacionalidade de uma interseção sinalizada por semáforo. Santa Catarina: 2017. 12 p.

Wolfram Research (2012), Hypoexponential distribution, Wolfram Language function, <https://reference.wolfram.com/language/ref/HypoexponentialDistribution.html> (updated 2016).

Livros e capítulos de livros

DEPARTAMENTO NACIONAL DE TRÂNSITO (DENATRAN). Frota de veículos. 2017.

LAKATOS, Fundamentos da metodologia científica. 2003, p.183

TORRES, Oswaldo Fadigas. Elementos da teoria das filas. Revista de Administração de Empresas, v. 6, p. 11-120, 1966.

MING, Hsien Sun. Nota Técnica 280: modo de operação semafórica "semi-atuado". 2022. 10 f. Disponível em: <http://www.cetsp.com.br/media/1372825/nt-280.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2023.

Tese:

BEZERRA, Barbara Stolte. Semáforos: gestão técnica, percepção do desempenho, Duração Dos Tempos. 2007. 241 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Transportes, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18137/tde-18062007-093237/publico/Barbara.pdf>. Acesso em: 15 maio 2023.

GONZAGA, Eric Wilian Lage. Otimização da programação semafórica com base em modelos matemáticos. 2016. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.