



## COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE EULER E RUNGE-KUTTA EM UMA REDE SIMULADA DE ARBOVIROSES

**Elaine Pereira Garrido**<sup>1</sup> – elainepgarrido@gmail.com  
**Bruno Oliveira Cardoso**<sup>2</sup> – cardosocontabil.bahia@gmail.com  
**José Roberto de Araújo Fontoura**<sup>3</sup> – jfontoura@uneb.br  
**Andreia Rita da Silva**<sup>4</sup> – andreiarita2@gmail.com

<sup>1</sup> Universidade do Estado da Bahia, Campus II – Alagoinhas, Bahia, Brasil

<sup>2</sup> Universidade do Estado da Bahia, PPGMSB, Campus II – Alagoinhas, Bahia, Brasil

<sup>3</sup> Universidade do Estado da Bahia, PPGMSB, Campus II – Alagoinhas, Bahia, Brasil

<sup>4</sup> Universidade do Estado da Bahia, PPGMSB, Campus II – Alagoinhas, Bahia, Brasil

**Abstract.** A epidemiologia é uma área da saúde pública que se concentra na análise da distribuição e determinantes de problemas de saúde em populações humanas. Seu papel inclui identificar os fatores que contribuem para esses problemas, bem como desenvolver estratégias para sua prevenção e controle. Monitorar eventos que afetam a população depende da coleta, armazenamento e análise de dados de acordo com padrões internacionais e o avanço das tecnologias computacionais robustas tem amparado o monitoramento de problemas complexos com o aprofundamento de métodos de resolução. Neste trabalho discutimos a comparação de dois métodos computacionais: Euler e Runge-Kutta, utilizando como substrato a simulação computacional na linguagem Python em um aplicativo criado para tal fim. O objetivo prementista deste trabalho é demonstrar o comportamento dos dados em uma aplicação de métodos numéricos computacionais à saúde pública.

**Palavras-chave:** Arboviroses, Métodos numéricos, Simulação

**Abstract.** Epidemiology is an area of public health that focuses on analyzing the distribution and determinants of health problems in human populations. Its role includes identifying the factors that contribute to these problems, as well as developing strategies for their prevention and control. Monitoring events that affect the population depends on the collection, storage and analysis of data according to international standards and the advancement of robust computational technologies has supported the monitoring of complex problems with the deepening of resolution methods. In this work we discuss the comparison of two computational methods: Euler and Runge-Kutta, using as substrate the computational simulation in the Python language in an application created for this purpose. The pressing objective of this work is to demonstrate the behavior of data in an application of computational numerical methods to public health.

**Keywords:** First keyword, Second keyword, Third keyword (up to 5 keywords)

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos aspectos importantes da ciência, mais especificamente quando trata-se da epidemiologia é que essa está destinada para estudar a distribuição e os determinantes dos problemas de saúde em populações humanas, sendo ela mesma a responsável por identificar os fatores que contribuem para as suas ocorrências, bem como por desenvolver estratégias para prevenir e controlar esses problemas.

As entidades públicas de todos os três níveis (municipal, estadual ou federal) no Brasil vem observando os acontecimentos que impactam direta ou indiretamente a sua população e desenvolvendo ao longo do tempo metodologias para coletar os dados, armazená-los e tratá-los conforme as melhores e mais avançadas práticas internacionais.

Com o avanço das tecnologias computacionais mais robustas, surge a oportunidade de uma exploração mais aprofundada de métodos e técnicas para a resolução e acompanhamento de problemas cada vez mais complexos. Assim, comparar técnicas, especialmente as exatas, exige um nível de comprometimento com a pesquisa que demanda uma imersão profunda no campo de estudo do pesquisador.

Nesse contexto, Czeresnia (1998) afirma que a epidemiologia, definida como o estudo da distribuição e dos determinantes dos problemas de saúde e de doença na população, tende a ser identificada por um conjunto de técnicas e métodos de análise quantitativa em saúde.

O estudo e aplicação do cálculo são excelentes formas de construir o conhecimento sobre determinado tema, a apresentação dos resultados é concisa e deixa pouca margem a questionamentos que sejam oriundos do mundo exterior ou mesmo dos nossos próprios pares. A presente pesquisa tem por finalidade comparar os resultados simulados, criados com a utilização da linguagem Python, utilizando os métodos de Euler e Runge-Kutta.

## 2. ESTADO DA ARTE

Nos últimos anos, muitos estudos e diversas aplicações foram realizados sobre modelos computacionais utilizando Euler e Runge-Kutta para análises epidemiológicas. Neste sentido, esta seção tem por finalidade a evidenciação de pesquisas em ordem crescente, do período entre 2017 e 2021.

Wasques, V., Barros, L. & Laureano (2018), argumentam que pesquisa apresenta soluções numéricas para um PVI (Problema de Valor Inicial), o qual representa um modelo epidemiológico do tipo SIR (Suscetível-Infetado-Recuperado). As simulações numéricas são feitas através do método de Euler adaptado para operações aritméticas entre números fuzzy interativos. Para concluir, a pesquisa elucida que para maiores valores de  $y$  a incerteza sobre a dinâmica populacional aumenta, corroborando os resultados teóricos.

Em um trabalho recente, Fernandes, A., Rodrigues, L., Menezes, M., Novaes, G., Oliveira, E. & Silva (2019), destacam que a pesquisa explana a alta incidência de diversas doenças transmitidas pelo *Aedes Aegypti*. Neste sentido, utilizaram a modelagem matemática e computacional para mapear a dinâmica populacional desse mosquito transmissor com a utilização do método de Euler e deste modo, simular o comportamento de uma população de mosquitos e suas interações com seres humanos. Este modelo além de definir uma máquina de estados para as várias etapas da vida do vetor, reproduz a dinâmica das populações saudáveis e infectadas dos mosquitos, bem como a interação dessas populações com os seres humanos, além de representar a influência do MGM no meio ambiente. As simulações realizadas apresentaram resultados conforme o esperado, mostrando, não só a influência de cada população no crescimento, diminuição e na dispersão das populações de mosquitos, mas também, a eficiência do MGM.

Com base em suas pesquisas, Franco, C. & Dutra, R. (2020) destacam que este trabalho tem como objetivo estudar alguns modelos matemáticos em Epidemiologia sob o ponto de vista das aplicações, com particular referência à epidemia da Covid-19. Assim, a pesquisa apresenta os modelos clássicos como SIS (Suscetível-Infetado-Susceptível), SIR (Suscetível-Infetado-

Removido) e SIRS (Suscetível-Infetado-Removido-Suscetível), considerando a população total constante. Os métodos de Euler e Runge-Kutta foram utilizados para resolver os sistemas de equações diferenciais. Como conclusão, o modelo descreve bem a população de infectados nos períodos analisados. Verificou-se mudança na taxa de reprodução ( $R_0$ ) da Covid-19 no Brasil, que passou de 3.7 (no início da epidemia) para 1.72.

Com base em suas pesquisas, Silva Araújo Assis (2020), compreende a simulação da etapa de fermentação por batelada simples para a produção de etanol com o auxílio de matemática computacional, contraposta aos métodos matemáticos de Euler e Runge-Kutta. A metodologia empregou dados experimentais de análises feitas em amostras retiradas de plantas em operação para comparar com simulação da curva de função cinética de fermentação obtida pelos métodos de Euler e Runge-Kutta. Constatou-se que os desvios entre os dois métodos são equidistantes e para simular a curva do substrato (ART) o método Runge-Kutta foi mais preciso enquanto para se calcular a função da produção do produto Etanol, Euler foi mais assertivo.

No estudo conduzido por Silva (2021), é realizada a análise numérica da modelagem matemática. O estudo apresenta etapas de um processo, incluindo a definição e classificação da modelagem que descreve a dinâmica de crescimento populacional e os modelos epidemiológicos. Para a construção de soluções numéricas, são empregados os métodos de Série de Taylor e os métodos de Runge-Kutta. Observa-se que as simulações dos modelos foram realizadas na linguagem de programação Python. A proposta desta pesquisa foi fornecer material para estudo sobre a modelagem matemática para quem usar e desfrutar do cálculo diferencial como ferramenta.

Ficou evidenciado que existem diversas pesquisas com aplicações de métodos computacionais de Euler e Runge-Kutta e que a cada ano tem se utilizado em seus trabalhos para a criação de novos métodos para analisar o comportamento de uma população de infectados desses estudos epidemiológicos..

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

A realização deste trabalho utiliza como elemento de comparação os métodos computacionais: Euler e Runge-Kutta. O processo de comparação dá-se em função do desenvolvimento de um aplicativo especificamente desenvolvido utilizando a linguagem Python e o banco de dados SQLite.

A justificativa para tal fim é o uso de softwares livres e de qualidade para desenvolvimento e armazenamento dos dados gerados e analisados. O comportamento das funções é melhor compreendido quando é apresentado sob as mesmas condições iniciais e utilizando os mesmos processos onde a interpretação e análise ficará mais facilitada. A utilização do mesmo aplicativo para desenvolver o processo de armazenamento, simulação e de análise fica facilitada, sendo assim as populações iniciais tomadas como exemplo são: 10.000 e 20.000.

Vale salientar que quaisquer que sejam os valores iniciais utilizados para tal fim serão processados utilizando os mesmos algoritmos, logo a escolha dos valores iniciais é totalmente aleatória, onde o pressuposto validador é unicamente o processo e os resultados encontrados. O aplicativo titulado como Proliferação - Dengue, cuja interface encontra-se na Figura 1 é utilizado para configurar os parâmetros iniciais, como já salientado, e para, também, a geração dados iniciais que serão base deste trabalho.

Condições Iniciais	
Total da População	10000
Infectados Iniciais	10
Recuperados Iniciais	0

Paramêtros do Modelo	
Taxa de Contato	0,30
Taxa de Infecção	0,10
Taxa de Recuperação	0,05

Simulação	
Número de Dias	100
Delta t	1

**Simular**

Figura 1- Tela Inicial do Aplicativo, elaboração própria (2023).

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este estudo realiza uma comparação entre a utilização de dois algoritmos numéricos frequentemente empregados na construção de cenários, criados com a utilização da linguagem Python, utilizando os métodos de Euler e Runge-Kutta em uma base de dados simulados.

O método de Euler é um método numérico utilizado para resolver equações diferenciais ordinárias de primeira ordem com condições iniciais. Ele foi desenvolvido por Leonhard Euler no século XVIII. O método é especialmente útil quando não é possível obter uma solução analítica exata para a equação diferencial.

Do mesmo modo, na análise numérica, o Método de Runge-Kutta é uma forma importante de métodos iterativos, tanto implícitos quanto explícitos, para a resolução de equações diferenciais. Estas técnicas foram desenvolvidas por volta de 1900 pelos matemáticos C. Runge e M.W. Kutta.

Partindo do pressuposto que a comparação necessita utilizar os métodos de Euler e de Runge-Kutta, pôde-se observar, como elemento balizador, as Figuras 2, 3, 4, 5 que sejam quais forem os valores iniciais utilizados nos métodos em epígrafe, o comportamento do método de Euler tem um aumento substancial no número de recuperados entre os dias 40 e 60 e que ao atingir o período máximo de 100 dias ainda consegue permanecer com o índice de recuperados maior do que o Runge-Kutta, isso em função de que o método de Runge-kutta mostrou uma recuperação mais rápida do que a de Euler mesmo não tendo atingido o mesmo nível de recuperados, observemos que estamos utilizando como gerador de dados sintéticos uma biblioteca em python especificamente elaborada para esse fim, a faker.

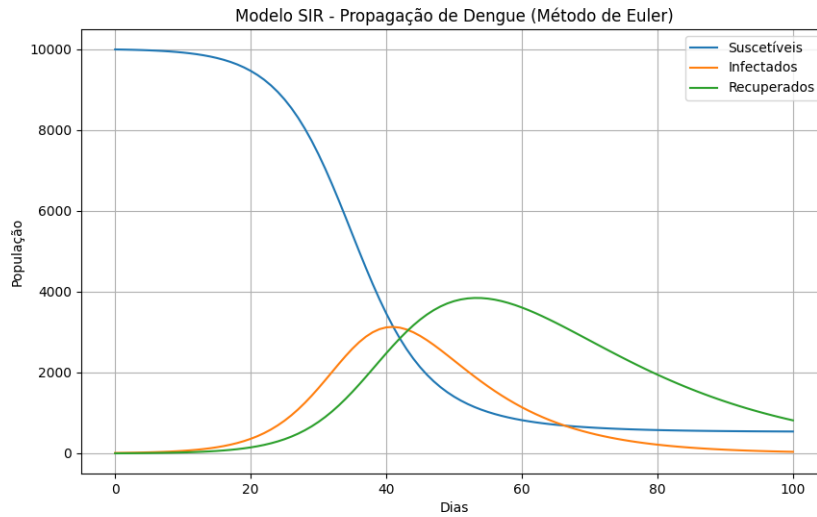


Figura 2 - População de 10.000 e Número de dias 100, elaboração própria (2023)

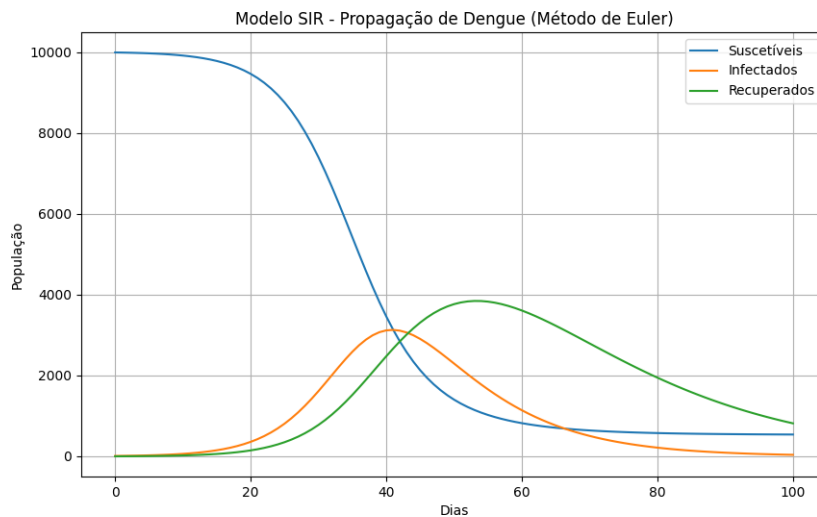


Figura 3 - População de 20.000 e Número de dias 100, elaboração própria (2023)

Podemos observar que a aplicação do método de Euler para 10 mil e 20 mil não há uma diferença substancial no comportamento ao longo dos 100 dias.

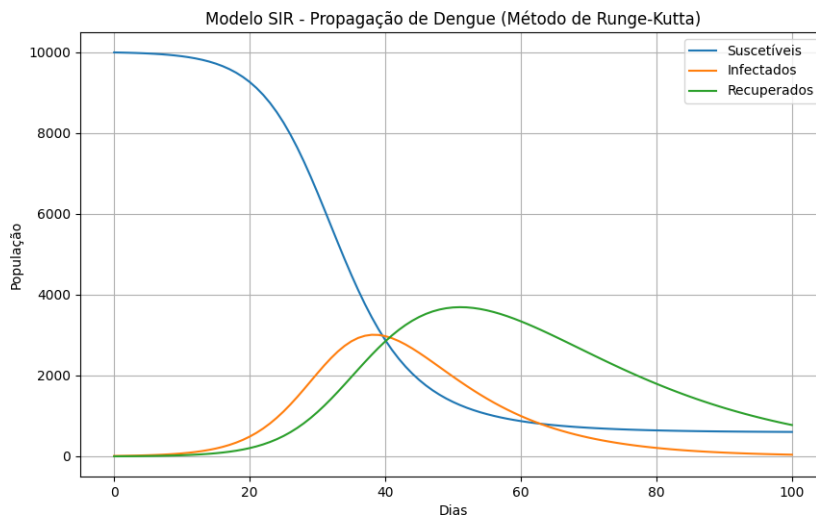


Figura 4 - População de 10.000 e Número de dias 100, elaboração própria (2023)

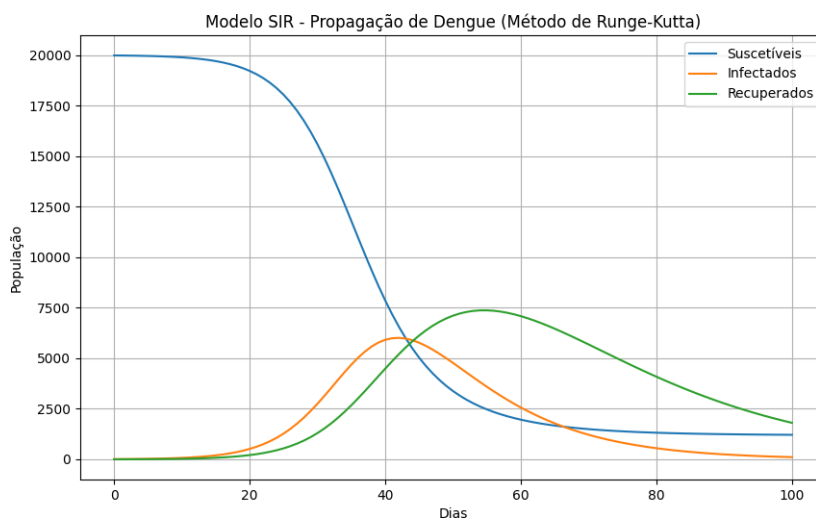


Figura 5 - População de 20.000 e Número de dias 100, elaboração própria (2023)

Podemos observar que a aplicação do método de Runge-Kutta para 10 mil e 20 mil não há uma diferença substancial no comportamento ao longo dos 100 dias.

A utilização da biblioteca para geração de dados sintéticos é importante em função de que estamos tomando como base a utilização de uma rede social simulada e necessitamos “criar” dados para esse fim, assim pudemos aplicar os algoritmos de Euler e de Runge-Kutta para a análise dos mesmos.

Prosseguindo com a utilização da análise comparativa entres os dois métodos, observa-se que o Euler permanece em diversos pontos com as mesmas características que o Runge-Kutta que nos apresenta uma tendência de recuperação mais rápida. Assim sendo, pode-se perceber que os resultados apresentados, demonstram também o processo de contágio seguindo uma mesma proporcionalidade nas funções por parte dos dois modelos.

## 5. CONCLUSÕES

A comparação dos modelos de Euler e Runge-Kutta em função de expor algumas diferenças entre si, demonstram que o período de mais alto índice se estabelece entre os dias 40 e 60 independente do aumento da população.

O aumento da taxa de contágio e recuperação também é observado no método de Runge-Kutta. Nesse contexto, é possível notar que ambas as funções compartilham o mesmo processo de construção e desenvolvimento da curvatura. O que se torna evidente é o grau de inclinação de sua sinuosidade, com uma diferença mais notável entre os dois métodos.

## REFERÊNCIAS

- Assis, Roberto Silva Araújo. Lima, Adriano Dawson de. Assis, Leonardo Campos de. (2021), “Aplicação dos métodos de Euler e Runge-Kutta para simulação da cinética de fermentação de etanol”, *Brazilian Journal of Development*. DOI:10.34117/bjdv7n9-536. v.7, n.9, p. 94167-94180. Disponível em <http://venus.ceride.gov.br/ojs/index.php/mc/article/view/5973/5965>
- Czeresnia, Dina. (1998), “Para compreender a epidemiologia”. *História, Ciências, Saúde-Manguinhos*. 5(1), 228–231. <https://doi.org/10.1590/S0104-59701998000100015>
- Fernandes, Amanda O. Rodrigues, Lívia de O. Menezes, Marcella L. Novaes, Gustavo M. Oliveira, Evelyn de A. Silva, João Gabriel R. (2019), “Modelagem Computacional da Disseminação Epidemiológica de Doenças Causadas pelo Aedes Aegypti”. *Mecânica Computacional*. 37, 1615-1624
- Franco, Célia Maria Rufino. Dutra, Renato Ferreira. (2020), “Modelos matemáticos em epidemiologia e aplicação na evolução da covid-19 no Brasil e no Estado da Paraíba”. *Educação, Ciência e Saúde*. v. 7, 15. DOI: <http://dx.doi.org/10.20438/ecs.v7i1.269>
- Silva, Angelo Antunes da Rocha. (2021), “Técnicas de modelagem matemática e os métodos de Runge-Kutta”. *Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Licenciatura em Matemática, Recife*, disponível em [https://repository.ufrpe.br/bitstream/123456789/2710/1/tcc\\_angeloantunesdarochasilva.pdf](https://repository.ufrpe.br/bitstream/123456789/2710/1/tcc_angeloantunesdarochasilva.pdf)
- Wasques, Vinícius F. Estevão E Laureano. Barros, Laércio C. (2017). “Solução numérica para PVI com condições iniciais Fuzzy interativas aplicados a modelos epidemiológicos do tipo SIR com dinâmica vital”, *Biomatemática* 27 (2) 2017, 127–144. Disponível em: [https://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio27\\_art20.pdf](https://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio27_art20.pdf)