



Atividade investigativa com a calculadora gráfica: um relato de experiência envolvendo função polinomial do 1º grau e alunos do Ensino Médio

Investigative activity with the graphing calculator: an experience report involving polynomial function of the 1st grade and high school students.

Suellen Moura de Paiva
Universidade Estadual Paulista
sm.paiva@unesp.br

Neusa Júlia Galzerani Kapp
Escola Estadual Edésio Castanho
neusagalzeranikapp@yahoo.com.br

Bruno de Moraes Turci
Diretoria de Ensino - Região de São Carlos
brunomturci@gmail.com

Sueli Liberatti Javaroni
Universidade Estadual Paulista
sueli.javaroni@unesp.br

Informações técnicas

- Natureza do artigo: () Pesquisa ou (X) Relato de experiência
- Formato da apresentação: (X) Comunicação científica presencial, () Comunicação científica online, ou () Pôster presencial

Resumo

Apresentamos neste artigo um relato de experiência sobre a aplicação da atividade “*Contextualizando o estudo da função polinomial do 1º grau*” com alunos da 1ª Série do Ensino Médio de uma escola estadual de Ibaté – SP, com o objetivo de refletir sobre a aula de Matemática como um espaço que viabilize investigações matemáticas e experimentações com tecnologias. O objetivo da atividade desenvolvida consistiu em investigar e reconhecer as regularidades em situações de variação constante entre duas grandezas e que se expressa por uma função polinomial de 1º grau, além de observar e analisar o comportamento da relação entre duas grandezas, inferir a regularidade existente e generalizá-la, expressando-a por uma expressão algébrica ou um gráfico. Acreditamos que a produção e investigação das representações gráficas por meio da calculadora contribuíram para que os estudantes criassem conjecturas e se apropriarem de conceitos matemáticos, e sendo assim, julgamos que o uso da calculadora nesta proposta propiciou o caráter da experimentação, da visualização e da criação de hipóteses. Esperamos que essa atividade possa contribuir para que professores se sintam preparados em trabalhar com o uso das tecnologias digitais, em especial com as calculadoras, para o ensino-aprendizagem de Matemática, sendo uma alternativa investigativa para o ensino de funções polinomiais do 1º grau (função afim e função linear) e gráficos de funções.

Palavras-chave: Educação Matemática; Atividade Investigativa; Tecnologias Digitais; Função do 1º grau; Educação Básica.

Abstract

In this article, we present an experience report on the application of the activity "Contextualizing the study of the polynomial function of the 1st degree" with students of the 1st Year of High School in a state school in Ibaté - SP, with the objective of reflecting on the Mathematics class as a space that facilitates mathematical investigations and



experimentation with technologies. The objective of the developed activity consisted of investigating and recognizing the regularities in situations of constant variation between two magnitudes and which is expressed by a polynomial function of 1st degree, in addition to observing and analyzing the behavior of the relationship between two magnitudes, inferring the existing regularity and generalize it by expressing it by an algebraic expression or a graph. We believe that the production and investigation of graphical representations through the calculator helped the students to create conjectures and appropriate mathematical concepts, and therefore, we believe that the use of the calculator in this proposal provided the character of experimentation, visualization and creation of hypotheses. We hope that this activity can help teachers feel prepared to work with the use of digital technologies, especially with calculators, for teaching and learning Mathematics, being an investigative alternative for teaching 1st degree polynomial functions (function affine and linear function) and graphs of functions.

Keywords: Mathematics Education; Investigative Activity; Digital Technologies; Function of the 1st degree; Basic education

Introdução

Neste texto, relatamos o desenvolvimento de uma atividade aplicada com estudantes de duas turmas da 1^a Série Ensino Médio de uma escola pública estadual de Ibaté- SP (turma A e turma B, com 15 e 18 alunos respectivamente), com o objetivo de refletir sobre a aula de Matemática como um espaço que viabilize investigações matemáticas e experimentações com tecnologias. O objetivo da atividade consiste em investigar e reconhecer as regularidades em situações de variação constante entre duas grandezas e que se expressa por uma função polinomial de 1º grau, além de observar e analisar o comportamento da relação entre duas grandezas, inferir a regularidade existente e generalizá-la, expressando-a por uma expressão algébrica ou um gráfico.

Tal atividade é um desdobramento das ações promovidas pelo projeto temático intitulado “Ensino e aprendizagem de Matemática com calculadoras: possibilidades para a prática do professor”, que engloba projetos de iniciação científica, mestrado e doutorado e que objetiva investigar possibilidades do uso de calculadoras científicas e gráficas no ensino de matemática na Educação Básica. Este projeto é fruto de uma parceria entre o Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e a Casio Brasil Comércio de Produtos Eletrônicos Ltda, que disponibiliza calculadoras científicas e gráficas para o desenvolvimento das ações a ele associadas.

Cabe destacar que esta atividade foi idealizada pela segunda autora deste trabalho e corresponde a uma adaptação de uma sequência didática do Currículo em Ação¹. Tal autora é professora de Matemática e responsável pelas duas turmas onde as atividades ocorreram e

¹ Materiais de apoio | EFAPE | Programa Currículo Paulista

Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/1série-Estudante-MAT-CNT-1sem.pdf>

contou com a colaboração dos demais autores no seu desenvolvimento. Além disso, a professora supracitada participou do curso de formação continuada promovido pelo projeto temático e vinculado a Diretoria de Ensino da Região de São Carlos – SP, que teve como título “Calculadoras científicas e gráficas: conceitos matemáticos do currículo de forma investigativa”, aplicado pelos demais autores deste trabalho e pela Prof. Dra. Maria Teresa Zampiere, colaboradores do projeto mencionado.

Para o delineamento da proposta, tomamos as ideias trazidas por Ponte, Brocado e Oliveira (2019) no que diz respeito às atividades de caráter investigativo. Para esses autores, o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, pode estimular o estudante na busca pelo conhecimento matemático, tornando-o protagonista da sua aprendizagem. Em atividades investigativas o estudante é o principal responsável não só pelo desenvolvimento da atividade, mas também na apresentação dos resultados, na argumentação e validação das suas ideias e com isso, acreditamos que o estudante aprende quando mobiliza seus conhecimentos junto ao professor e colegas, onde “ao requerer a participação do aluno na formulação da questão a se estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem” (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2019, p. 23).

A ideia de investigar apontada Ponte, Brocado e Oliveira (2019) dialoga com a perspectiva da experimentação com tecnologias trazida por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), pois nessa perspectiva o estudante é convidado a fazer simulações de modelos matemáticos e a gerar conjecturas, oportunizando a compreensão de conceitos e, com isso, também foi considerada no planejamento da atividade, mediante a investigação dos conceitos abordados com o uso da calculadora gráfica.

Em relação a experimentação com tecnologias, os referidos autores apontam, dentre outros aspectos, características como “geração de conjecturas matemáticas; exploração de diversificadas formas de resoluções” e a “elaboração de novos tipos de problemas e construções matemáticas” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 51-52). E como uma tecnologia digital, as calculadoras podem promover essa experimentação, já que “a exploração conceitual com uso da calculadora tem sido cada vez mais recomendada, pois permite que os alunos se concentrem nas regularidades, na análise dos resultados e não apenas no algoritmo” (SELVA; BORBA, 2010, p.55).

Diante do que foi apontado, neste texto discutimos a aplicação da atividade “*Contextualizando o estudo da função polinomial do 1º grau*”, com o objetivo de refletir sobre a aula de Matemática como um espaço que viabilize investigações matemáticas e experimentações com tecnologias.

Sobre a atividade

Do ponto de vista pedagógico, tivemos o objetivo de proporcionar aos estudantes uma discussão sobre Funções polinomiais do 1º grau (função afim e função linear) e Gráficos de funções por meio da investigação matemática. Os materiais utilizados durante a atividade foram a calculadora gráfica Casio modelo fx-CG50, emulador da calculadora gráfica, tutorial da calculadora, Notebook, TV para projetar o emulador e a sequência didática impressa. A situação problema trazida visava a investigação do melhor plano de telefonia para cada situação descrita e foi desenvolvida em duas horas-aula (45min cada).

A aplicação da atividade foi planejada para ocorrer em 5 momentos, sendo eles, nesta ordem:

- 1) Explicação da atividade e entrega do material;
- 2) Exploração da calculadora gráfica por meio do tutorial² elaborado;
- 3) Investigação e registro na folha de atividade da função matemática correspondente a cada situação descrita;
- 4) Construção na calculadora do gráfico correspondente a cada operadora de telefonia;
- 5) Análise das questões propostas na folha de atividade.

A seguir, apresentamos a atividade aplicada onde trazemos detalhadamente e integralmente o que foi proposto aos estudantes em cada turma.

Quadro 1: Atividade aplicada

SEQUÊNCIA DIDÁTICA – CONTEXTUALIZANDO O ESTUDO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU.

Você sabia que existem mais celulares que pessoas no mundo? Mas nem sempre foi assim. O telefone celular passou de um bem de consumo seletivo, para o consumo em massa e hoje, trocar-se

² Disponível em:

https://drive.google.com/file/d/1w5VpK1HsQvCG_4nPNIc9Uts6cK2cAj/view?usp=drive_link



de chip e não mais de aparelho. Com isso, as operadoras precisam constantemente conquistar os clientes por meio de promoções. Observe a tabela com as promoções de 4 operadoras:

Tabela: Custo de tarifa telefônica por operadora		
Operadora	Custo fixo mensal (R\$)	Custo adicional por minuto (R\$)
A	42,95	0,50
B	34,99	0,75
C	64,45	0,25
D	100,00	-

Vamos imaginar a seguinte situação-problema: Daniela, Eliana e Gabriela são amigas desde a infância e hoje são empresárias. Daniela é dona de uma padaria. Recebe bastante ligações para encomendas e faz bastante ligações para cotação de preço e solicitação de produtos, gastando em média 60 minutos de telefone por mês. Eliana comanda uma cooperativa de táxi, recebe bastante ligações e faz poucas ligações, gastando em média 20 minutos de telefone por mês. Gabriela percebeu a importância de agradar o gosto dos clientes e abriu uma empresa que presta serviço terceirizado, ligando para os clientes das empresas que a contrata para coletar informações de satisfação do serviço prestado. Assim, nesta empresa não se recebem ligações, mas fazem muitas ligações, gastando em média, 95 minutos de telefone por mês.

- a) Qual função matemática determina o preço final mensal pago por cada cliente em cada plano pesquisado?

Operadora A Operadora B Operadora C Operadora D

- b) Frente a essas informações, qual operadora é mais vantajosa para cada uma das 3 amigas? Preencha o quadro e compare os preços.

Operadora	Daniela	Eliana	Gabriela
A			
B			
C			
D			

- c) Com o auxílio da calculadora gráfica construa no mesmo plano cartesiano o gráfico de cada operadora de telefonia.
- d) Analise o gráfico da função e digam em qual quantidade de minutos a operadora A equivale à operadora B? E a operadora B equivale à operadora C?
- e) Observe o gráfico da operadora D, o que podemos concluir?

Desenvolvimento da atividade

Antes de comentarmos sobre o desenvolvimento da atividade, como dito anteriormente, a aplicação da sequência didática foi planejada para ocorrer em 5 momentos para ambas as turmas, e sendo assim, para que não fique repetitivo o texto, optamos por descrever de maneira geral a aplicação da atividade pontuando questões que nos chamaram atenção nas duas turmas onde ocorreram a ação.

Começamos a aula apresentando e explicando um pouco sobre o projeto temático e a parceria desenvolvida com a escola, a calculadora gráfica que iríamos utilizar e como seria a dinâmica da aula. Em seguida, entregamos uma calculadora gráfica e um tutorial impresso para cada estudante e pedimos para que explorassem as funcionalidades conforme indicado no passo a passo. Neste momento, como a escola possuía uma televisão para projetar e tínhamos levado o computador com o emulador, decidimos deixar a calculadora exposta na televisão para que pudéssemos sanar eventuais dúvidas que surgissem no decorrer da exploração. Ao caminharmos pela sala de aula observando os alunos com a calculadora, sentimos uma dificuldade por parte dos discentes, já que a maioria nunca havia tido contato com a calculadora. Sendo assim, fomos auxiliando individualmente com o manuseio da calculadora conforme solicitado pelos estudantes.

Esse primeiro momento durou cerca de 20 minutos, aproximadamente, e na sequência, os alunos deram início a atividade propriamente dita. A professora responsável pela turma realizou a leitura da atividade e aproveitou para retomar em sua fala alguns conceitos já trabalhados com estudantes em aulas anteriores, como noções a respeito de variável dependente e independente. Os alunos se mostraram interessados na investigação e, principalmente, na utilização da calculadora para o desenvolvimento da atividade.

Como visto no Quadro 1, após a exploração feita na calculadora gráfica, os estudantes foram convidados a investigarem a respeito da operadora que melhor atendesse a cada uma das três amigas, por meio da função matemática correspondente a cada situação descrita. Neste momento a calculadora se fez presente nos cálculos efetuados para o preenchimento da tabela e o desenvolvimento desta etapa durou cerca de 40 minutos . Uma característica das atividades investigativas é que cada estudante é responsável pelo caminho a ser percorrido a fim de encontrar a solução esperada para o problema inicial, como apontam os autores Ponte, Brocado e Oliveira (2019), e, diante disso, diversas foram as abordagens adotadas pelos estudantes.

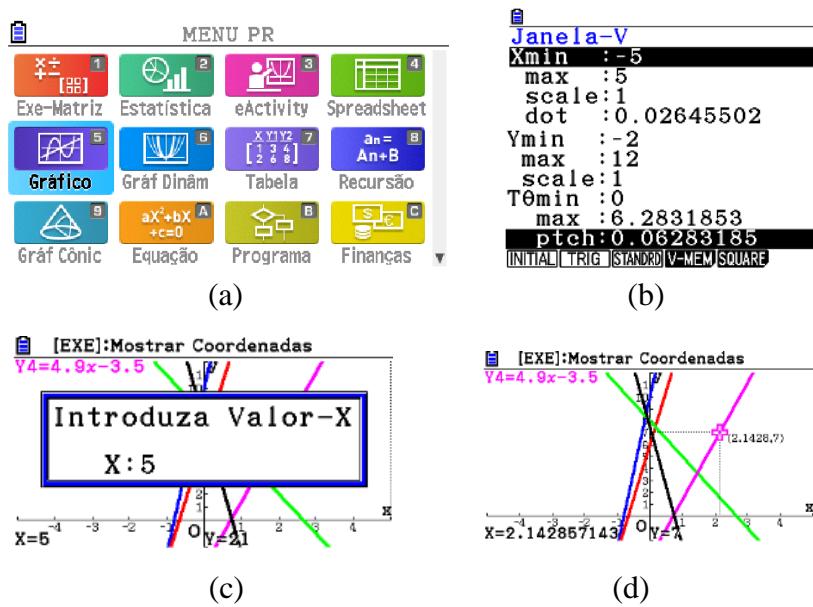
Alguns optaram por calcular primeiro o valor gasto por uma das amigas nas quatro operadoras, ou seja, preencher uma coluna por vez, outros optaram por calcular o valor gasto por cada uma delas em uma determinada operadora, isto é, preenchendo uma linha por vez. Com relação ao resultado obtido, calcular primeiro cada coluna ou linha é indiferente, pois todos terminariam com os mesmos valores na tabela.

Outro ponto que nos chamou atenção nesta etapa da atividade diz respeito à forma como os estudantes representaram a função pedida. Sabemos que uma função do 1º grau ou uma função afim é definida pela lei de formação $f(x) = a \cdot x + b$, onde a e b são reais e $a \neq 0$, diante disso, observamos que parte dos alunos não se preocuparam em deixar a expressão desta forma, alguns optaram por representar a função matemática da forma $f(x) = b + ax$. Novamente, apesar de não interferir no resultado obtido após os cálculos correspondentes, isso mostra que os estudantes não se atentaram em definir a função encontrada da forma como foi apresentado pela professora em aulas anteriores. Além disso, ao efetuarem os cálculos, ainda que com o auxílio da calculadora, alguns estudantes se mostraram inseguros em representar e calcular com números decimais e, principalmente, em efetuar a operação de uma única vez na calculadora. Diante disso, percebe-se uma insegurança em se trabalhar com dados que não sejam inteiros e com mais de uma operação envolvida. Foram poucos os estudantes que inseriram na calculadora a parte dependente e independente da função de uma única vez para obter a resposta, muitos escolheram realizar um procedimento por vez, primeiro realizaram a multiplicação e depois somaram o resultado encontrado com o valor independente da função, até mesmo aqueles que definiram a função da forma $f(x) = b + ax$ no item (a) da atividade. Entretanto, foi possível notar que após o preenchimento de algumas células da tabela, os estudantes ficaram mais confiantes em realizar as operações de uma única vez na calculadora, o que nos mostra que com o passar do tempo, começaram a entender o procedimento realizado na busca pelo resultado e a ter mais segurança em realizar as operações com números decimais na calculadora.

Após o preenchimento da tabela, os estudantes iniciaram a investigação da representação gráfica de cada função na calculadora, tomando o tempo restante da aula (cerca de 30 minutos). Conforme descrito no Quadro 1, os alunos deveriam construir no mesmo plano cartesiano o gráfico de cada operadora na calculadora e assim, analisarem o que era pedido na sequência. A calculadora gráfica utilizada no desenvolvimento desta atividade oportunizou a exploração e investigação de representações gráficas por meio da funcionalidade *Gráfico* do

menu principal, como mostra a imagem (a) da Figura 1 a seguir. Dentro desta funcionalidade, outros recursos podem ser explorados e utilizados de acordo com a proposta da atividade pensada pelo professor, e para essa atividade, utilizamos alguns dos recursos disponíveis na *Janela de Visualização* – imagem (b) – para que as representações gráficas fossem melhor visualizadas pelos estudantes no visor da calculadora. Além desses recursos, os estudantes também puderam encontrar coordenadas específicas em cada uma das funções, introduzindo o valor desejado para x e encontrando o valor correspondente y em cada uma das funções, como mostram as imagens (c) e (d) da figura abaixo.

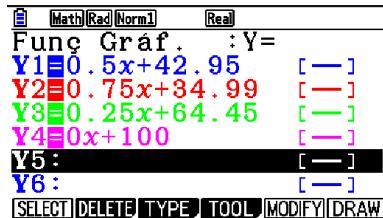
Figura 1: Recursos utilizados da Calculadora Gráfica Casio fx – CG50



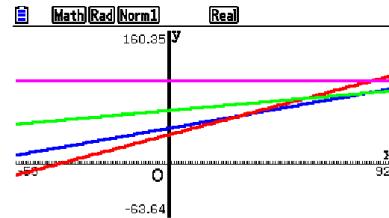
Fonte: dados da pesquisa

Com isso, foi possível que os estudantes investigassem a respeito da quantidade de minutos que o gasto com a operadora A seria equivalente à operadora B, bem como a operadora B seria equivalente à operadora C. Por fim, os estudantes foram convidados a refletirem a respeito da operadora D, tomando como base a representação gráfica de sua função. Na Figura 2 a seguir, temos na imagem (a) as funções encontradas pelos estudantes e na imagem (b) a representação gráfica de cada uma delas.

Figura 2: Funções representadas na calculadora gráfica Casio fx – CG50 pelos estudantes



(a)



(b)

Fonte: dados da pesquisa

Conforme pode ser visto na Figura 2, cada gráfico definido na calculadora corresponde uma cor, tanto na primeira tela (imagem a) quanto na segunda tela (imagem b), isso acaba por auxiliar o estudante na identificação da representação de cada uma delas. Na Figura 3 a seguir, apresentamos alguns dos estudantes realizando a atividade.

Figura 3: Estudantes desenvolvendo a atividade



Fonte: dados da pesquisa

Na primeira imagem, temos uma das alunas explorando os gráficos do exemplo descrito no passo a passo por meio do tutorial, na segunda imagem temos outra aluna definindo o valor de cada função para o preenchimento da tabela e na última imagem da figura, um dos estudantes investigando os gráficos da atividade para chegar na resposta do problema proposto.

Na seção seguinte, analisamos o desenvolvimento da atividade sob a luz dos referenciais teóricos adotados no planejamento e aplicação desta atividade em sala de aula, sendo eles Ponte, Oliveira e Brocado no que diz respeito a atividades investigativas e Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) quanto a experimentação com tecnologias.

Análise da aplicação da atividade

Apesar das dificuldades iniciais com a calculadora, os alunos se mostraram bastante empolgados com a utilização deste recurso, todos participaram ativamente da aula e foi possível identificar que o tutorial disponibilizado contribuiu para uma exploração guiada, próximo ao que iriam realizar a seguir com a situação problema, favorecendo o desenvolvimento dela.

Optamos por não trazer o tutorial da própria atividade pois a definição da função matemática correspondente a cada situação descrita era parte da investigação proposta na sequência didática. Além disso, ao definirmos os passos a serem seguidos pelos estudantes no decorrer da atividade, ela deixaria de ser investigativa, pois investigar [...] inclui a formulação de questões, que frequentemente evoluem à medida que o trabalho avança. Investigar envolve, também, a produção, a análise e o refinamento de conjecturas sobre essas mesmas questões" (PONTE, 2010, p.15).

Cabe aqui destacar uma das abordagens adotadas pelos estudantes na investigação do item (c) da atividade. Como dito anteriormente, em tal item foi solicitado que relacionassem o gasto com a operadora A equivalente à operadora B, sem levar em consideração neste momento a função determinada para as operadoras C e D. E diante disso, uma das estudantes preferiu apagar tais funções da calculadora e observar apenas a representação das duas primeiras funções. Isso partiu dela, não foi sugerido por nós ou por algum outro colega, para ela seria mais interessante visualizar apenas as que investigaria e, assim, analogamente, utilizou apenas as representações de C e D para responder o que era pedido na sequência. Após essa situação, comentamos com essa aluna que esse modelo da calculadora oportuniza essa abordagem sem a necessidade de apagar as funções já definidas, mas deixar de selecioná-las para a sua representação gráfica. Durante a elaboração do tutorial não nos atentamos a essa questão, e com isso, não disponibilizamos essa informação aos estudantes.

O episódio relatado nos mostra a autonomia desta aluna no processo de investigação e na criação de estratégias que pudessem contribuir na procura pela solução do problema, e quanto a isso, entendemos que os educandos conjecturaram e pensaram matematicamente utilizando a tecnologia, de acordo com as ideias trazidas por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014).

Por fim, acreditamos que dois pontos merecem ser evidenciados quanto ao uso da calculadora gráfica no desenvolvimento desta atividade aqui relatada. O primeiro diz respeito ao tempo e o segundo compreende a visualização. Para nós a calculadora contribuiu na otimização do tempo necessário para o cumprimento dos objetivos propostos na execução da atividade. Tanto para o cálculo das operações matemáticas necessárias quanto para a construção gráfica no plano cartesiano a calculadora oportunizou e otimizou tal tarefa sem que a compreensão e cumprimento dos objetivos fossem prejudicados, sendo eles investigar e



reconhecer as regularidades em situações de variação constante entre duas grandezas e que se expressa por uma função polinomial de 1º grau, além de observar e analisar o comportamento da relação entre duas grandezas, inferir a regularidade existente e generalizá-la, expressando-a por uma expressão algébrica ou um gráfico.

Além disso, notamos que mesmo o uso da calculadora para o cálculo de operações básicas (preenchimento da tabela), os estudantes precisavam do raciocínio lógico para compreender o que acontecia entre as operações e para validar o resultado devolvido por esse recurso. Diante disso, reforçamos que:

[...] a calculadora não resolve por si só o problema, ela não determina a operação, nem como a mesma deve ser digitada no teclado e, nem também, interpreta o resultado obtido. Todas essas tarefas devem ser realizadas pelo aluno, que é o ser pensante na aprendizagem (SELVA; BORBA, 2010, p.46).

Entendemos também a importância da visualização das representações gráficas como um processo de elaboração de imagens mentais onde a finalidade se dá em produzir e informar um certo conceito em matemática, tendo como objetivo favorecer a solução de problemas (PAIVA, 2021). E ainda, a visualização matemática também pode ser entendida como o “processo de formação de imagens (mentalmente, ou com papel e lápis, ou com o auxílio da tecnologia) e utilização dessas imagens para descobrir e compreender matemática” (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991).

E nesse ponto, a produção e investigação das representações gráficas por meio da calculadora contribuíram para criação de conjecturas e apropriação de conceitos matemáticos, e sendo assim, julgamos que o uso da calculadora nesta proposta propiciou o caráter da experimentação, da visualização, da criação de hipóteses, de relações e de demonstrações, trazidos por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014).

Conclusões

Pautados na perspectiva da experimentação com tecnologia (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014) e pelas concepções trazidas das atividades investigativas (PONTE; BROCAZO; OLIVEIRA, 2019), neste artigo apresentamos o desenvolvimento de uma atividade que tem como objetivo investigar e reconhecer as regularidades em situações de variação constante entre duas grandezas e que se expressa por uma função polinomial de 1º grau, além de observar e analisar o comportamento da relação entre duas grandezas, inferir a

regularidade existente e generalizá-la, expressando-a por uma expressão algébrica ou um gráfico.

Essa atividade faz parte de uma parceria entre a professora responsável pela turma com projeto temático em desenvolvimento, que tem como propósito investigar e refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos mediados pelas calculadoras científica e gráfica. Esperamos que esse trabalho possa estimular a discussão do uso de calculadoras nas aulas de Matemática da Educação Básica, além de servir de auxílio ao professor para o uso desse recurso didático em sala de aula. Ainda, esperamos que essa proposta provoque a discussão sobre a importância de se recorrer também à literatura científica na área de Educação Matemática na elaboração de planos de aula.

Por fim, acredita-se que essa atividade possa contribuir para que professores se sintam preparados em trabalhar com o uso das tecnologias digitais, em especial com as calculadoras, para o ensino-aprendizagem de Matemática, sendo uma alternativa investigativa para o ensino de funções polinomiais do 1º grau (função afim e função linear) e gráficos de funções.

Referências

- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática**: sala de aula e Internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- PAIVA, S. M. **A conceituação do pensamento geométrico: aspectos históricos, filosóficos e as visões presentes em teses e dissertações no Brasil**. 177 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2021
- PONTE, J. P. **Explorar e Investigar em Matemática: Uma Actividade Fundamental no Ensino e na Aprendizagem**. Unión - Revista Iberoamericano de Educación Matemática - 6 (21), 2010, 13-30 p.
- PONTE, J. P. BROCADÓ, J. OLIVEIRA. H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. 160p.
- SELVA, A.C.V. BORBA, R.E.S.R. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. Editors' Introduction: What is Mathematical Visualization? Em W. Zimmermann e S. Cunningham (Eds.). **Visualization in Teaching and Learning Mathematics**. Washington: MAA, 1991. p. 1-7. Disponível em: <http://www.er.uqam.ca/nobel/r21245/mat7191_fich/Zimmermann_Cunningham_199_1.pdf> Acesso em: 26 jun. 2023.