

## UMA ANÁLISE DO MÉTODO DA SOMA PONDERADA APLICADO AO PROBLEMA DE DESPACHO ECONÔMICO E AMBIENTAL

João Vitor Dias<sup>1</sup>, Letícia Maria Miquelin<sup>2</sup>, Antonio Roberto Balbo<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, Brasil  
(joao.dias@unesp.br)

<sup>2,3</sup> Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru, Brasil

**Resumo:** Este trabalho apresenta um problema de otimização multiobjetivo que visa minimizar os custos de geração de energia e as emissões de gases poluentes, levando em consideração a demanda e os limites operacionais. As funções objetivo utilizadas são quadráticas e convexas, o que permite a resolução do problema pelo método da soma ponderada. O método foi implementado em OPL e testado com sucesso em um caso-teste, apresentando resultados eficientes em comparação com outras soluções da literatura.

**Palavras-chave:** Despacho Econômico e Ambiental; Método da Soma Ponderada; Problema Multiobjetivo

### INTRODUÇÃO

O problema de despacho econômico e ambiental (PDEA) é uma importante questão enfrentada pelo setor de energia. Através da resolução do problema de despacho econômico (PDE), busca-se determinar o despacho ótimo de potência ativa das unidades geradoras, de forma a minimizar os custos com combustíveis, atendendo a demanda do sistema e respeitando as restrições operacionais (Steinberg e Smith, 1934). No entanto, a geração de energia em termelétricas através da queima de combustíveis fósseis acarreta na emissão de gases poluentes atmosféricos. Com isso, surgiu a necessidade de modelar um problema de despacho que levasse em conta não somente os fatores econômicos, mas também a minimização da quantidade de emissão de poluentes na natureza, denominado problema de despacho ambiental (PDA) (El-Hawary et al., 1992).

O PDA é utilizado em usinas termoeletricas para minimizar a emissão de poluentes, mantendo-se o atendimento à demanda de energia e as restrições operacionais dos geradores. O estudo desses problemas é crucial para a garantia da segurança energética e para a redução do impacto ambiental causado pela geração de energia. De acordo com Samed (2004), a função de emissão de poluentes do despacho ambiental é modelada levando em consideração a relação entre a quantidade de cada poluente e a saída de potência da unidade, calculando os níveis de concentração resultantes.

O PDE é um problema de otimização restrito e não-linear. Segundo Happ (1977), o PDE teve início a partir do momento em que duas ou mais unidades geradoras foram destinadas a produzir a carga total de um sistema, onde cabia ao operador do sistema

escolher a melhor maneira de dividir a carga entre estas. Devido a demanda de um sistema elétrico ser atendida por diversas unidades geradoras, cujos custos são expressos por diferentes funções, a função custo total é obtida a partir da soma dos custos individuais de cada uma das unidades geradoras.

Para alguns geradores, a representação das curvas de entrada-saída através de uma função quadrática não é a mais adequada. Nos geradores com turbinas a vapor existem válvulas de admissão de vapor, cuja abertura influencia na saída da unidade. É possível expressar as perdas que ocorrem devido aos efeitos gerados em cada válvula de admissão de calor que se abre. Este efeito é denominado de efeito de ponto de carregamento de válvula e, segundo Happ (1977), é definido como o ponto imediatamente anterior a abertura da próxima válvula. Neste trabalho, não o consideramos, pois a função torna-se não convexa e não diferenciável, não sendo possível sua resolução pelo método analisado.

Segundo Gent & Lamont (1971), por muito tempo, o funcionamento ótimo de geração de energia termoeletrica levou em consideração somente os critérios econômicos, desconsiderando qualquer impacto ambiental causado, contribuindo assim, para a elevação da poluição atmosférica através da emissão de gases, como o dióxido de carbono ( $CO_2$ ), o dióxido de enxofre ( $SO_2$ ), o óxido de nitrogênio ( $NO_x$ ), entre outros; onde o combustível fóssil é utilizado de forma predominante.

Uma outra forma de modelagem dos problemas de despacho é a que considera a minimização simultânea dos custos dos combustíveis empregados e da emissão de poluentes, o problema multiobjetivo de despacho econômico e ambiental (PMDEA). O

PMDEA é formulado envolvendo a minimização de dois objetivos conflitantes: o custo da geração de energia através de termoelétricas e a quantidade de emissão de gases poluentes, sujeitos ao atendimento da demanda e aos limites de operação do sistema. A função objetivo relativa ao custo pode ser modelada de diferentes formas, dentre elas, aquelas que podem ou não considerar os efeitos dos pontos de carregamento de válvula. Neste trabalho o PMDEA é abordado sem os efeitos dos pontos de carregamento de válvula.

No PMDEA, devido ao conflito existente entre os objetivos, não é possível encontrar uma única solução que otimize os dois objetivos diretamente. Com isso, estratégias disponíveis na literatura permitem obter soluções eficientes para o problema, dentre eles o método da soma ponderada (Miettinen, 1999); o método do  $\varepsilon$ -restrito, sugerido por Haimes (1971) e descrito em Miettinen (1999); o Algoritmo Genético Co-Evolutivo (AGHCOE) (Samed, 2004), o método Primal - Dual para Variáveis Canalizadas com Procedimento Previsor Corretor e Busca Unidimensional (PDPCBU) (Souza, 2010), entre outros.

Neste trabalho foi utilizado o método da soma ponderada definida por Miettinen (1999) para a resolução do PMDEA, de modo a obter soluções viáveis, não explicitamente conhecidas, apresentadas, geralmente, na forma de uma curva de soluções eficientes, conhecidas também como Pareto-ótimas ou não dominadas (Miettinen, 1999). Com as soluções viáveis encontradas, permite-se a aplicação de um método de otimização multiobjetivo para resolver o problema a partir dessas soluções. Testes numéricos foram realizados com dois casos, contendo 3 e 6 unidades geradoras, demonstrando a eficiência do método para os casos em questão quando comparado a resultados da literatura. O método estudado foi implementado em Linguagem de Programação e Otimização (OPL).

#### MODELO MATEMÁTICO E MÉTODO DE SOLUÇÃO

O PMDEA é formulado com o propósito de minimizar dois objetivos conflitantes simultaneamente: o custo total de geração de energia e a quantidade de emissão de poluentes na natureza. Essa é uma tarefa desafiadora, pois reduzir o custo de geração de energia muitas vezes significa aumentar a quantidade de emissões de poluentes. Por outro lado, reduzir as emissões pode resultar em um aumento dos custos de geração de energia. Para encontrar uma solução que minimize esses dois objetivos simultaneamente, é necessário formular uma função objetivo que leve em consideração ambos os critérios. O problema de otimização descrito por (1)-(5), define o PMDEA, onde visa a minimização dos

custos dos combustíveis e a emissão de poluentes concomitantemente.

$$\text{Minimizar } F_e = \sum_{i=1}^n (a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i) \quad (1)$$

$$F_a = \sum_{i=1}^n (A_i P_i^2 + B_i P_i + C_i) \quad (2)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^n P_i = P_D \quad (3)$$

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (4)$$

$$P_i \in R \quad (5)$$

em que:

$F_e$ : função objetivo relacionada ao custo (função econômica);

$a_i, b_i$  e  $c_i$ : coeficientes de custo da unidade geradora  $i$ ;

$F_a$ : função objetivo relacionada à emissão de poluentes (função ambiental);

$A_i, B_i$  e  $C_i$ : coeficientes de emissão da unidade geradora  $i$ ;

$n$ : número de unidades geradoras;

$P_i$ : potência produzida pela unidade geradora  $i$ ;

$P_D$ : potência total demandada pelo sistema (em MW);

$P_i^{\min}$ : limite mínimo de potência gerada pela unidade geradora  $i$ ;

$P_i^{\max}$ : limite máximo de potência gerada pela unidade geradora  $i$ .

A função custo (1), denominada neste trabalho de  $F_e$  (função econômica), foi proposta por Steinberg & Smith (1943) e é amplamente utilizada na literatura, pois trata-se de uma aproximação quadrática das funções de custos dos geradores. O custo de produção total da rede é igual ao somatório da função de custo de combustível de cada gerador. A função ambiental (2),  $F_a$ , é a mais comumente utilizada na literatura, sendo também aplicada neste trabalho para formulação do problema multiobjetivo de despacho econômico e ambiental.

Uma importante questão no contexto da geração de energia é o atendimento da demanda, que está diretamente relacionado à equação (3). Nela, a soma das potências das unidades geradoras deve ser igual à demanda solicitada, o que implica em um desafio para o despacho de energia e para a garantia de um fornecimento estável e confiável de energia elétrica. Em (4), encontram-se as restrições relacionadas aos limites de potência de cada unidade geradora. Em

(5), temos que as variáveis de decisão do problema pertencem ao conjunto dos números reais.

Zadeh (1963) foi o primeiro a experimentar o método da soma ponderada, considerado um dos mais simples para a resolução de problemas multiobjetivo e que é utilizado para obter uma aproximação da fronteira de soluções eficientes. É um método de fácil implementação e que obtém soluções eficientes para os problemas. A técnica consiste em combinar todas as funções objetivo em uma única, usando um parâmetro (peso) para multiplicar cada uma delas e, em seguida, somá-las. Dessa maneira, o problema inicial se transforma num problema de objetivo único, mas que mantém as restrições originais. A escolha do peso que multiplica cada uma das funções objetivo envolvidas é informada pelo usuário, que podem assumir qualquer valor desde que pertençam ao intervalo  $[0, 1]$  e de forma que a soma de todos os valores escolhidos para cada função objetivo resulte em 1.

As funções objetivo do problema apresentado podem ser normalizadas do seguinte modo:

$$\bar{F}_e(x) = \frac{F_e(x) - F_e^-(x)}{F_e^+(x) - F_e^-(x)} \quad (6)$$

$$\bar{F}_a(x) = \frac{F_a(x) - F_a^-(x)}{F_a^+(x) - F_a^-(x)} \quad (7)$$

sendo,  $F_e^+$  e  $F_e^-$  os respectivos valores máximo e mínimo da função econômica;  $F_a^+$  e  $F_a^-$  os respectivos valores máximo e mínimo da função ambiental.

Assim, tem-se o seguinte problema ponderado:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{k=1}^p ((\lambda \bar{F}_e + (1 - \lambda) \bar{F}_a)) \quad (8)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^n P_i = P_D \quad (9)$$

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (10)$$

$$P_i \in R \quad (11)$$

onde  $z$  é a nova função objetivo após a normalização das funções originais;  $p$  é o número de funções objetivo do problema;  $\bar{F}_e$  e  $\bar{F}_a$  são as funções econômica e ambiental, respectivamente, normalizadas.

O PMDEA modelado através do método da soma ponderada é resolvido para valores sucessivos de  $\lambda \in [0,1]$ . Para cada valor de  $\lambda$  é calculado um valor ótimo para  $F_e$  e  $F_a$ . Quando  $\lambda$  percorre todo o intervalo  $[0,1]$ , obtêm-se a curva de Pareto-Ótima, que relaciona os valores de  $F_e$  e  $F_a$ , onde,  $\lambda = 0$

implica que a emissão é mínima, e  $\lambda = 1$  implica que o custo de geração é mínimo.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para a utilização do método da Soma ponderada, utilizou-se os dados de um PMDEA com 3 e 6 unidades geradoras descritas em Samed (2004). Os testes foram realizados em OPL em um computador com processador Intel® Core™ i5-1035G1 de 1,19 GHz com 8 GB de memória RAM.

A Tabela 1 apresenta os resultados para o caso com 3 unidades geradoras obtidos nos testes computacionais para onze valores diferentes de  $\lambda$ , com  $\lambda \in [0,1]$ , que representa os valores do peso da função econômica e ambiental; onde as colunas " $F_e$ " e " $F_a$ " representam, respectivamente, os resultados da função econômica e ambiental para cada  $\lambda$  considerado. A Figura 1 representa a curva de Pareto-Ótima relativa às funções objetivo econômica e ambiental, e é construída calculando-se os valores destas sobre as potências geradas, para cada valor de  $\lambda$ .

Tabela 1. Valores de  $\lambda$  e as soluções de  $F_e$  e  $F_a$  para o caso com 3 unidades geradoras.

$\lambda$	$F_e$ (\$/h)	$F_a$ (kg/h)
0,0	8257,7	2173,3
0,1	8254,1	2173,5
0,2	8254,1	2174,0
0,3	8251,8	2175,8
0,4	8249,3	2177,4
0,5	8241,4	2188,3
0,6	8231,5	2208,1
0,7	8220,9	2240,2
0,8	8210,0	2294,1
0,9	8199,8	2388,9
1,0	8194,4	2578,4

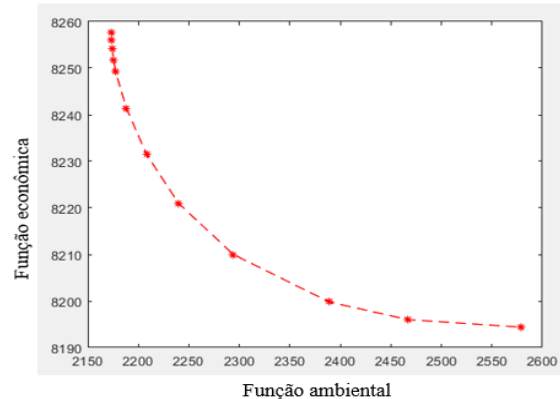


Figura 1: Curva de Pareto-Ótima para o caso com 3 unidades geradoras.

É possível observar através da Tabela 2 e da Figura 1 que, quando  $\lambda = 1$ , a curva atinge a emissão mínima e o custo é máximo; já o inverso ocorre em  $\lambda = 0$ , onde o custo é mínimo e a emissão é máxima. Ressalta-se que, a fronteira de Pareto só é possível de ser obtida quando as funções a serem minimizadas são convexas.

A Tabela 2 destaca os pontos obtidos através da metodologia proposta concentrados nas regiões próximas aos valores mínimos de emissão e de custo máximo ou o contrário, onde os custos são mínimos, mas a emissão é máxima; e os resultados obtidos por Gonçalves (2015), que utiliza os mesmos dados que este trabalho, porém, a função objetivo do despacho econômico possui pontos de carregamento de válvula, tornado a função não convexa e não-diferenciável em alguns pontos do seu domínio.

De acordo com Das & Dennis (1997) e Messac et al. (2000), na resolução de um problema multiobjetivo em que o conjunto viável não é convexo, o método da soma ponderada torna-se ineficaz, pois não consegue obter pontos em partes não convexas da fronteira eficiente. Já a função ambiental utilizada neste trabalho é a mesma que em Gonçalves (2015).

Tabela 2. Valor máximo e mínimo de  $F_e$  e  $F_a$  para o caso com 3 unidades geradoras.

Método	$F_e^+$	$F_e^-$	$F_a^+$	$F_a^-$
Soma ponderada	8257,7	8194,4	2578,9	2173,4
$\epsilon$ - restrito (Gonçalves, 2015)	8606,8	8234,4	2275,9	2173,4

Ao comparar os resultados do método  $\epsilon$ -restrito descrito por Gonçalves (2015) em relação à função ambiental, verificou-se que o método da soma ponderada apresentou soluções altamente eficientes. Esse resultado reforça a relevância do método da soma ponderada na solução de problemas complexos de otimização multiobjetivo, com destaque para a eficiência do método em relação a outros métodos da literatura.

A Tabela 3 apresenta os resultados para o caso 2 com 6 unidades geradoras obtidos nos testes computacionais para onze valores diferentes de  $\lambda$ , com  $\lambda \in [0,1]$ . A Figura 2 representa a curva de Pareto-Ótima relativa às funções objetivo econômica e ambiental calculando-se os valores desta sobre as potências geradas, para cada valor de  $\lambda$ .

Tabela 3. Valores de  $\lambda$  e as soluções de  $F_e$  e  $F_a$  para 6 unidades geradoras.

$\lambda$	$F_e$ (\$/h)	$F_a$ (kg/h)
0,0	27335	255,9

0,1	27267	256,3
0,2	27190	257,5
0,3	27131	259,2
0,4	27085	261,5
0,5	27057	263,5
0,6	27043	265,0
0,7	27030	267,2
0,8	27018	270,4
0,9	27009	275,2
1,0	27005	282,9

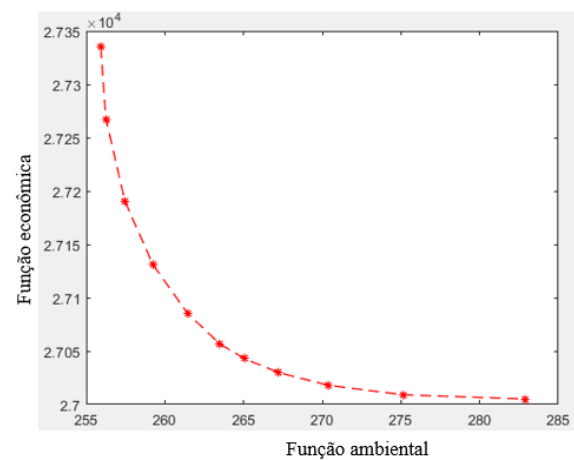


Figura 2: Curva de Pareto-Ótima para o caso com 6 unidades geradoras.

Com base na Tabela 3 e na Figura 2, é possível observar que ao atribuir o menor valor possível à  $\lambda$ , ou seja, 0, a minimização da função econômica é desconsiderada na função objetivo, enquanto que ao atribuir o maior valor possível, ou seja, 1, a função ambiental passa a ser desconsiderada na função objetivo. Essa informação é importante para a análise do comportamento do método da soma ponderada na resolução do PMDEA, uma vez que permite avaliar a sensibilidade do método em relação aos pesos atribuídos a cada função objetivo.

Na Tabela 4, podemos analisar os valores máximos e mínimos obtidos para as funções objetivo econômica e ambiental através da metodologia analisada, em comparação com outros métodos como o  $\epsilon$ -restrito (Stanzani, 2012), AGHCOE (Samed, 2004), Algoritmo Cultural (AC) (Rodrigues, 2007) e PDPCBU (Souza, 2010), pode-se perceber que o método da soma ponderada encontrou valores satisfatórios. Isso indica que o método é eficiente para a determinação de soluções eficientes para o PMDEA e apresenta uma abordagem simples em relação a outros métodos que foram comparados.

Tabela 4. Valor máximo e mínimo de  $F_e$  e  $F_a$  para o caso com 6 unidades geradoras.

Método	$F_e^+$	$F_e^-$	$F_a^+$	$F_a^-$
Soma ponderada	27335,0	27005	282,9	255,9
$\epsilon$ - restrito (Stanzani, 2012)	27296,7	26998,8	282,8	256,0
AGHCOE (Samed, 2004)	27319,3	27037,2	276,9	256,4
AC (Rodrigues, 2007)	27331,2	27003,9	282,2	255,9
PDPCBU (Souza, 2010)	27310,3	27003,8	283,5	255,9

Dessa forma, pode-se dizer que o método da soma ponderada é uma boa opção para a obtenção de soluções eficientes do PMDEA.

### CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou o método da soma ponderada, que é uma técnica bastante utilizada em análise de decisão multicritério. O método consiste em atribuir pesos a cada critério considerado na tomada de decisão e, em seguida, somar os valores ponderados para cada alternativa, obtendo-se um valor final para cada uma delas. Embora existam outros métodos com eficiência similar, a simplicidade do método da soma ponderada o torna uma escolha atraente em muitas situações, além do fato de não necessitar de informações adicionais para o cálculo dos pesos das funções objetivo. Isso destaca a simplicidade e eficiência do método, que se apresenta como uma alternativa viável para a resolução de problemas de despacho em situações em que a inserção dos pontos de carregamento de válvula não é necessária.

Ao realizar testes numéricos utilizando 3 e 6 unidades geradoras, foi possível observar que o método da soma ponderada se destacou por sua eficiência na resolução do PMDEA. Verificou-se que, à medida que o grau de importância da função custo diminui e os preços aumentam, a emissão de gases poluentes é reduzida e vice-versa. É importante destacar que, ao lidar com otimização multiobjetivo, melhorar um objetivo muitas vezes resulta em uma piora em outro, especialmente quando se trata de objetivos conflitantes.

Considerando a importância do PMDEA e a relevância da otimização multiobjetivo para a solução de problemas complexos, é fundamental

continuar investigando novos métodos e variações para a resolução desse problema. Nesse sentido, trabalhos futuros serão desenvolvidos com o objetivo de comparar os resultados do método da soma ponderada com outros métodos de otimização multiobjetivo, a fim de avaliar a eficiência e a aplicabilidade de cada um para diferentes contextos. Além disso, espera-se explorar variações do PMDEA, considerando diferentes restrições e objetivos adicionais, buscando soluções ainda mais robustas e sustentáveis.

### REFERÊNCIAS

- DAS, I.; DENNIS, J. A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for pareto set generation in multicriteria optimization problems. *Structural optimization*, 14(1), 1997.
- EL-HAWARY, M. E.; EL-HAWARY, F.; MBAMALU, G. A. N. NOx emission performance models in electric power system. In: *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, 1992.
- GENT, M. R.; LAMONT, John Wm. Minimum-emission dispatch. *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, n. 6, p. 2650-2660, 1971.
- GONÇALVES, Elis. Métodos híbridos de pontos interiores/exteriores e de aproximantes de funções em problemas multiobjetivo de despacho econômico e ambiental. 2015.
- HAPP, H. H. Optimal power dispatch: A comprehensive survey. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 96, n. 3, p. 841-854, 1977.
- HAIMES, Y. Y. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *Systems, Man and Cybernetics*, *IEEE Transactions on*, SMC-1(3), 1971.
- MESSAC, A., PUEMI-SUKAM, C.; MELACHRINOUDIS, E.. Aggregate objective functions and pareto frontiers: Required relationships and practical implications. *Optimization and Engineering*, 1(2), 2000.
- MIETTINEN, Kaisa; HAKANEN, Jussi; PODKOPAEV, Dmitry. Interactive nonlinear multiobjective optimization methods. *Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys*, p. 927-976, 2016.
- RODRIGUES, Natalli Macedo. Um algoritmo cultural para problemas de despacho de energia elétrica, 2007.
- SAMED, M. M. A. Um algoritmo genético Híbrido co-evolutivo para resolver problemas de despacho. 2004.

SAMPAIO, Phillipe Rodrigues. Teoria, métodos e aplicações de otimização multiobjetivo. 2011.

SOUZA, Márcio Augusto da Silva. Investigação e aplicação de métodos primal-dual pontos interiores em problemas de despacho econômico e ambiental. 2010.

STANZANI, Amélia de Lorena. Método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores em problemas multiobjetivo de despacho econômico e ambiental. 2012.

STEINBERG, Max Jacob et al. Economy loading of power plants and electric systems. 1943.

ZADEH, Lofti. Optimality and non-scalar-valued performance criteria. IEEE transactions on Automatic Control, v. 8, n. 1, p. 59-60, 1963.