

Análise da eficiência da conversão de custo operacional para produção de minério

Alexandre Barbosa Andrade (Business School Brazil) barbosa1003@gmail.com

Frederico Costa Melo (Business School Brazil) fredri_cot@hotmail.com

Gabriel Pereira de Oliveira Capela (Marinha do Brasil) gabrielcapela02@gmail.com

Igor Pinheiro de Araújo Costa (Centro de Análise e Sistemas Navais) costa_igor@id.uff.br

Marcos dos Santos (Centro de Análise e Sistemas Navais) marcosdossantos@ime.eb.br

Resumo

Este trabalho busca compreender a aplicação da eficiência da conversão de recursos associados ao custo de mineradoras em produção. Para isso foram analisados dados de 19 minas, localizadas no Canadá com a commodities de ouro e metodologia de lavra subterrânea, dados esses, obtidos pela plataforma S&P Capital IQ de 2021. Os resultados dos dois modelos gerados mostram um guia para buscar a fronteira eficiente, ou seja, uma orientação para direcionar os esforços em possíveis buscas por processos mais eficientes.

Palavras-Chaves: DEA, subterrânea, Análise Envoltória de Dados, custo operacional de mineração.

1. Introdução

A necessidade de busca por comparativos, *benchmarking*, é altamente utilizada na mineração, sendo utilizado tanto internamente dentro de uma empresa ou externamente, ao se comparar com outras empresas.

Para executar essas análises foram separadas um grupo de unidades a serem comparadas, tendo em vista que o custo segue uma forte influência de algumas características das operações, destacando-se: região ou país, localização geográfica, tipo de commodities, condição de trabalho (qualidade do maciço rochoso, relação estéril/minério, produtividade, etc.) e método de lavra e processamento do mineral (THE AUSTRALASIAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY, 2012).

Por esses motivos, no intuito de se ter grupos consistentes, foram isoladas minas com as seguintes condições: minas localizadas no Canadá, com a commodities de ouro e com método de extração a céu aberto (grupo 1) e seguindo as mesmas características, mudando o método de lavra para subterrânea (grupo 2).

Na pesquisa, foram verificadas as eficiências das minas do grupo citado acima, em relação a sua capacidade de transformar seus custos operacionais, também conhecido em produção como *cash cost*, com a finalidade de identificar oportunidades entre as operações assim como identificar os *benchmarks* do grupo.

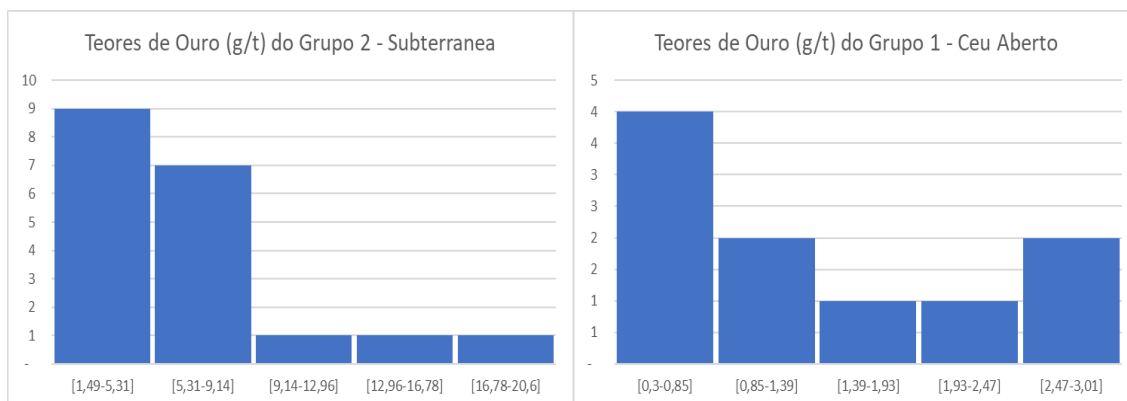
Para a realização desse estudo foi utilizada a Análise Envoltória de Dados, do inglês *Data Enveloped Analysis* (DEA), recorrendo ao software SIDAR, o modelo BCC, elaborado por Banker, Charnes e Cooper (1984), foi utilizado para retornos variáveis (MELLO *et al.*, 2005). A partir disso, foram simulados três modelos para verificar comparativos de eficiência e influência dos parâmetros de entrada.

2. Métodos

O processo de mineração de uma maneira geral, possui diversas variáveis que são críticas para geração de um fluxo de caixa positivo, sendo que as premissas financeiras de preços futuros do metal, assim como do dólar, influenciam significativamente no caixa da empresa. Outra variável muito específica desse mercado é o contexto geológico em que as operações se encontram, podendo possuir depósitos que possuem baixo, médio ou alto teor de mineral, conforme ilustrado pela figura 1, sendo que quanto maior o teor, maior é o potencial gerador de receita dessa operação.

Essa variável por ser geológica, apresenta uma característica natural, ou seja, não se tem a capacidade de atuação para modificar a mesma, de uma forma simplificada o depósito é uma condição da operação e não uma variável que o gestor possa melhorar significativamente. Uma forma que permite ao gestor não perder valor é controlando a qualidade da extração, de modo a não ocorrer perdas com recuperação e diluição acima do previsto.

Figura 1: Relação de Teores por grupo de minas.



Fonte: Autores, S&P Capital IQ (2021).

Ressalta-se que muitas das variáveis que influenciam o caixa das operações mineiras não são influenciadas diretamente pela operação, além de a receita ser impactada diretamente pelo teor do depósito. Sendo assim, o custo operacional por ser uma métrica em que se tem maior controle, por parte da operação, passa a ser uma variável de desempenho, a qual pode ser comparada entre outras unidades.

Considerando o custo operacional, todos os custos analisados são referenciados em dólares americanos (\$), uma métrica que estabelece um indicador capaz de comparação é a divisão do custo pela produção gerada, sendo a métrica de dólar/tonelada fortemente utilizada para a comparação dos ativos produtivos.

The Australasian Institute of Mining and Metallurgy (2012) define o custo operacional como o somatório de todos os custos de extração, processamento, administrativos e estoques, não sendo incluídos os custos de capital, custos de exploração e capital de giro.

Em relação ao custo operacional, a data base permitiu a pesquisa com a seguinte abertura, Tabela 1:

Tabela 1: Abertura do Custo Operacional

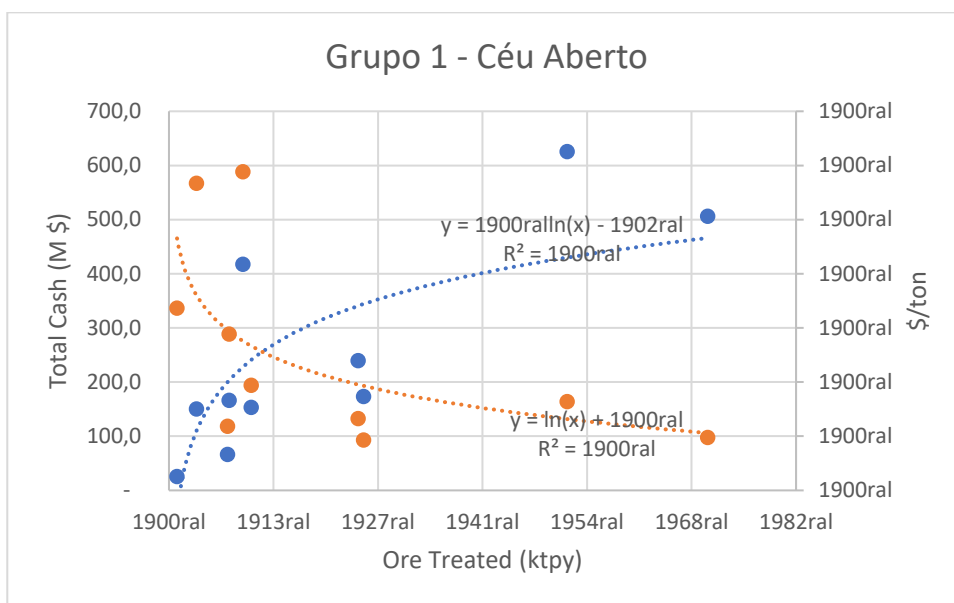
	Mine Number	Labor (\$/tonne)	Energy (\$/tonne)	Reagents (\$/tonne)	Other Onsite (\$/tonne)	Mine (\$/tonne)	Mill (\$/tonne)	TCRC+Shipment (\$/tonne)	Royalty (\$/tonne)	Total Cash Cost (\$/tonne)
Underground	19	66,87	12,14	3,60	51,23	98,19	35,64	2,85	11,82	148,50
Open Pit	10	11,20	5,16	1,48	11,00	16,63	12,22	0,32	3,19	32,35

Fonte: Autores, S&P Capital IQ (2021)

A abertura do custo se deu com dois itens, os destacados em amarelos ou os destacados em cinza, os custos TCRC e Royalty são comuns às duas aberturas sendo somado para gerar o *Total Cash Cost*.

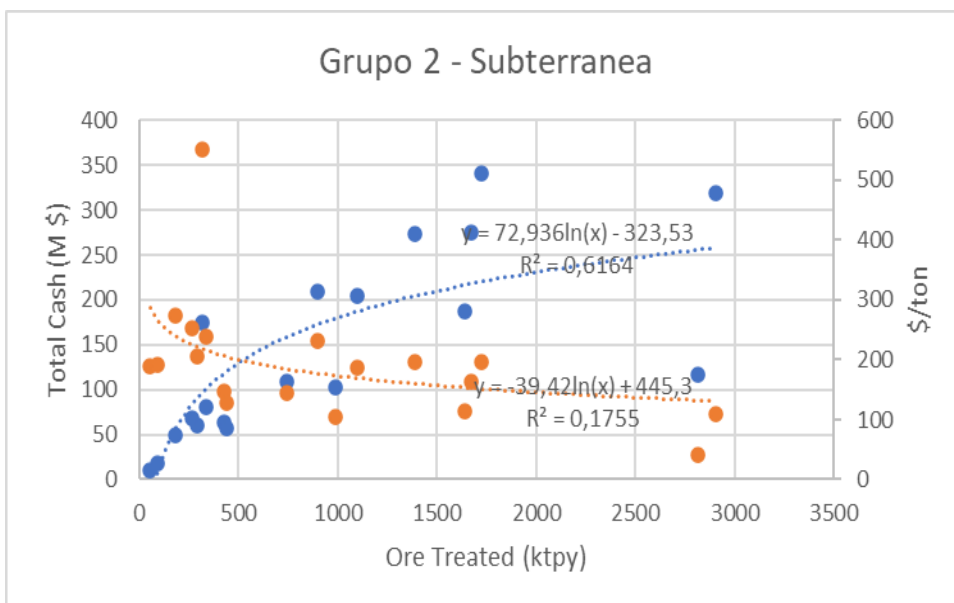
Considerando a base de custo, o efeito da escala na relação de custo é demonstrado na figura 2 e 3.

Figura 2: Relação entre Custo Total e Produção e \$/ton e Produção



Fonte: Autores (2022)

Figura 3: Relação entre Custo Total e Produção e \$/ton e Produção



Fonte: Autores (2022)

Percebe-se nos dois grupos uma relação entre o total do custo operacional (*Total Cash*), com R^2 de 0,60. Não sendo possível estabelecer uma relação entre \$/ton e a produção.

Usando o Modelo BCC, para Análise Envoltória de Dados baseado em retornos variáveis, procurou-se determinar quem possui a melhor relação de eficiência na conversão de custo operacional em produção. Para determinar essa eficiência, assim como os possíveis *benchmarks* para as minas dentro dos grupos, outra técnica DEA, desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), foi utilizada com o objetivo de avaliar a eficiência das *decision-making unit* (DMU) (MELLO *et al.*, 2005).

Para realizar a análise, coletaram-se informações de minas, da mesma região e mesma commodities para exercer a comparação. Usou-se como fonte de dados principal a base S&P Capital, trabalhou-se com os dois grupos: Céu Aberto (*Open Pit*) e subterrânea (*Underground*), porém somente foi analisada o Grupo 2, por se ter uma maior quantidade de informação e dois cenários de variáveis, conforme detalhados na tabela abaixo:

Tabela 2: Cenários Testados

	Input 1	Input 2	Input 3	Input 4	Input 5	Input 6	Output 1
Cenário 1	Cash(M\$)						Ore Treated (kt)
Cenário 2	Labor (\$/tonne)	Energy (\$/tonne)	Reagents (\$/tonne)	Other Onsite (\$/tonne)	TCRC+Shipment (\$/tonne)	Royalty (\$/tonne)	Ore Treated (kt)

Fonte: Autores (2022)

Cada cenário foi simulado para um conjunto de DMU (Com 19 minas e com método de lavra subterrânea), o conjunto foi construído dois modelos um orientado a *input* e outro a *output*.

Pela característica do processo que se pode observar nas figuras 2 e 3, as DMU's não apresentam a mesma proporcionalidade entre *output* virtual e *input* virtual, assim sendo se utilizou o modelo BCC, em preferência ao modelo CCR, sendo que essa escolha aumenta o número de unidades eficientes (BENÍCIO; MELLO, 2014).

Uma comparação entre os dois modelos (GEISLER *et al.*, 2015) pode ser observada na figura abaixo:

Percebe-se a quantidade de fronteiras eficientes do modelo BCC sendo superior ao CCR. O modelo BCC surgiu a partir da decomposição do modelo CCR em duas componentes: a eficiência técnica e a eficiência de escala (MARIANO, 2008).

O gráfico ilustra a decomposição da ineficiência produtiva total em ineficiência de escala e ineficiência técnica. O eixo vertical representa a produção e o eixo horizontal representa o consumo. A fronteira com retornos constantes (Modelo CCR) é uma linha tracejada. A fronteira com retornos variáveis (Modelo BCC) é uma linha sólida que se desvia para baixo da fronteira CCR em certas regiões. A ineficiência produtiva total é a distância vertical entre um ponto observado (O) e a fronteira CCR. Esta distância é decomposta em ineficiência de escala (distância entre a fronteira CCR e a fronteira BCC) e ineficiência técnica (distância entre a fronteira BCC e o ponto O).

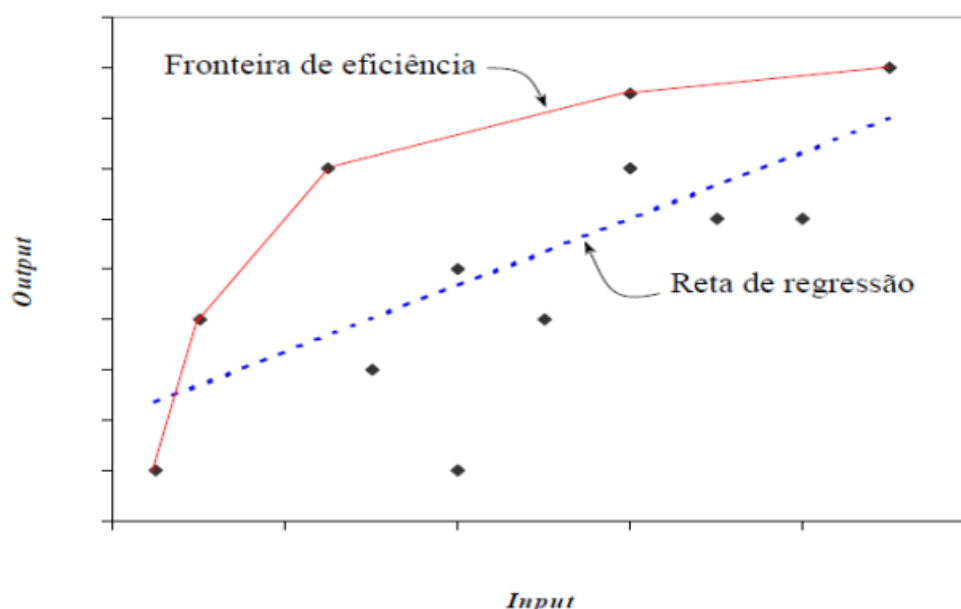
Sendo a eficiência de escala um reconhecimento da improdutividade com o aumento do consumo, e a ineficiência técnica a eficiência na conversão de *input* em *output* (BARBOSA;

FUCHIGAMI, 2018), sendo que essa eficiência é medida entre 0 à 1, sendo ineficiente e eficiente respectivamente (EDIRISINGHE; ZHANG, 2007).

A eficiência técnica identifica a utilização ótima dos recursos de acordo com o porte ou escala de produção da DMU em análise (BELLONI, 2000).

Destaca-se também a diferença entre as técnicas de DEA e de regressão por mínimos quadrados, que calculam a eficiência em função de médias. De acordo com Guerreiro (2006), os métodos paramétricos objetivam otimizar um plano de regressão simples, enquanto a DEA otimiza isoladamente cada uma das observações, uma em relação às outras (BARBOSA; FUCHIGAMI, 2018).

Figura 6: Regressão linear versus DEA



Fonte: Mello *et al.* (2005)

2.1 Software SIAD

Criado por Leta *et al.* (2005), o software SIAD (Sistema Integrado de Apoio a Decisão), foi utilizado para obter as saídas dos modelos. Para a obtenção dos resultados, o *software* transforma o modelo original de programação fracionária, que deve ser resolvido para cada uma das DMUs em um problema de programação linear (PPL):

$$MAX h_0 = \sum_{j=1}^s u_{j1} y_{j0}$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r u_{v1} x_{j0} &= 1 \\ \sum_{j=1}^s u_{j1} y_{j0} - \sum_{i=1}^r u_{v1} x_{j0} &= 1 \leq 0 \\ u_j y_j &\geq 0 \forall i, j \end{aligned}$$

Onde:

k = DMU variando de 1 a n

r = Numero de entrada

x_{ik} = Variação das entradas 1 a r

S = Saídas produzidas

y_{jk} = Variação das saídas de 1 a s

h_0 = Eficiência

v_i e u_j = Pesos calculados para entradas e saídas.

Para classificar as eficiências, foi utilizado o conceito de Eficiência final, para contornar o problema de baixa discriminação, baseando-se na média aritmética da eficiência segundo as óticas otimista e pessimista (LETA *et al.*, 2005).

$$Eficiencia_{final} = \frac{Eficiencia_{otimista} - Eficiencia_{pessimista} + 100}{2}$$

3. Resultados e Discussão

Os dados abaixo discriminados foram usados como dados de entrada para os três modelos:

Grupo 2 – Cenário 1:

Tabela 3: Parâmetros de Entrada para o cenário 1

DMU	CASH (M\$)	ORETREATED (KTY)
	Input	OutPut
1	116	2815
2	187	1639
3	108	745
4	275	1675
5	11	56
6	18	95
7	60	293
8	209	900
9	81	341
10	68	270

11	49	180
12	174	316
13	273	1387
14	205	1100
15	340	1726
16	63	430
17	57	444
18	319	2905
19	103	986

Fonte: Autores (2022)

Grupo 2 – Cenário 2:

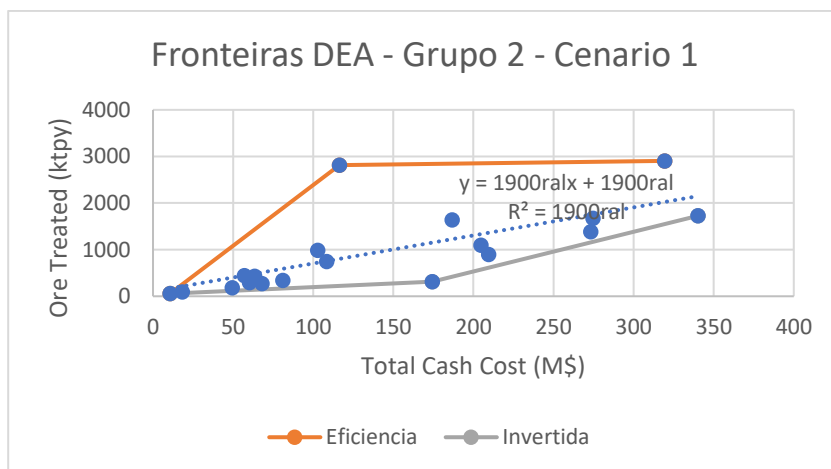
Tabela 4: Parâmetros de entrada para o cenário 2

DMU	LABOR	ENERGY	REAGENTS	OTHER ON SITE	TCRC+ SHIPMENT	ROYALTY	ORE TREATED
	<i>Input</i>	<i>Input</i>	<i>Input</i>	<i>Input</i>	<i>Input</i>	<i>Input</i>	<i>Output</i>
1	19,3	3,19	1,5	13,31	0,07	3,98	2815
2	68,73	17,88	3,13	19,62	0,09	4,48	1639
3	43,65	51,71	1,04	42,62	0,21	6,18	745
4	37,83	3,94	7,21	107,89	0,49	6,59	1675
5	93,24	28,17	6,91	50,09	0,88	8,78	56
6	122,15	37,62	1,45	28,54	0,15	2,63	95
7	87,26	8,2	1,39	70,85	0,45	37,12	293
8	155,53	7,37	7,25	60,02	1,09	1,44	900
9	138,74	23,36	2,32	46,2	1,55	25,86	341
10	165,26	19,04	1,85	39,23	5,43	21,39	270
11	147,74	18,46	5,85	48,75	2,28	51,42	180
12	286,83	31,93	2,45	169,19	4,03	56,9	316
13	72,18	10,44	2,35	75,44	21,63	14,94	1387
14	60,46	12,2	3,37	97,82	0,55	11,65	1100
15	88,66	18,05	3,83	75,52	0,14	10,9	1726
16	97,71	7,58	1,58	27,83	1,78	10,93	430
17	57,08	23,97	1,79	31,14	0,05	14,3	444
18	38,92	5,45	5,54	33,27	4,74	22,06	2905
19	70,35	9,43	1,94	21,9	0,55	0	986

Fonte: Autores (2022)

Como saída do modelo do Grupo 2 – Cenário 1, podemos ver a fronteira de eficiência em laranja na figura abaixo e a fronteira invertida em cinza. É uma forma didática de se ilustrar as duas fronteiras.

Figura 7: Fronteiras de Eficiência e Invertida no cenário 1



Fonte: Autores (2022)

Considerando as saídas dos modelos temos:

Tabela 5: Resultado do Modelo BCC cenário 1 orientado a input

DMU	PADRÃO	INVERTIDA	COMPOSTA
1	1,00000	0,34118	0,82941
6	0,69357	0,50776	0,59291
17	0,45204	0,30148	0,57528
16	0,40053	0,33614	0,53220
18	1,00000	0,93824	0,53088
19	0,45042	0,40731	0,52156
5	1,00000	1,00000	0,50000
7	0,33366	0,37599	0,47884
3	0,34464	0,48106	0,43179
2	0,38099	0,56708	0,40695
10	0,28153	0,46844	0,40655
9	0,26971	0,45777	0,40597
11	0,32080	0,55218	0,38431
14	0,24747	0,76981	0,23883
4	0,26405	0,82336	0,22035
8	0,20632	0,86095	0,17268
13	0,22584	0,90973	0,15806
15	0,21928	1,00000	0,10964
12	0,12009	1,00000	0,06004

Fonte: Autores (2022)

Tabela 6: Resultado de saída do modelo BCC cenário 1 orientado a output

DMU	PADRÃO	INVERTIDA	COMPOSTA
1	1,00000	0,07939	0,96031
18	1,00000	0,53275	0,73363
2	0,57580	0,26017	0,65781

19	0,39864	0,20563	0,59651
17	0,35107	0,29138	0,52984
3	0,28601	0,28285	0,50158
5	1,00000	1,00000	0,50000
16	0,30231	0,32313	0,48959
4	0,58049	0,70083	0,43983
14	0,38536	0,52665	0,42936
7	0,21808	0,45788	0,38010
6	0,39594	0,70701	0,34447
9	0,17992	0,49166	0,34413
13	0,48083	0,83411	0,32336
8	0,31510	0,68143	0,31683
10	0,17377	0,54415	0,31481
15	0,59415	1,00000	0,29707
11	0,17070	0,64785	0,26142
12	0,11124	1,00000	0,05562

Fonte: Autores (2022)

Tabela 7: Resultado de saída do modelo BCC cenário 2 orientado a input

DMU	PADRÃO	INVERTIDA	COMPOSTA
1	1,00000	0,22085	0,88957
19	1,00000	0,37653	0,81174
16	0,91959	0,42193	0,74883
17	1,00000	0,60802	0,69599
7	1,00000	0,66317	0,66841
2	0,86039	0,56912	0,64563
18	1,00000	0,94341	0,52829
3	1,00000	1,00000	0,50000
6	1,00000	1,00000	0,50000
8	0,97947	1,00000	0,48973
9	0,59858	0,68992	0,45433
4	0,80965	1,00000	0,40482
15	0,48232	0,72029	0,38101
10	0,74834	1,00000	0,37417
14	0,43845	0,70349	0,36748
13	0,62086	1,00000	0,31043
12	0,53797	1,00000	0,26898
5	0,34174	1,00000	0,17087
11	0,27303	1,00000	0,13651

Fonte: Autores (2022)

Tabela 8: Resultado de saída do modelo BCC cenário 2 orientado a output

DMU	PADRÃO	INVERTIDA	COMPOSTA
1	1,00000	0,01989	0,99005
19	1,00000	0,05680	0,97160
18	1,00000	0,10552	0,94724

17	1,00000	0,16228	0,91886
15	0,61285	0,06461	0,77412
2	0,58216	0,03417	0,77400
7	1,00000	0,54596	0,72702
14	0,38948	0,14563	0,62193
3	1,00000	1,00000	0,50000
6	1,00000	1,00000	0,50000
16	0,15266	0,22867	0,46199
9	0,12036	0,37298	0,37369
4	0,59332	1,00000	0,29666
8	0,54620	1,00000	0,27310
13	0,48943	1,00000	0,24471
12	0,11142	1,00000	0,05571
10	0,09565	1,00000	0,04783
11	0,06299	1,00000	0,03150
5	0,01978	1,00000	0,00989

Fonte: Autores (2022)

Percebe-se que os modelos apresentam eficiências distintas, apesar de serem abordagens similares com *inputs* voltados ao custo e *output* vinculados à produção.

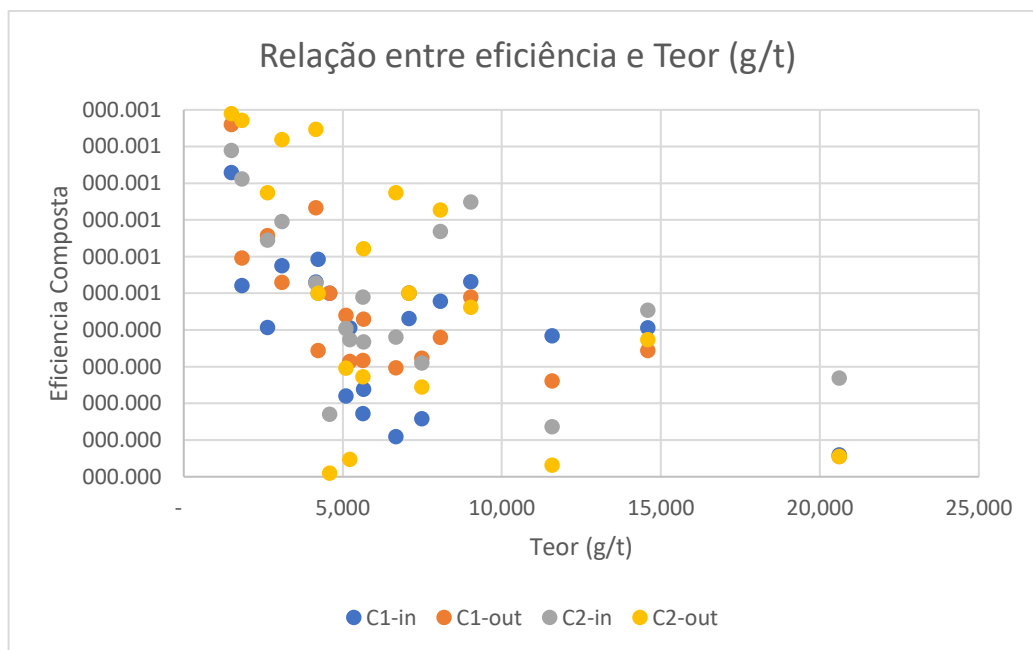
Tabela 9: Consolidado do ranking de cada modelo

C1-in	C1-out	C2-in	C2-out
1	1	1	1
6	18	19	19
17	2	16	18
16	19	17	17
18	17	7	15
19	3	2	2
5	5	18	7
7	16	3	14
3	4	6	3
2	14	8	6
10	7	9	16
9	6	4	9
11	9	15	4
14	13	10	8
4	8	14	13
8	10	13	12
13	15	12	10
15	11	5	11
12	12	11	5

Fonte: Autores (2022)

Na relação entre os modelos, percebe-se a diferença principalmente entre as DMU's intermediárias, no entanto, é observável uma proximidade entre os primeiros e últimos colocados.

Figura 8: relação entre Eficiência e Teores



Fonte: Autores (2022)

Sendo nossa variável de análise de eficiência composta, à conversão de custo em produção, pode-se observar uma relação inversa entre os teores do depósito e a eficiência, pois, em geral depósitos de alto teor, possuem grandes pressões por produção, que de maneira geral resultam em uma redução de pressão no controle de custo. Observa-se ainda que esses ativos de alto teor apresentam uma ineficiência de custo porque buscam ter estoques que garantam sua produção.

Sendo assim, esses ativos com alto teor, apesar de serem potências geradores de maior fluxo de caixa por sua característica de depósito, possuem ainda a oportunidade de maximizar o fluxo de caixa, buscando a eficiência em custo.

Outro ponto a ressaltar na figura 8 é a possibilidade de classificar em quadrantes:

Tabela 10: Descrição Quadrantes da Figura 8

	Eficiência	Teor (g/t)
1º Quadrante	Baixa	Baixo
2º Quadrante	Alto	Baixo

3º Quadrante	Baixa	Alto
4º Quadrante	Alto	Alto

Fonte: Autores (2022)

Sendo ativos no 1º Quadrante, ativos críticos com risco de geração de caixa; 2º Quadrante, sem projeção de grandes melhoras no fluxo de caixa (podendo indicar que esses ativos precisam de expansões de produção para utilizar sua alta eficiência); 3º Quadrante, ativos com oportunidade para geração de caixa; e 4º Quadrante são os melhores ativos.

Considerando outra saída do modelo de DEA conseguimos analisar o valor alvo, o qual deve-se buscar para atingir a fronteira de eficiência, como é possível observar nas tabelas abaixo de nosso modelo orientado a input.

Tabela 11: Variação necessária de Cash(M\$), para atingir a fronteira de eficiência modelo orientado a input

DMU	ATUAL	ALVO	VARIAÇÃO
1	116,00	116,00	0%
2	187,00	71,24	-62%
3	108,00	37,22	-66%
4	275,00	72,61	-74%
5	11,00	11,00	0%
6	18,00	12,48	-31%
7	60,00	20,02	-67%
8	209,00	43,12	-79%
9	81,00	21,85	-73%
10	68,00	19,14	-72%
11	49,00	15,72	-68%
12	174,00	20,89	-88%
13	273,00	61,65	-77%
14	205,00	50,73	-75%
15	340,00	74,56	-78%
16	63,00	25,23	-60%
17	57,00	25,77	-55%
18	319,00	319,00	0%
19	103,00	46,39	-55%

Fonte: Autores (2022)

Esse modelo permite observar, um potencial de geração de caixa, caso a eficiência seja alcançada.

Tabela 12: Variação necessária do parâmetro (\$/t) para alcançar a fronteira de eficiência modelo orientado a input

DMU	LABOR	ENERGY	REAGENTS	OTHER ONSITE	TCRC+ SHIPMENT	ROYALTY	ORE TREATED
-----	-------	--------	----------	-----------------	-------------------	---------	----------------

1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
2	-58%	-64%	-52%	-25%	-14%	-14%	0%
3	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
4	-49%	-19%	-79%	-88%	-86%	-40%	0%
5	-66%	-83%	-77%	-69%	-79%	-66%	0%
6	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
7	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
8	-66%	-2%	-75%	-69%	-65%	-2%	0%
9	-75%	-40%	-40%	-40%	-90%	-64%	0%
10	-78%	-25%	-25%	-25%	-97%	-53%	0%
11	-87%	-83%	-74%	-73%	-97%	-92%	0%
12	-73%	-46%	-46%	-62%	-90%	-46%	0%
13	-57%	-38%	-38%	-68%	-99%	-38%	0%
14	-63%	-56%	-56%	-83%	-84%	-56%	0%
15	-73%	-68%	-60%	-79%	-52%	-52%	0%
16	-66%	-8%	-8%	-9%	-92%	-8%	0%
17	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
18	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
19	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Fonte: Autores (2022)

Nesse modelo, com mais de um input, percebe-se a orientação que é possível realizar ao tentar buscar a fronteira de eficiência, direcionando os esforços de modo objetivo.

4. Considerações Finais

Diante do exposto, a utilização da metodologia de DEA resultou em uma orientação na busca da fronteira de eficiência. Em suma, o conceito de eficiência, assim como os alvos para atingi-la, ou seja, os *benchmarks* de cada DMU's entre si, são as ferramentas que permitem direcionar os esforços para poder estruturar um plano de busca por essa eficiência. Nesse sentido, a sua aplicação torna-se de grande auxílio para uma tomada de decisão.

REFERÊNCIAS

THE AUSTRALASIAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY. **Cost estimation handbook**. Melbourne, Austrália. 2012.

BARBOSA, Frederico C.; FUCHIGAMI, Hélio Y. **Análise Envoltória de Dados: Teorias e aplicações**: Itumbiara: Ulbra, 2018

BANKER, R. D; CHARNES, A; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. **Management science**, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, 1984.

BENÍCIO, Juliana; MELLO, João C. C. B. S. Retornos de escala em DEA: críticas ao BCC e novo modelo. **Temiminós Revista Científica**, v. 4, n. 2, p. 42-61, 2014.

BELLONI, José A. **Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de universidades federais brasileiras**. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2000.



CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European journal of operational research**, v. 2, n. 6, p. 429-444, 1978.

EDIRISINGHE, N.C.P.; ZHANG, X. Generalized DEA model of fundamental analysis and its application to portfolio optimization. **Journal of banking & finance**, v. 31, n. 11, p. 3311-3335, 2007.

GEISSLER, Bernhard *et al.* (2015). Efficiency performance of the world's leading corporations in phosphate rock mining. **Resources, Conservation and Recycling**, v. 105, p. 246-258, 2015.

GUERREIRO, Alexandra d. S. **Análise da eficiência de empresas de comércio eletrônico usando técnicas da Análise Envoltória de Dados**. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

LETA, Fabiana R. *et al.* Métodos de melhora de ordenação em DEA aplicados à avaliação estática de tornos mecânicos. **Investigação Operacional**, v. 25, n. 2, p. 229-242, 2005.

MARIANO, Enzo B. **Sistematização e comparação de técnicas, modelos e perspectivas não-paramétricas de análise de eficiência produtiva**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MELLO, João C. C. B. S. *et al.* Curso de análise de envoltória de dados. **XXXVII Simpósio brasileiro de pesquisa operacional**, p. 2520-2547, 2005.