

# Expoentes de Lyapunov e sobrevivência de partículas no modelo Fermi-Ulam

Matheus Felipe Milani Magiri, Juliano Antônio de Oliveira; Universidade estadual paulista – UNESP / Câmpus de São João da Boa Vista; Engenharia aeronáutica; matheus.felipe@unesp.br, juliano.antonio@unesp.br; PIBIC.

Palavras Chave: *Caos, Fermi-Ulam, Sobrevivência de partículas.*

## Introdução

O modelo Fermi-Ulam é composto por uma partícula de massa  $m$ , a qual sofre colisões elásticas entre duas paredes rígidas, esse modelo é descrito por um mapeamento bidimensional nas variáveis velocidade  $v$  da partícula e fase  $\Phi$  da parede. O espaço de fases é mostrado na figura 1(a). Através do mapeamento descrito, foi realizado um estudo sobre escape de partículas no mar de caos, e suas propriedades. A probabilidade de sobrevivência das partículas em função do tempo foi investigada com intuito de determinar o expoente dinâmico.

## Objetivo

Estudar o transporte de partículas para compreender a probabilidade de sua sobrevivência.

## Material e Métodos

O modelo Fermi-Ulam simplificado é descrito pelo seguinte mapeamento bidimensional:

$$\begin{cases} v_{n+1} = |v_n - 2\epsilon \omega \sin(\phi_{n+1})| \\ \phi_{n+1} = [\phi_n - \frac{2l}{v_n}] \text{ mod}(2\pi) \end{cases} \quad (1)$$

Onde  $\epsilon$  é o parâmetro de não linearidade,  $l$  é a distância da parede fixa até a posição de equilíbrio e  $\omega$  é a frequência de oscilação da parede.

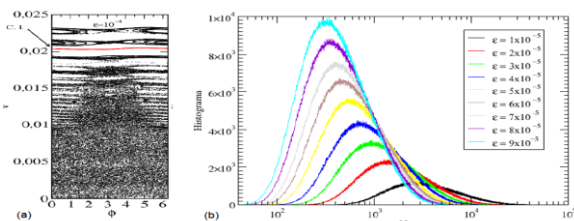


Figura 1: Espaço de fases e histogramas

Para fins de compreensão, foi delimitado um valor arbitrário do percentual da altura da curva invariante spanning no mar de caos. Inicialmente considera-se um conjunto de partículas em determinada condição inicial de velocidade, quando uma dessas partículas atinge o valor limite determinado, considera-se que a mesma atingiu um buraco e é então eliminada da simulação. O número de iterações gastos até que a partícula atinja a região de escape é registrado.

A figura 1(b) mostra o histograma de frequência de escape de partículas em função do número de iterações, considerando valores diferentes do parâmetro  $\epsilon$ .

## Resultados e Discussão

As figuras 2 e 3 mostram o resultado da probabilidade de sobrevivência.

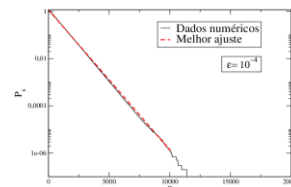


Figura 2: Probabilidade de sobrevivência pelo número de iterações. Um ajuste exponencial fornece  $\nu = -0,01169(6)$ .

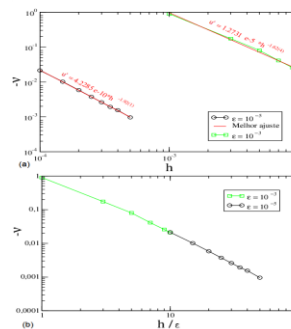


Figura 3: Em (a)  $-\nu$  vs altura de escape  $h$ , para valores diferentes de  $\epsilon$ , fornecendo leis de potência diferentes. Em (b) uma transformação de variável no eixo horizontal mostra uma invariância de escala.

## Conclusão

Utilizando do modelo simplificado Fermi-Ulam, estudamos algumas propriedades do escape de partículas. Determinamos numericamente os expoentes dinâmicos a partir da investigação da probabilidade de sobrevivência que podem ser utilizados para comparar com expoentes conhecidos na literatura. O procedimento é geral e pode ser aplicado para sistemas de natureza diferente.

## Agradecimentos

PIBIC / CNPq - 303242/2018-3, 421254/2016-5, PIBIC / CNPq - 567- 3177, FAPESP - 2018/14685-9

1 LICHTENBERG, A. J.; LIEBERMAN, M. A. Regular na chaotic dynamics. 2.ed. V.38 New York: Springer-Verlag, 1992.  
 2 LEONEL, E. D.; McCLINTOCK, P.V.E. J. Phys. A. 38, 823, 2005.  
 3 OLIVEIRA J. A.; COSTA D. R.; LEONEL, E. D.; The European Physical Journal Special Topics, **225**, 2751-2761, 2016.  
 4 LEONEL, E. D.; Invariância de escala em sistemas dinâmicos não lineares. São Paulo: Blucher, 2019.