

PROBLEMA DE CAMINHO MAIS CURTO EM UMA EMPRESA TRANSPORTADORA: UMA APLICAÇÃO PARA OTIMIZAÇÃO DE ROTAS

Lays Capingote Serafim da Silva (UFG) laysengenharia7@gmail.com
Rodrigo Ferreira da Silva Cardoso (UFG) rodrigoferreiracardoso1@hotmail.com

Resumo

A obtenção da melhor rota a ser seguida é um dos principais desafios das empresas transportadoras, sobretudo quando a organização é de pequeno porte e de constituição familiar, isso porque normalmente, estas possuem pouco ou nenhum investimento neste sentido. Dessa forma, o presente estudo tem como objetivo aplicar o Problema de Caminho mais Curto em uma empresa transportadora situada na cidade de Catalão, Goiás, para obtenção da melhor rota a ser seguida. A empresa em questão se caracteriza em pequeno porte, de constituição familiar e não realiza nenhum estudo de rotas, principalmente fundados em métodos científicos, como a Pesquisa Operacional. À vista disso, a justificativa deste trabalho se estabelece nessa circunstância. Para atingir o objetivo deste estudo, utilizaram-se como procedimentos de pesquisa, o estudo de caso e a pesquisa bibliográfica. A modelagem matemática foi elaborada e resolvida por meio do *software LINGO* (versão *student*), que apresentou uma rota otimizada de 221,3 Km.

Palavras-Chaves: Roteirização. Pesquisa Operacional. LINGO.

1. Introdução

O transporte é uma das principais atividades da logística, representando cerca de 1 a 2 terços dos custos logísticos. No tocante a essa atividade, uma das tarefas fundamentais para as empresas transportadoras de cargas ou mercadorias é a escolha da melhor rota a ser seguida por veículos de uma frota.

Essa tarefa é conhecida na logística como roteirização. Conforme Branco e Giglioli (2014), a roteirização consiste na definição de um percurso que otimiza a distância percorrida, o tempo, e com isso os custos operacionais. Nessa perspectiva, existem metodologias matemáticas com essa finalidade, como o Problema de Caminho mais Curto, que como o nome sugere, encontra a distância mínima entre um ponto de origem e um ponto de destino.

De acordo com Lachtermacher (2007), o Problema de Caminho mais Curto é um dos problemas da Pesquisa Operacional, que com o auxílio de técnicas como a Programação Linear pode ser modelado matematicamente e resolvido por meio de softwares computacionais com essa finalidade, como o *software LINGO*.

No entanto, como destaca Pitol et al (2014), muitas empresas não possuem profissionais capacitados ou softwares para a realização de estudos como estes, o que normalmente ocorre é a utilização de aplicativos com GPS ou visualização no Google Maps.

Diante deste contexto, o presente estudo tem como objetivo aplicar o Problema de Caminho mais Curto para obtenção da melhor rota para uma empresa transportadora de pequeno porte e de constituição familiar, com sede na cidade de Catalão, Goiás. Para alcançar esse objetivo, (1) foi realizado um levantamento das possíveis rotas existentes entre os pontos de origem e destino, (2) a modelagem matemática de programação linear foi elaborada e (3) o software LINGO foi utilizado para solucionar o problema.

Este estudo adota a seguinte estrutura: na seção dois é apresentado o referencial teórico com uma sequência de assuntos para o entendimento do proposto, assim, são explicados o que é a Pesquisa Operacional (PO), a Programação Linear (PL), o software LINGO e o Problema de Caminho mais Curto no contexto da logística e roteirização. Na terceira seção é apresentada a metodologia de pesquisa; na seção quatro o estudo, com a descrição da empresa e todos os passos para a solução ótima, e por fim, na quinta seção as considerações finais.

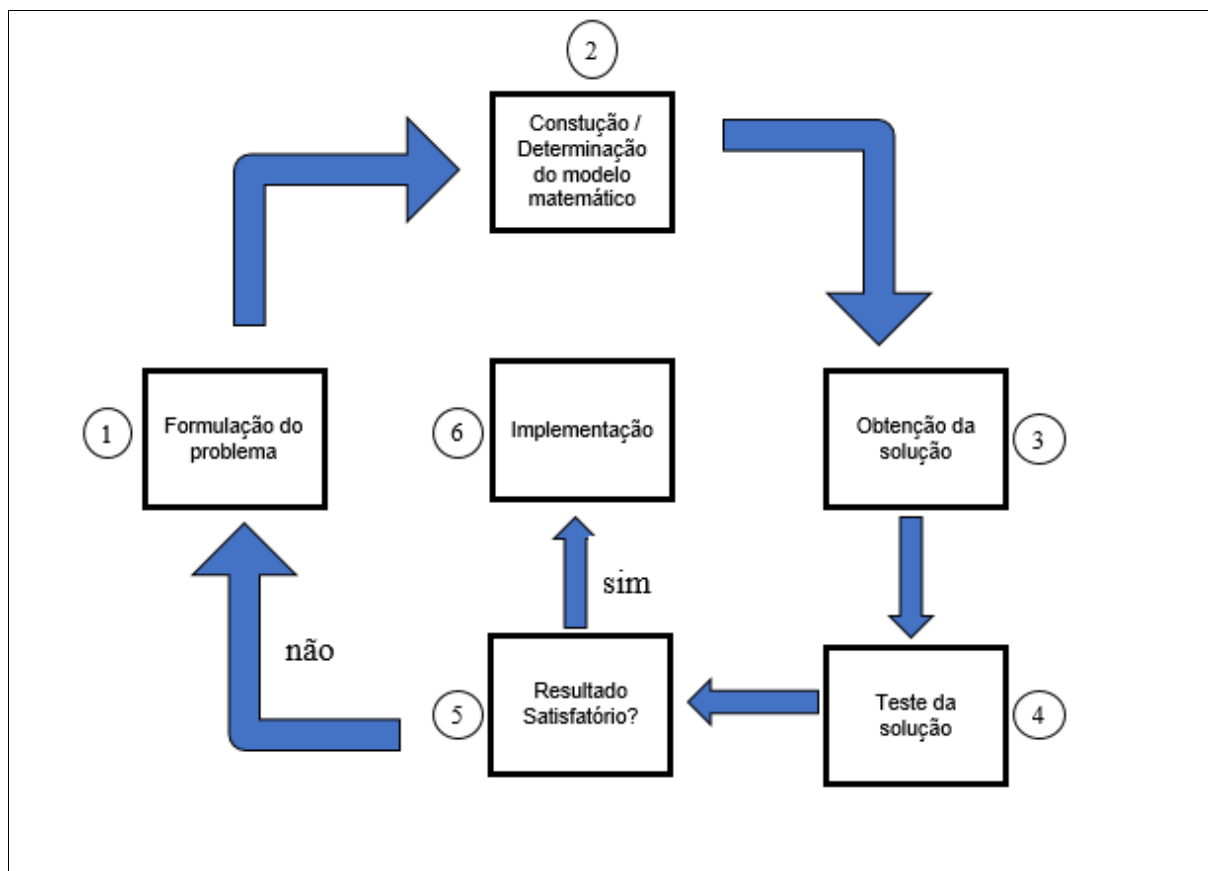
2. Referencial Teórico

2.1. Pesquisa operacional

A Pesquisa Operacional (PO) de acordo com a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (SOBRAPO) é uma ciência aplicada que propicia a solução de problemas efetivos. Taha (2008), também define a PO como uma ciência, justificando pelo fato da utilização de métodos matemáticos. No entanto, o autor, também a define como uma arte, pois como ressalta, a elaboração do modelo matemático requer criatividade e experiência do profissional.

Para a efetivação da PO, Moreira (2007), propõe uma metodologia composta por seis fases, a saber: 1 – Formulação do problema, 2 – Construção do modelo matemático, 3 – Dedução da solução do modelo, 4 – Teste do modelo e da solução, 5 – Estabelecimento do controle sobre a solução e 6 - Implementação. Na Figura 1, a seguir, é apresentado um esquema sequencial das fases.

Figura 1 – As seis fases da Pesquisa Operacional



Fonte: Adaptado de Moreira (2007).

Para o melhor entendimento de cada uma das fases, o Quadro 1, a seguir, apresenta a descrição do que consiste cada uma dessas etapas.

Quadro 1 – Descrição de cada fase

Fase	Descrição
1 – Formulação do problema	Definir o objetivo e as possíveis soluções;
2 – Construção do modelo matemático	O problema é analisado através de variáveis;
3 - Dedução da solução do modelo	Através do modelo ótimo, usando processos analíticos ou numéricos;
4 – Teste do modelo e da solução	Trazer o modelo para a realidade com eficiência e exatidão;
5 – Estabelecimento do controle sobre a solução	Adequação, conservação e constância da solução entre as variáveis;
6 - Implementação	Realização de testes nos processos operacionais.

Fonte: Adaptado de Moreira (2007).

Como pode ser observado no Quadro 1, a fase dois equivale a construção do modelo matemático. Nesse sentido, Moreira (2007), esclarece os principais elementos que integram essa modelagem matemática:

- Variáveis de decisão: Surgem através da função-objetivo, cuja as variáveis são fundamentais para analisar os parâmetros fixos dentro do modelo analisado;
- Função objetivo: É utilizada quando precisa ser determinado as variáveis de controle de maneira que minimize ou maximize o valor da função objetivo, otimizando o processo.
- Restrições: Possui o papel que limita os valores cujas funções apresentam variáveis que podem assumir essa função, essas limitações são designadas pelo modelo.

De acordo com Moreira (2007), conseguir a melhor solução, ou seja, a solução ótima demanda a solução de um sistema de equações e inequações como na programação linear.

2.1.1. Programação linear e software LINGO

De acordo com Silva et al (2019), os modelos de PO são categorizados quanto ao tipo de equações e variáveis que o modelo possui. Nesse sentido, eles podem ser classificados em modelos de Programação Linear, Programação Não-linear e Programação Inteira.

A Programação Linear (PL), como destacam Barbosa (2014) e Gameiro, Rocco e Caixeta Filho (2011), é uma das técnicas mais usuais e de destaque da PO. Os autores alegam que essa notoriedade se dá pela simplicidade na elaboração dos modelos matemáticos e a resolução dos problemas.

Em consonância e complementando, Mansilha, Farret e Kullmann (2017), ressaltam que a PL é um dos problemas de otimização mais significativos, em que, problemas efetivos podem ser formulados e resolvidos. Ainda os autores relatam que a PL tem como metodologia a minimização ou a maximização da função objetivo linear, juntamente com uma classe de restrições lineares.

Nesse contexto, Goldbarg e Luna (2005), descrevem que os modelos de PL integram uma condição específica, em que as variáveis são regulares e retratam um comportamento linear, permitindo assim uma fácil implementação. Essa característica se configura como uma vantagem em relação aos demais algoritmos de solução existentes.

Em outras palavras, Barbosa (2014), explica que a PL investiga a melhor solução para um problema, considerando suas respectivas características. Estas são retratadas e associadas mediante um conjunto de equações lineares.

Um modelo de PL, conforme Milhomem et al (2015) e Pizzolato e Gandolpho (2009), possui elementos básicos, tais como: variáveis de decisão, função objetivo, restrições lineares e não

negatividade das variáveis de decisão. Assim, qualquer problema expresso como o conjunto de equações de (1) a (4), pode ser classificado como um problema de PL.

$$\text{MAX. (ou MIN): } C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1 \quad (2)$$

$$a_{k1}X_1 + a_{k2}X_2 + \dots + a_{kn}X_n \geq b_k \quad (3)$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n = b_m \quad (4)$$

Acerca da solução de modelagens matemáticas como esta, Botacim et al (2019), informa que para problemas simples a utilização de planilhas eletrônicas cumpre o esperado, no entanto, para a solução de problemas complexos, softwares como LINGO, LINDO e OPM são os mais adequados.

Nesse sentido, o presente estudo utiliza o software LINGO para a solução da modelagem matemática de PL. Para entendimento deste programa, Hillier e Lieberman (2010) e Silva et al (2019), destacam que o LINGO (*Linear Interactive and Discrete Optimizer*), tem como principal característica a flexibilidade em lidar com uma série de problemas de PO, dentre eles, a programação linear e não linear.

2.2. Logística e roteirização

É possível encontrar na literatura diversos conceitos sobre logística, dentre eles o de Ballou (2006, p.27), que destaca a logística como um “processo de planejamento, implantação e controle do fluxo eficiente e eficaz de mercadorias, serviços e das informações relativas desde o ponto de origem até o ponto de consumo com o propósito de atender as exigências dos clientes”.

Outra definição é dada Bowersox e Closs (1996), que identifica a logística como um processo de administrar estrategicamente a compra, distribuição e estocagem de materiais e produtos acabados.

Pelas definições observa-se que a logística está atrelada com a distribuição, ou seja, transporte. Isso também pode ser observado na classificação de Ballou (2006) e Christopher (2007), quanto às atividades logísticas, das quais são divididas em dois grupos, sendo os das atividades primárias e os das atividades secundárias (ou de apoio).

Conforme Ballou (2006), as atividades primárias são transporte, estoque e processamento de pedidos, estas, são as essenciais, pois representam cerca de 1 a 2 terços dos custos logísticos. Já as atividades de apoio, como o nome indica, complementam e auxiliam as primárias, neste

grupo estão às atividades de armazenagem, manuseio de materiais, embalagem, obtenção, programação de produtos e manutenção da informação.

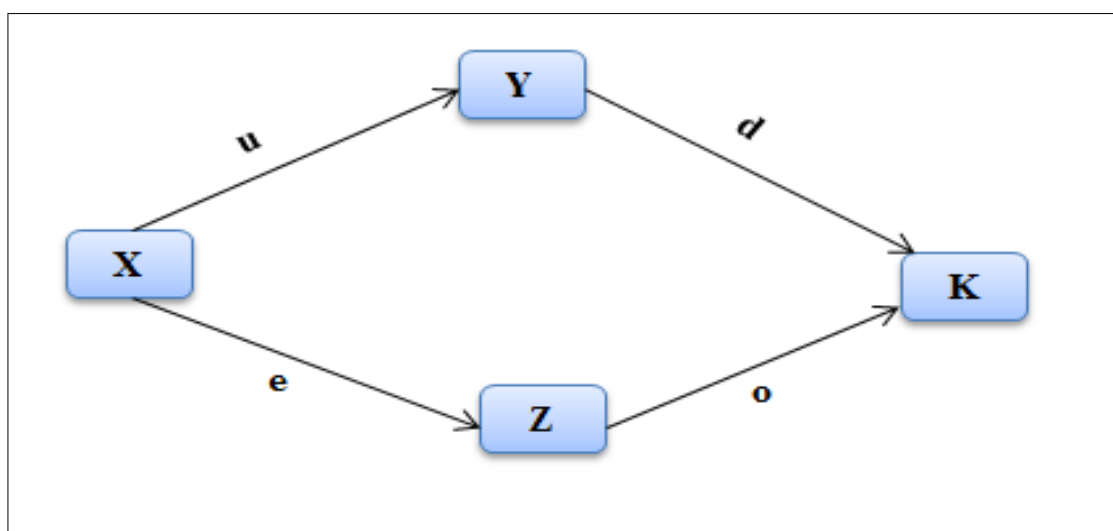
Dessa forma, o transporte é uma característica essencial da logística. As organizações têm como desafio a reformulação de processos para obter redução de custos e consequentemente a geração de lucros, e nesse panorama se encontram muitas empresas transportadoras. Segundo Martins et al (2011), as transportadoras são organizações que realizam a entrega de cargas e de encomendas para diversos locais, desde cidades, estados ou até países.

As questões de transporte logístico são conhecidas como problemas de roteirização. De acordo com Branco e Gigioli (2014), a roteirização corresponde ao termo inglês *routing*, que visa à definição de uma ou mais rotas que devem ser seguidas por veículos de uma frota.

Ainda segundo Branco e Gigioli (2014), desde o século passado, vem sendo desenvolvidas metodologias matemáticas para problemas referentes à roteirização, e uma delas é o Problema de Caminho mais Curto ou Caminho Mínimo. Este problema, conforme Lachtermacher (2007) consiste na obtenção da distância mínima entre um ponto de origem e um ponto de destino.

Para compreensão do funcionamento do Problema de Caminho mais Curto, Lucchesi (1979), explica-o por meio de um grafo, como apresentado na Figura 2, a seguir.

Figura 2 - Representação de um grafo



Fonte: Elaborados pelos autores (2021).

A Figura 2 exemplifica um grafo simples, composto pelos vértices (X, Y, Z, K), sendo o X o ponto de origem e K o ponto de destino. As setas simbolizam as arestas e as letras (u, d, e, o) indicam a distâncias entres os vértices. Esse exemplo possui duas rotas possíveis, sendo a

Rota 1 (X, Y, K) e a Rota 2 (X, Z, K). Os vértices Y e Z são os chamados pontos intermediários, que possuem a finalidade de interligar o ponto de origem ao ponto de destino. Diante desse contexto, o Problema de Caminho mais curto tem como objetivo obter a rota, cuja somatória das distâncias entre os vértices seja a menor possível.

Uma característica importante deste tipo de problema de roteirização é que ele se enquadra em um dos problemas reais que a Pesquisa Operacional, juntamente com a Programação Linear se propõem resolver. Na literatura são encontrados diversos estudos com a aplicação deste problema, com a solução por meio de softwares computacionais como o LINGO, dentre esses estudos, estão Konowalenko et al (2011) e Monteiro et al (2018).

3. Metodologia

Os procedimentos de pesquisa adotados nesse estudo foram a pesquisa bibliográfica e o estudo de caso. A primeira, Fonseca (2002, p. 32), elucida que é “feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos e páginas de web”. Já o estudo de caso, como explica Triviños (1997, p.133), “é uma categoria de pesquisa cujo objeto é uma unidade que se analisa profundamente”.

Portanto, o presente estudo realiza um estudo de caso em uma empresa transportadora com sede na cidade de Catalão, Goiás, com o intuito de aplicar o Problema de Caminho Mínimo para otimizar a rota de entrega. Para atingir essa finalidade, foram seguidos alguns passos, a saber: (1) foi realizado um levantamento das possíveis rotas existentes entre os pontos de origem e destino, (2) a modelagem matemática de programação linear foi elaborada e (3) o software LINGO foi utilizado para solucionar o problema.

4. O estudo

4.1. A empresa

A empresa em estudo é uma transportadora de grãos localizada na cidade de Catalão, Goiás. É classificada quanto ao seu tamanho, como de pequeno porte e de constituição familiar. Suas principais entregas partem da cidade de Catalão em Goiás para a cidade de Uberaba em Minas Gerais.

A organização não possui um software específico com a finalidade de otimização de rotas, como também, não possui mão-de-obra qualificada para realização dessa tarefa. Como exposto na seção de fundamentação teórica, problemas como este, podem ser modelados

matematicamente e resolvidos por meio da programação linear e com o auxílio de softwares computacionais como o LINGO.

4.2. O problema a ser analisado: Caminho mais curto entre a cidade de Catalão-GO e a cidade Uberaba-MG

a) Formulação do problema e dados

O presente estudo se configura na definição da melhor rota para uma transportadora de grãos situada na cidade de Catalão, Goiás, de modo a minimizar a distância entre a cidade de origem e a cidade de destino, por meio da aplicação do Problema de Caminho mais Curto. Para atingir essa finalidade as rotas intermediárias que fazem a ligação entre origem e destino foram identificadas. A seguir, no Quadro 2, é possível observar as rotas encontradas.

Quadro 2 – Possíveis rotas encontradas

	Rota 1	Rota 2
Origem	Catalão	Catalão
Localidades intermediárias	Araguari	Estrela do Sul
	Uberlândia	Nova Ponte
Destino	Uberaba	Uberaba

Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Como observado no Quadro 2, a cidade de Catalão é o ponto de origem, ou seja, o ponto de partida do motorista, já a cidade de Uberaba, é o ponto de destino. As outras cidades são as intermediárias, que fazem a conexão da origem ao destino. Nesse sentido, o emprego do Problema de Caminho mais Curto neste trabalho visa à determinação das localidades intermediárias, e com isso, a rota que decorrerá no menor caminho.

Após a identificação das duas rotas possíveis, as cidades foram nomeadas com números apontando os nós, isto para a melhor observação no grafo. Essa relação é apresentada, a seguir, no Quadro 3.

Quadro 3 – Nós indicando a localização das cidades

Nº de nós	Localização relacionada
1	Catalão
2	Araguari
3	Uberlândia
4	Uberaba
5	Estrela do Sul
6	Nova Ponte

Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Realizada essa relação dos nós com as cidades, o Quadro 3, pode ser melhor retratado conforme é apresentado no Quadro 4, a seguir.

Quadro 4 – Rotas e seus nós referentes

Rota 1	Rota 2
1	1
2	5
3	6
4	4

Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Como exposto no Quadro 4, a primeira possibilidade é a rota 1, passando pelos nós: 1-2-3-4, a segunda possibilidade é a rota 2, seguindo os nós: 1-5-6-4. Outro dado importante para elaboração do modelo matemático é referente às distâncias de um nó para outro nó. Dessa forma, a Tabela 1, a seguir, exibe estas distâncias em quilômetros.

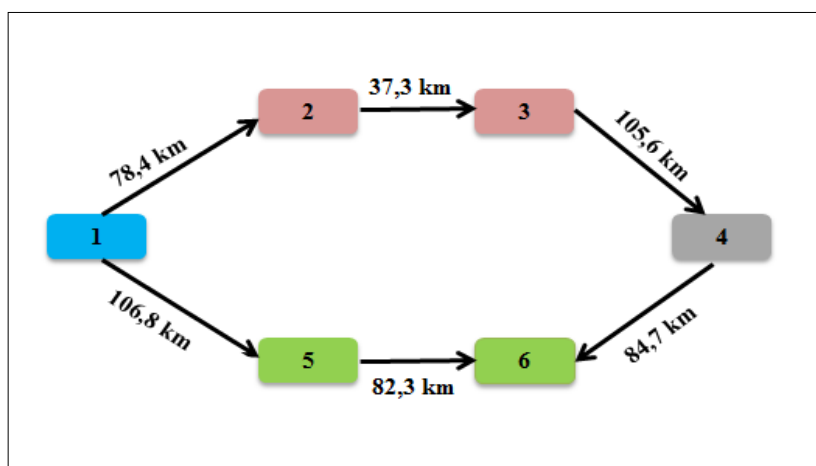
Tabela 1 – Distância entre os nós

Do Nó	Para o Nó	Distância (Km)
1	2	78,4
2	3	37,3
3	4	105,6
1	5	106,8
5	6	82,3
6	4	84,7

Fonte: Google Maps

Assim, o diagrama de grafo para o Problema de Caminho mais Curto utilizado neste estudo é apresentado, a seguir, na Figura 3.

Figura 3 – Diagrama de grafo do estudo



Fonte: Eladorado pelos autores (2021).

b) Elaboração do modelo matemático

O modelo matemático foi elaborado para a aplicação da programação linear. As variáveis de decisão foram definidas do seguinte modo:

- $X_{1,2}$ - Segmento entre Catalão a Araguari
 $X_{1,5}$ - Segmento entre Catalão a Estrela do Sul
 $X_{2,3}$ - Segmento entre Araguari a Uberlândia
 $X_{3,4}$ - Segmento entre Uberlândia a Uberaba
 $X_{5,6}$ - Segmento entre Estrela do Sul a Nova Ponte
 $X_{6,4}$ - Segmento entre Nova Ponte a Uberaba

As variáveis de decisão refletem a combinação dos locais intermediários, em que se pretende encontrar e que decorrerá na rota de menor caminho. Logo, são esses locais buscados que conceberão a solução do problema. Atendendo as distâncias entre os nós exibidos na Tabela 1, a função objetivo é assim retratada:

$$\text{Minimizar: } Z = 78,4 X_{1,2} + 106,8 X_{1,5} + 37,3 X_{2,3} + 105,6 X_{3,4} + 82,3 X_{5,6} + 84,7 X_{6,4}$$

O primeiro limitante da modelagem foi posto pela própria empresa que restringe a quantidade de caminhões que chegam na cidade destino. Assim, para a realização da distribuição, a empresa tem disponível apenas um caminhão, sendo assim, definida a oferta da empresa de um caminhão. Na modelagem matemática esse limitante é representado do seguinte modo: (-1) para a oferta da transportadora, apontando que o caminhão foi enviado para o destino, e (+1) para a demanda, apontando que o caminhão que saiu de Catalão, Goiás chegará à cidade de Uberaba, Minas Gerais.

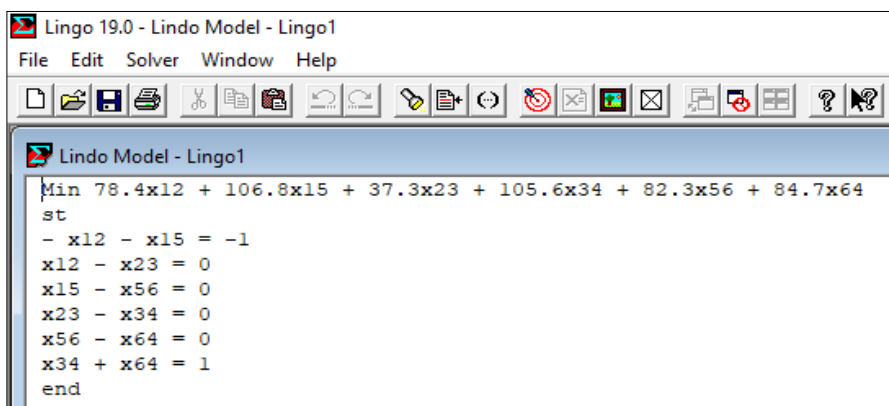
O caminhão parte da cidade de origem (Catalão) diretamente para o destino (Uberaba), dessa forma, é atribuído o valor zero aos nós 2, 3, 5 e 6, isso significa, que o caminhão somente cruzará esses acessos.

As demais restrições, asseguram a não-negatividade do modelo, ou seja, os resultados devem apresentar valores positivos (maiores que 0). Isto posto, as restrições são apresentadas abaixo:

$- X_{1,2} - X_{1,5} = -1$	Nó 1: Ponto de origem (Catalão)
$X_{1,2} - X_{2,3} = 0$	Nó 2
$X_{1,5} - X_{5,6} = 0$	Nó 3
$X_{2,3} - X_{3,4} = 0$	Nó 4
$X_{5,6} - X_{6,4} = 0$	Nó 5
$X_{3,4} - X_{6,4} = 1$	Nó 6: Ponto de destino (Uberaba)
$X_{1,2} \quad X_{1,5}; X_{2,3}; X_{3,4}; X_{5,6}; X_{6,4} \geq 0$	Não- Negatividade

A Figura 4, a seguir, exhibe o emprego da modelagem matemática no software LINGO, que gerou os resultados indicados na seção subsequente.

Figura 4 – Modelagem matemática registrada no software



Fonte: Software LINGO (2021).

5. Resultados e discussões

Elaborada a modelagem matemática, a etapa subsequente do estudo foi resolvê-la com o auxílio do software LINGO. O relatório obtido por meio do sistema é apresentado na Figura 5, a seguir.

Figura 5 – Relatório obtido pela resolução

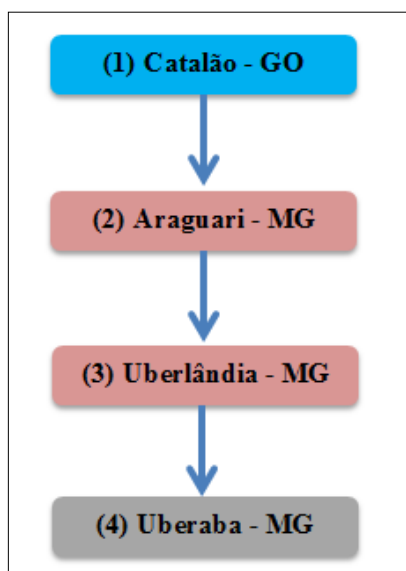
Global optimal solution found.		
Objective value:	221.3000	
Infeasibilities:	0.000000	
Total solver iterations:	0	
Elapsed runtime seconds:	0.08	
Model Class:	LP	
Total variables:	6	
Nonlinear variables:	0	
Integer variables:	0	
Total constraints:	7	
Nonlinear constraints:	0	
Total nonzeros:	18	
Nonlinear nonzeros:	0	
Variable	Value	Reduced Cost
X12	1.000000	0.000000
X15	0.000000	0.000000
X23	1.000000	0.000000
X34	1.000000	0.000000
X56	0.000000	0.000000
X64	0.000000	52.50000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	221.3000	-1.000000
2	0.000000	221.3000
3	0.000000	142.9000
4	0.000000	114.5000
5	0.000000	105.6000
6	0.000000	32.20000
7	0.000000	0.000000

Fonte: Software LINGO (2021).

O resultado (221,3 km) obtido no campo “*Objective Value*”, refere-se à distância total otimizada, em que o caminhão deverá percorrer em seu trajeto. Esse trajeto é indicado no campo “*Variable*”, em que foram atribuídos o valor 1, em outras palavras, isso significa que “ $X_{1,2}$ ”, o caminhão está partindo do ponto 1 (Catalão - origem) e indo para o ponto 2 (Araguari). Em “ $X_{2,3}$ ” o caminhão parte do ponto 2 (Araguari), e vai para o ponto 3 (Uberlândia) e em “ $X_{3,4}$ ” o caminhão está saindo do ponto 3 (Uberlândia) e indo até ponto 4 (Uberaba - destino).

Como já explicado acima e conforme os resultados obtidos, a solução ótima para o problema descrito é de 221,3 Km. A Figura 6, a seguir, apresenta de forma esquemática, o percurso que representa essa otimização.

Figura 6 – Rota ótima obtida



Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Dessa forma, o caminho ótimo que indica a melhor solução é dado pela Rota 1, percorrendo os nós 1-2-3-4 do diagrama do grafo.

6. Considerações finais

O objetivo de obter uma rota otimizada para uma empresa transportadora da cidade de Catalão, Goiás, foi inteiramente alcançado. Tanto a construção do modelo matemático quanto sua resolução no software específico, são fundamentados nos principais autores de Pesquisa Operacional e em estudos similares, como pode ser observado em Konowalenko et al (2011), Monteiro et al (2018) e Silva et al (2016).

Um fator que merece atenção, diz respeito à aplicabilidade da Pesquisa Operacional, da Programação Linear e do Problema de Caminho mais Curto em problemas efetivos de roteirização. Empresas de grande porte já possuem uma equipe especializada para efetuar a análise de rotas, no entanto, essa conjuntura não é a mesma para empresas de pequeno porte, que normalmente não detêm de capital e mão-de-obra técnica para essa considerável análise.

Para a realização de pesquisas futuras, recomenda-se a aplicação do Problema de Caminho mais Curto em outras atividades de distribuição realizadas pela empresa objeto deste trabalho, com o intuito, de auxiliá-la a encontrar rotas viáveis e que minimize seus custos com transporte.

REFERÊNCIAS

- BALLOU, R. H. **Logística empresarial**: transporte, administração de materiais e distribuição física. São Paulo: Atlas, 2006.
- BARBOSA, G. M. Utilização da programação linear na otimização de resultados de produção empresa. **Integração**. N. 66, p. 49-58, 2014.
- BOTACIM, R.S.; FONTANA, V.S.; XAVIER, B.M.; SOUZA, M. Pesquisa Operacional: comparação de dois métodos para resolução de um problema de programação linear. **Perspectivas Online: Exatas & Engenharia**, v. 09, n. 24, p. 19-33, 2019.
- BOWERSOX, D. J., CLOSS, D. J. **Logística Empresarial**: O Processo de Integração da Cadeia de Suprimento, São Paulo, Editora Atlas, 2009.
- BRANCO, F. J. C.; GIGIOLI, O. A. Roteirização de Transporte de Carga :Estudo de Caso: distribuidora de tintas e seu método de entregas. **Revista Fae**, Curitiba, v. 17, n. 2, p. 56-81, jul/dez. 2014.
- CHRISTOPHER, M. **Logística e Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos**: estratégias para redução de custos e melhoria de serviços. São Paulo: Pioneira, 2007.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.
- GAMEIRO, A. H., ROCCO, C. D., & CAIXETA-FILHO, J. V. Modelo matemático para otimização e avaliação de unidade produtora de leite caracterizada pela integração lavoura-pecuária: consideração de parâmetros econômicos, logísticos e ambientais. In CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ADMINISTRAÇÃO E SOCIOLOGIA RURAL, 49, Belo Horizonte, **Anais**, SOBER, 2011.
- GOLDBARG, M. C. & LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear**. 2 ed., Rio de Janeiro, Elsevier, 2005.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.
- KONOWALENKO, F. **Problema do carteiro chinês não-orientado e misto para a otimização de rotas na cidade de Irati/PR**. 2011. 108 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, 2011.
- LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**: Modelagem em Excel. 3º ed. Rio de Janeiro. 2007, 142 -144 p.
- LUCCHESI, C. L. **Introdução à teoria dos grafos**. Rio de Janeiro: Instituto de matemática pura e aplicada. 1979, 152 p.
- MANSILHA, M. B.; FARRET, F. A.; KULLMANN, D. H. Programação linear: método de otimização simplex e software otimiza. **Revista Espacios**, Caracas, v. 38, n. 60, p. 4-19, ago/set, 2017.
- MARTINS, R. et al. Gestão de Transporte Orientada para Clientes: Nível de Serviço Desejado e Percebido. In: Encontro Anual da ANPAD, 13. , Belo Horizonte, 2011. **Anais...** Belo Horizonte: ANPAD, 2011. p. 1100-1119.



MILHOMEM, D. A. et al. Utilização da programação linear e do método simplex para otimização da produção de pães em uma empresa de panificação. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP), 13., Fortaleza, 2015. **Anais...** Fortaleza: UEPA, 2015. p. 1-14.

MONTEIRO, G. A. et al. O problema do caminho mais curto aplicado em uma distribuidora. In: Simpósio de Engenharia de Produção (SIEMPRO), 28., 2018, Catalão. **Anais...** Catalão: UFG-RC, 2018. p. 1 - 9.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa operacional**: curso introdutório. São Paulo: Thomson Learning, 2007, 356 p

PIZZOLATO, N. D.; GANDOLPHO, A. A. **Técnicas de Otimização**. Rio de Janeiro: LTC, 2009. 225 p.

SILVA, C. M. S. et al. Uso da Programação Linear na Otimização de Processos Dentro da Indústria de Alimentos. **Revista Desafios**, Palmas, v.6, p. 1-8, jun. 2019.

SILVA, et al. Otimização de redes: uma aplicação do problema de caminho mais curto em uma loja de eletrodomésticos. **Veredas Revista Eletrônica de Ciências**, Ouro Preto, v.9, n.1, p. 1-16, 2016.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE PESQUISA OPERACIONAL. Disponível em:<http://www.sobrapo.org.br/o_que_e_po.php>. Acesso em 15 jun. 2021.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional**. 8 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: A Pesquisa Qualitativa em Educação. São Paulo: Atlas, 1987.