



## COMPORTAMENTO CONSTITUTIVO HOMOGENEIZADO COMPUTACIONALMENTE DE MEIOS HETEROGÊNEOS COM MATRIZ ELASTOPLÁSTICA

Wanderson Ferreira dos Santos<sup>1</sup> - wanderson\_santos@usp.br

Welington Hilário Vieira<sup>1</sup> - wvieira@usp.br

<sup>1</sup>Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos - São Carlos, SP, Brazil

**Resumo.** A heterogeneidade de um material pode influenciar fortemente no seu comportamento constitutivo macroscópico. Assim, o estudo das escalas inferiores de observação são essenciais para a descrição da resposta constitutiva do material de forma mais realística. Em particular, estratégias multi-escalas baseadas em teorias de homogeneização tem sido utilizadas com sucesso na investigação de materiais heterogêneos. Nesse contexto, o presente trabalho explora um procedimento de homogeneização computacional implementado no software ANSYS® usando a linguagem de programação nomeada Ansys Parametric Design Language (APDL). O objetivo é computar o comportamento constitutivo homogeneizado para Elementos de Volume Representativos (EVRs) de meios heterogêneos com matriz elastoplástica. Tanto a Condição de Contorno de Deformação Homogênea quanto a Condição de Contorno Periódica são impostas nos EVRs. A estratégia é aplicada na análise de Compósito de Matriz Metálica (CMMs) bem como em materiais metálicos com impurezas ou vazios. Em geral, o estudo mostra a significativa influência das condições de contorno nos campos homogeneizados de tensão e deformação. Além disso, os resultados para impurezas e vazios são próximos. Vale mencionar que o procedimento de homogeneização computacional descrito neste trabalho é uma ferramenta atraente e robusta para investigar sólidos heterogêneos, em que diversos modelos e bibliotecas disponíveis no software ANSYS® podem ser considerados nas simulações numéricas.

**Palavras-chave:** Compósitos de Matriz Metálica, Meios dúcteis porosos, Comportamento constitutivo homogeneizado, Homogeneização computacional, Elementos finitos

### 1. INTRODUÇÃO

O conhecimento dos fenômenos observados nas escalas inferiores é importante para uma descrição mais precisa do comportamento de meios heterogêneos. Nesse sentido, a modelagem multi-escala de materiais e estruturas cada vez mais ganha espaço a fim de obter respostas constitutivas mais realísticas. Particularmente, uma quantidade significativa de pesquisas foi desenvolvida sobre estratégias multi-escala baseadas em homogeneização com a utilização de simulações em elementos finitos, por exemplo, Feyel & Chaboche (2000), Perić et al. (2011)

e Lopes et al. (2017). Tal fato foi também impulsionado pelo desenvolvimento das técnicas de modelagem e o aumento de processamento dos computadores. Em geral, neste tipo de abordagem o conceito de EVR é utilizado para modelar o comportamento do meio heterogêneo em microescala e/ou mesoescala, por exemplo. Isso inclui o emprego de modelos constitutivos adequados para modelar cada constituinte. Posteriormente, o comportamento constitutivo macroscópico é obtido por um processo de homogeneização a partir de resultados da simulação numérica do EVR.

Um campo com aplicação da homogeneização computacional consiste no estudo de CMMs. Neste caso, inclusões rígidas ou flexíveis podem ser adicionadas na matriz metálica para obter propriedades específicas desejadas. Conforme Azizi (2012), os CMMs podem apresentar baixa densidade e características melhoradas em relação à rigidez, resistência máxima, resistência à fluência, resistência ao desgaste e capacidade de amortecimento. Por outro lado, diversos fatores podem influenciar nessas propriedades como fração em volume das partículas de reforço, tamanho de partícula, microestrutura da matriz, presença de inclusões ou defeitos que surgem durante o processo de fabricação (Chawla & Shen, 2001), entre outros. Portanto, a modelagem do comportamento microestrutural desta classe de materiais é essencial para prever o comportamento constitutivo macroscópico de forma realística.

Outro campo de aplicação das estratégias de homogeneização computacional consiste nos sólidos dúcteis porosos. Neste caso, em geral, a porosidade do material está associada com defeitos existentes na sua microestrutura. De acordo com Benzerga & Leblond (2010), nos metais dúcteis e ligas os vazios podem ser nucleados a partir do descolamento na interface entre matriz e partículas de segunda fase ou até mesmo pela quebra destas partículas (baixa resistência) ao longo do processo de deformação progressiva. Em geral, as partículas presentes na matriz dúctil correspondem a impurezas criadas durante o processo de fabricação. Além disso, devido a sua pequena capacidade resistente, tais partículas podem ser modeladas como poros. Alguns estudos relacionados com experimentos e teoria sobre ruptura dúctil são mostrados em Benzerga & Leblond (2010) e Pineau et al. (2016).

Nesse contexto, o presente trabalho explora um procedimento de homogeneização computacional para obtenção do comportamento constitutivo homogeneizado de meios heterogêneos com matriz elastoplástica. A estratégia é implementada no *software* ANSYS® Mechanical, Release 18.0 usando a linguagem de programação presente no próprio software, nomeada APDL. Em particular, as análises visam a investigação de CMMs e materiais metálicos com impurezas ou vazios. EVRs são definidos considerando a presença das heterogeneidades como inclusões elásticas ou vazios em uma matriz elastoplástica perfeita, que por sua vez segue o modelo de von Mises. Em seguida, os EVRs são simulados numericamente com elementos finitos. Os resultados computados dos campos microscópicos (tensão e/ou deformação) são tratados para obter o comportamento constitutivo homogeneizado do meio não homogêneo. Todo o procedimento foi implementado por códigos escritos em linguagem APDL, incluindo definição da geometria, malha, aplicação das condições de contorno e obtenção da resposta homogeneizada computacionalmente.

## **2. CONCEITOS PRELIMINARES DE HOMOGENEIZAÇÃO COMPUTACIONAL**

Nesta sessão são apresentados alguns conceitos preliminares sobre homogeneização computacional.

## 2.1 Média no volume dos campos microscópicos

No contexto das teorias de homogeneização clássica, os campos macroscópicos (homogeneizados) de tensão ( $\Sigma$ ) e deformação ( $\mathbf{E}$ ) podem ser obtidos a partir da média no volume dos campos microscópicos de tensão ( $\sigma$ ) e deformação ( $\epsilon$ ), respectivamente (Bishop & Hill, 1951):

$$\Sigma = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV = \langle \sigma \rangle \quad \text{e} \quad \mathbf{E} = \frac{1}{V} \int_V \epsilon dV = \langle \epsilon \rangle \quad (1)$$

onde,  $\langle \cdot \rangle$  representa média no volume e  $V$  é o volume total do EVR.

A associação entre as escalas micro e macro é estabelecida pelo Princípio de Hill-Mandel (Bishop & Hill, 1951; Mandel, 1971), em que assume-se uma mesma quantidade de energia em ambas as escalas:

$$\Sigma : \mathbf{E} = \frac{1}{V} \int_V \sigma : \epsilon dV = \langle \sigma : \epsilon \rangle \quad (2)$$

## 2.2 Condições de contorno

Um Problema de Valor de Contorno (PVC) deve ser resolvido para o EVR a fim de obter a solução dos campos microscópicos. Nesse sentido, diferentes condições de contorno podem ser aplicadas no EVR como, por exemplo: (i) Condição de Contorno de Deformação Homogênea (CCH); e (ii) Condição de Contorno Periódica (CCP).

Na CCH são aplicados deslocamentos no contorno do EVR equivalentes a um estado de deformação uniforme (ver Fig. 1(a)):

$$\mathbf{u} = \mathbf{E}^* \cdot \mathbf{x} \quad \forall \quad \mathbf{x} \in \partial V \quad (3)$$

onde,  $\mathbf{x}$  é o vetor de posições e  $\mathbf{E}^*$  representa a deformação macroscópica imposta no contorno do EVR. Além disso, algumas deduções adicionais permitem provar que  $\mathbf{E} = \langle \epsilon \rangle = \mathbf{E}^*$ .

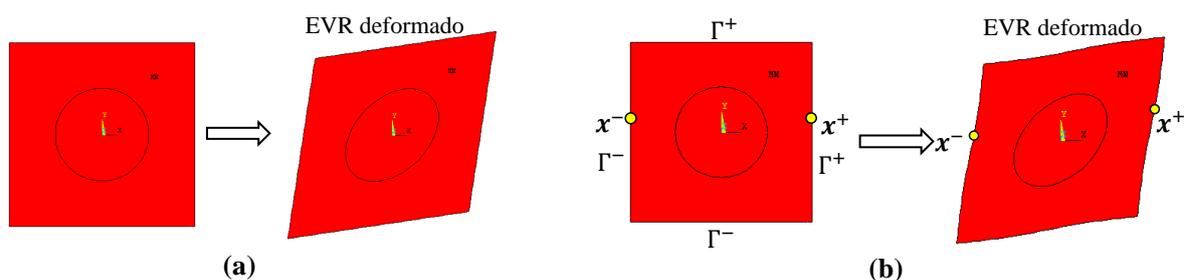


Figura 1- Condições de contorno: (a) Deformação homogênea; (b) Periódica.

Já a CCP é dada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{u} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \quad \forall \quad \mathbf{x} \in \partial V \quad (4)$$

em que,  $\tilde{\mathbf{u}}$  representa a parcela de flutuação periódica.

A parcela de flutuação  $\tilde{u}$  não é conhecida inicialmente no problema com CCP. Nesse contexto, uma alternativa para a implementação da condição periódica consiste em associar os deslocamentos dos nós do contorno por meio de equações de restrição adicionadas ao PVC. Na Fig. 1(b) está uma representação ilustrativa da CCP considerando as flutuações de deslocamento ( $\tilde{u}$ ). Dada a periodicidade do problema, no contorno do EVR um ponto  $x^+$  (do contorno positivo  $\Gamma^+$ ) está associado com um ponto  $x^-$  (do contorno negativo  $\Gamma^-$ ). Dessa forma, aplicando a CCP para  $x^+$  e  $x^-$ , respectivamente:

$$u^+ = E \cdot x^+ + \tilde{u}(x^+) \quad \text{e} \quad u^- = E \cdot x^- + \tilde{u}(x^-) \quad (5)$$

Portanto, pode-se considerar a periodicidade por meio de equações de restrição no PVC escritas com base na seguinte expressão:

$$u^+ - u^- = E \cdot (x^+ - x^-) \quad (6)$$

onde, a flutuação é eliminada da expressão visto que  $\tilde{u}(x^+) = \tilde{u}(x^-)$ .

Cabe destacar que, conforme mostrado por Terada et al. (2000), a CCP tem melhor convergência de resposta do comportamento do material em comparação com a CCH.

### 3. METODOLOGIA

Nesta seção apresenta-se o processo de homogeneização computacional explorado para investigar o comportamento constitutivo homogeneizado de sólidos heterogêneos com matriz elastoplástica.

#### 3.1 Procedimento de homogeneização computacional dos campos microscópicos

Todas as etapas do procedimento de homogeneização computacional foram implementadas através da linguagem APDL no ANSYS® Mechanical, Release 18.0. Inicialmente, devem ser definidas a geometria e malha de elementos finitos dos EVRs. Em seguida, a condição de contorno é imposta nos EVRs. Neste caso, destaca-se que no caso particular da CCP são adicionadas equações de restrição (ou *constraint equations*) na resolução do PVC. A próxima etapa é computar os campos microscópicos de tensão do EVR a partir de simulações numéricas em elementos finitos usando bibliotecas já disponíveis no ANSYS®. As análises podem ser realizadas com as hipóteses de Estado Plano de Tensão (EPT) ou Estado Plano de Deformações (EPD). Posteriormente, o tensor de tensões homogeneizado ( $\Sigma$ ) é computado através da seguinte expressão:

$$\Sigma = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N_{elem}} \sigma_i V_i, \quad (7)$$

onde:  $N_{elem}$  é o número total de elementos finitos;  $\sigma_i$  é a tensão média no elemento  $i$  computada a partir dos pontos de integração;  $V_i$  é o volume do elemento  $i$ ; e  $V$  é o volume total do EVR.

Por fim, o tensor de deformações homogeneizado pode ser determinado de forma direta através da seguinte relação:

$$E = E^* \quad (8)$$

em que,  $E^*$  é a deformação macroscópica imposta no contorno do EVR para CCH e CCP.

### 3.2 Validação do procedimento de homogeneização computacional

Os resultados de Perić et al. (2011) foram considerados para fins de validação do procedimento de homogeneização computacional explorado no presente trabalho. Nesse contexto, simula-se um EVR com vazio centrado de porosidade  $f = 15\%$ , cuja matriz é governada pelo modelo de von Mises com encruamento linear. Em relação às propriedades da matriz dúctil:  $Y_m=70$  GPa (Módulo de elasticidade),  $\nu_m = 0,2$  (coeficiente de Poisson),  $\sigma_0=243$  MPa (tensão de escoamento) e  $H = 0,2$  GPa (módulo de endurecimento). A hipótese de EPT é adotada e a malha do EVR é formada por 3008 elementos triangulares de 6 nós ou T6 (aproximação quadrática) com 3 pontos de integração.

$$\mathbf{E}^* = \begin{bmatrix} E_{11}^* & E_{22}^* & 2E_{12}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 & 0.034 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Neste caso, os resultados correspondem ao comportamento constitutivo homogeneizado considerando a tensão efetiva de von Mises ( $\Sigma_{ef}$ ):

$$\Sigma_{ef} = \sqrt{3J_2} \quad (10)$$

e módulo da deformação ( $\|\mathbf{E}\|$ ):

$$\|\mathbf{E}\| = \sqrt{E_{11}^2 + E_{22}^2 + 2E_{12}^2} \quad (11)$$

em que,  $J_2$  é o segundo invariante da tensão desviadora.

Os resultados do estudo de validação são apresentados na Fig. 2, na qual observa-se uma excelente concordância entre os resultados do presente trabalho e as respostas obtidas por Perić et al. (2011) para ambas condições de contorno investigadas.

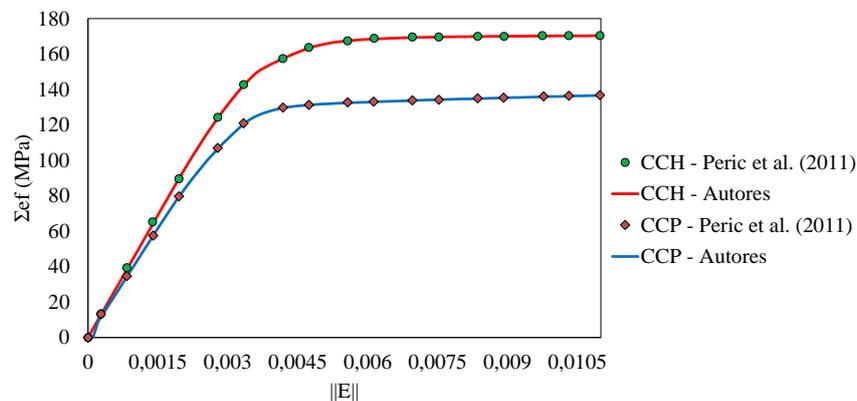


Figura 2- Resposta homogeneizada  $\Sigma_{ef}-\|\mathbf{E}\|$ .

### 3.3 Simulação numérica dos EVRs

No contexto da simulação de compósitos de matriz metálica, considera-se o EVR com uma inclusão centrada de 10% de fração em volume. Neste caso, assume-se perfeita aderência na interface matriz-inclusão. A matriz do EVR é elastoplástica perfeita seguindo o modelo de von Mises com  $Y_m=200$  GPa,  $\nu_m = 0,3$  e  $\sigma_0=240$  MPa. A formulação do modelo clássico de

plasticidade de von Mises é detalhada em Souza Neto et al. (2008). Já as inclusões possuem comportamento elástico com  $\nu_i = 0,1$  e módulo de elasticidade variável, em que considera-se  $Y_i=1100$  GPa,  $Y_i=11$  GPa e  $Y_i=1,1$  GPa. Em relação às propriedades da inclusão, o valor de  $Y_i=1100$  GPa, que indica uma inclusão rígida, é adotado conforme Somer et al. (2015). Já os demais valores baixos do módulo de elasticidade da inclusão podem representar, por exemplo, as impurezas indesejáveis em metais. Também é simulado o caso de um EVR com um vazio centrado de  $f = 10\%$ . Tanto a CCH quanto a CCP são impostas na fronteira dos EVRS. Os resultados computacionais das propriedades elásticas efetivas são obtidos a partir de simulações numéricas realizadas no ANSYS®. O elemento T6 com 3 pontos de integração foi usado nas simulações numéricas. As malhas de discretização dos EVRs são mostradas na Fig. 3.

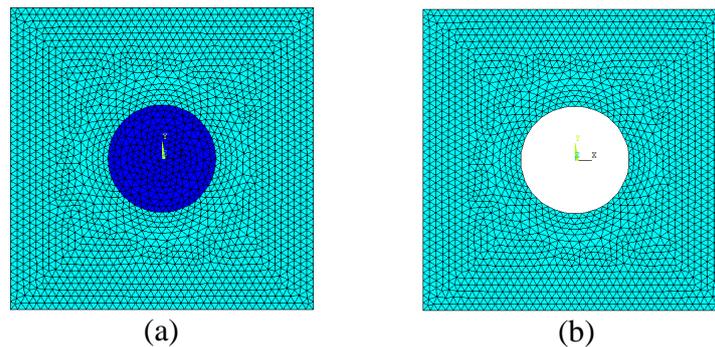


Figura 3- (a) EVR com uma inclusão centrada: 3754 elementos, 7669 nós e 15338 graus de liberdade; (b) EVR com um vazio centrado: 3360 elementos, 6928 nós e 13856 graus de liberdade.

### 3.4 Deformação imposta no contorno dos EVRs

A hipótese de EPT é adotada nas análises numéricas do EVR. Conforme já mencionado, tanto a CCH quanto a CCP são impostas nos EVRs. Portanto, deve-se definir o tensor de deformações macroscópico imposto ( $\mathbf{E}^*$ ). Em relação as análises, simulou-se uma configuração com deformações normais:

$$\mathbf{E}^* = \begin{bmatrix} E_{11}^* & E_{22}^* & 2E_{12}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.002 & 0.002 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

e também uma configuração com deformações cisalhantes:

$$\mathbf{E}^* = \begin{bmatrix} E_{11}^* & E_{22}^* & 2E_{12}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.004 \end{bmatrix} \quad (13)$$

As simulações numéricas requerem a solução de um problema não linear, visto que a matriz tem comportamento elastoplástico perfeito. Nesse sentido, todas as análises numéricas foram realizadas com 250 incrementos.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir discute-se os resultados do comportamento constitutivo homogeneizado dos EVRs.

#### 4.1 Resultados para a Condição de Contorno de Deformação Homogênea (CCH)

No que segue são apresentados resultados obtidos para o comportamento constitutivo homogeneizado dos EVRs com a imposição da CCH. Na Fig. 4(a) são mostradas as respostas homogeneizadas na direção  $x$  ( $\Sigma_x - E_x$ ) considerando deformações normais aplicadas nos EVRs. Já a Fig. 4(b) indica os resultados na direção  $xy$  ( $\Sigma_{xy} - E_{xy}$ ) para deformações cisalhantes. Em geral, o EVR com a inclusão rígida possui rigidez e resistência significativamente superiores. Destaca-se o fato de existir uma estabilização da curva mesmo com a inclusão elástica. Isso ocorre porque a matriz está com um nível elevado de plastificação, o que contribui para a estabilização da resposta homogeneizada. Por outro lado, o comportamento dos EVRs com inclusões de menor rigidez se aproxima do comportamento do EVR com um vazio. Essa proximidade da resposta é esperada, pois  $Y_i$  com valor baixo contribui pouco para a rigidez e a resistência na resposta constitutiva homogeneizada.

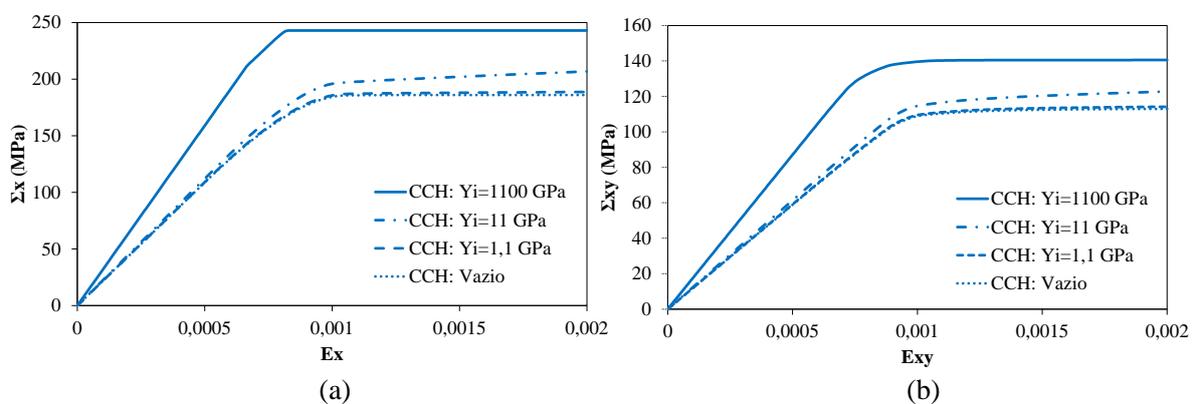


Figura 4- Resposta homogeneizada considerando CCH: (a)  $\Sigma_x - E_x$ ; (b)  $\Sigma_{xy} - E_{xy}$ .

#### 4.2 Resultados para a Condição de Contorno Periódica (CCP)

Os resultados do comportamento constitutivo homogeneizado dos EVRs após aplicação da CCP são mostrados a seguir. A Fig. 5(a) apresenta os resultados na direção  $x$  ( $\Sigma_x - E_x$ ) para deformações normais impostas nos EVRs. Por sua vez, a Fig. 5(b) mostra os resultados na direção  $xy$  ( $\Sigma_{xy} - E_{xy}$ ) para deformações cisalhantes.

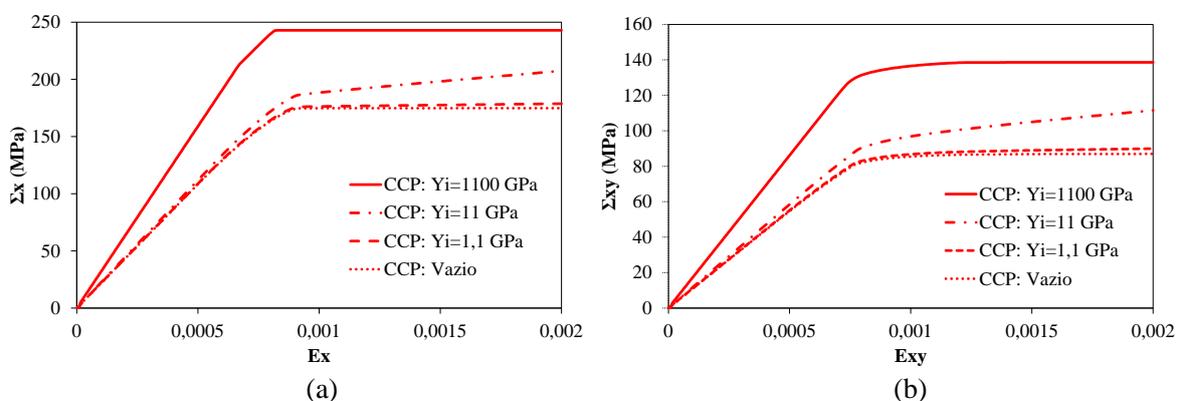


Figura 5- Resposta homogeneizada considerando CCP: (a)  $\Sigma_x - E_x$ ; (b)  $\Sigma_{xy} - E_{xy}$ .

De forma qualitativa, os resultados para CCP são análogos aos descritos para a CCH. É evidente que o EVR com a inclusão rígida apresenta uma resposta constitutiva homogeneizada com rigidez e resistência sensivelmente maiores perante os demais casos. Ademais, a resposta do EVR com baixa rigidez é próxima do resultado do EVR com vazio. Portanto, a modelagem de impurezas como vazios é uma simplificação razoável.

### 4.3 Comparação entre CCH e CCP

Nesta subseção é realizada uma comparação entre os resultados da CCH e da CCP. A Fig. 6(a) apresenta a comparação para o comportamento constitutivo homogeneizado considerando  $\Sigma_x - E_x$ . Já a Fig. 6(b) mostra a comparação no caso do comportamento constitutivo homogeneizado para  $\Sigma_{xy} - E_{xy}$ .

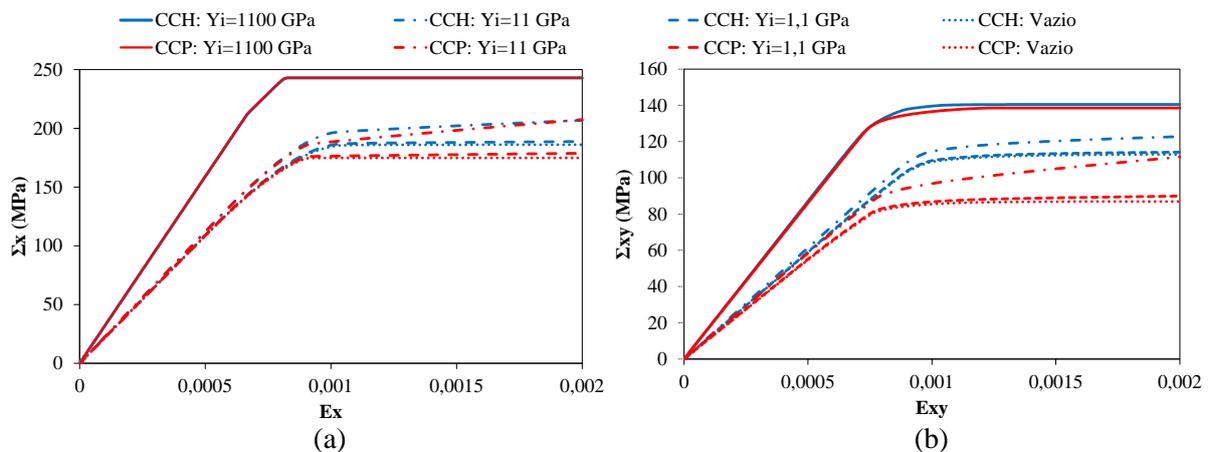


Figura 6- Comparação das respostas homogeneizadas: (a)  $\Sigma_x - E_x$ ; (b)  $\Sigma_{xy} - E_{xy}$ .

Também foram calculadas as diferenças relativas em módulo ( $Dif.$ ) das respostas homogeneizadas da tensão considerando a comparação entre CCH e CCP:

$$Dif. = \frac{|\Sigma_i^{CCH} - \Sigma_i^{CCP}|}{|\Sigma_i^{CCH}|} 100\% \quad (14)$$

As diferenças relativas em módulo são apresentadas na Fig. 7. Em geral, as considerações de forma qualitativa são análogas para CCH e CCP. Em contrapartida, diferenças sensíveis são observadas de forma quantitativa entre a CCH e a CCP. As diferenças relativas das tensões homogeneizadas entre a CCP e a CCH variaram em função da rigidez da inclusão, bem como do nível e direção das deformações impostas. Quanto mais rígida a inclusão menor a influência da condição de contorno nas respostas homogeneizadas. Os resultados homogeneizados associados com a CCP são mais flexíveis na comparação com a CCH, principalmente para deformações com predominância de cisalhamento. Na aplicação de deformação normal, a diferença relativa variou de 6% para o EVR com vazio até 0,1% para o EVR com a inclusão mais rígida. Por outro lado, na aplicação de deformação cisalhante, a diferença relativa variou de 23% para o EVR com vazio até 2,3% para o EVR com a inclusão mais rígida. Destaca-se ainda que a diferença relativa é aproximadamente contante para níveis de deformação anteriores ao início da plastificação do EVR. Essa diferença relativa aumenta a uma taxa alta com o acréscimo

de deformação após o início da plastificação. Para níveis de deformação compatíveis com o patamar de escoamento, a diferença relativa permanece aproximadamente constante para todos os EVRs, exceto no caso com inclusão elástica e  $Y_i = 11$  GPa que possui uma redução sensível e aproximadamente linear na diferença relativa.

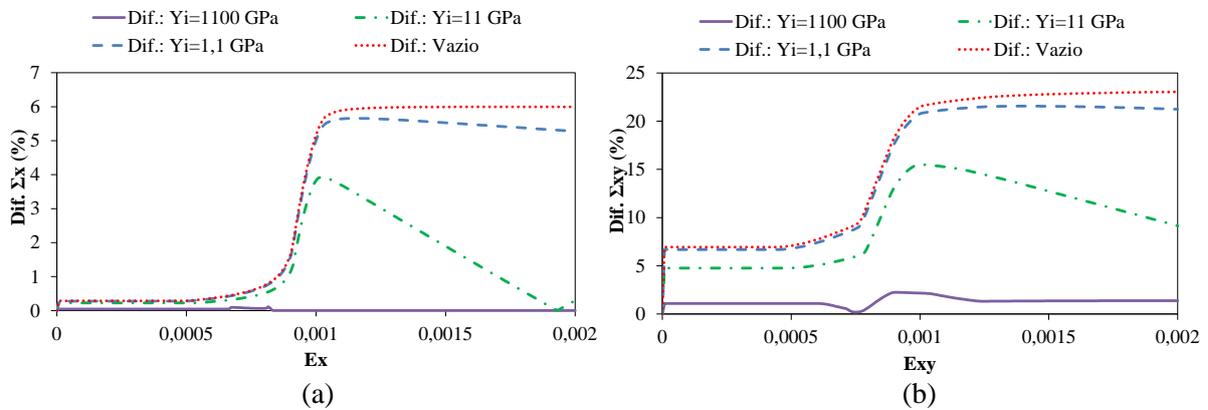


Figura 7- Diferenças relativas em módulo ( $Dif.$ ) da tensão homogeneizada considerando a comparação entre CCH e a CCP: (a)  $\Sigma_x - E_x$  (deformações normal); (b)  $\Sigma_{xy} - E_{xy}$  (deformação cisalhante).

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, um procedimento de homogeneização implementado usando a linguagem APDL do software ANSYS® foi explorado a fim de investigar o comportamento constitutivo homogeneizado de materiais heterogêneos elastoplásticos. As respostas foram obtidas tanto para a CCH quanto para a CCP. Em geral, os resultados mostram que a condição de contorno pode influenciar de forma sensível nos resultados. Ademais, EVRs com inclusões de baixa rigidez se comportam como EVRs com vazios. Uma vantagem da estratégia explorada é a capacidade de modelar diferentes comportamentos constitutivos para a matriz e a inclusão de acordo com bibliotecas disponíveis no ANSYS®. Por exemplo, tanto o encruamento isotrópico quanto o encruamento cinemático podem ser simulados facilmente para a matriz dúctil. Além disso, o procedimento implementado é robusto e permite simular de forma análoga outros EVRs com diferentes geometrias e configurações de posições para as heterogeneidades. Portanto, o procedimento implementado é uma ferramenta atraente para computar propriedades constitutivas homogeneizadas de meios heterogêneos com maior complexidade. Um desenvolvimento futuro para potencializar a estratégia consiste na modelagem da interface entre a matriz e a inclusão, o que permite capturar o efeito do descolamento que é característico em alguns materiais compósitos com matriz metálica. Por fim, num futuro próximo, também pretende-se criar uma interface gráfica voltada para problemas de homogeneização no ANSYS®.

### Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Referências

- Azizi, R. (1951), Micromechanical modeling of damage in periodic composites using strain gradient plasticity. *Engineering Fracture Mechanics*, 92, 101–113.
- Benzerga, A. A.; Leblond, J.-B. (2010), Ductile Fracture by Void Growth to Coalescence. *Advances in Applied Mechanics*, 44, 169–305.
- Bishop, J. F. W.; Hill, R. (1951), XLVI. A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stresses. *Philosophical Magazine Series 5*, 42, 414–427.
- Chawla, N.; Shen, Y.-L. (2001), Mechanical Behavior of Particle Reinforced Metal Matrix Composites. *Advanced Engineering Materials*, 3, 357–370.
- Feyel, F.; Chaboche, J.-L. (2000), FE2 multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183, 309–330.
- Lopes, I. A. R.; and Pires, F. M. A.; Reis, F. J. P. (2017), A mixed parallel strategy for the solution of coupled multi-scale problems at finite strains. *Computational Mechanics*, 61, 157–180.
- Mandel, J. (1971), “*Plasticité classique et viscoplasticité*”, Springer-Verlag, Udine.
- Perić, D.; Souza Neto, E. A.; Feijóo, R. A.; Partovi, M.; Molina, A. J. C. (2011), On micro-to-macro transitions for multi-scale analysis of non-linear heterogeneous materials: unified variational basis and finite element implementation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 87, 149–170.
- Pineau, A.; Benzerga, A. A.; Pardoën, T. (2016), Failure of metals I – Brittle and ductile fracture. *Acta Materialia*, 107, 424–483.
- Somer, D. D.; Peric, D.; DeSouzaNeto, E. A.; Dettmer, W. G. (2015), Micromechanical modeling of damage in periodic composites using strain gradient plasticity. *Engineering Fracture Mechanics*, 32, 1802–1813.
- Souza Neto, E. A.; Perić, D.; Owen, D. R. J. (2008), “*Computational Methods for Plasticity - Theory and Applications*”, John Wiley & Sons, Swansea.
- Terada, K.; Hori, M.; Kyoya, T.; Kikuchi, N. (2000), Simulation of the multi-scale convergence in computational homogenization approaches. *International Journal of Solids and Structures*, 37, 2285–2311.

### COMPUTATIONALLY HOMOGENIZED CONSTITUTIVE BEHAVIOR OF HETEROGENEOUS MEDIA WITH ELASTOPLASTIC MATRIX

**Abstract.** *The heterogeneity of a material can strongly influence its macroscopic constitutive behavior. Thus, the study of lower observation scales are essential to describe the constitutive response of the material in a more realistic way. In particular, multi-scale strategies based on homogenization theories have been successfully used in the investigation of heterogeneous materials. In this context, the present work explores a computational homogenization procedure implemented in the ANSYS® software using the programming language named Ansys Parametric Design Language (APDL). The purpose is to compute the homogenized constitutive behavior for Representative Volume Elements (RVEs) of heterogeneous media with elastoplastic matrix. Both the Homogeneous Deformation Boundary Condition and the Periodic Boundary Condition are imposed on the RVEs. The strategy is applied in the analysis of Metallic Matrix Composite (MMCs), as well as in metallic materials with impurities or voids. In general, the study shows the significant influence of boundary conditions on the homogenized stress and strain fields. Furthermore, the results for impurities and voids are close. It is worth mentioning that the computational homogenization procedure described in this work is an attractive and robust tool to investigate heterogeneous solids, in which the different models and libraries available in ANSYS® software can be considered in numerical simulations.*

**Keywords:** *Metal Matrix Composites, Porous ductile media, Homogenized constitutive behavior, Computational homogenization, Finite elements*