



## **A utilização conjunta do GeoGebra e da Realidade Aumentada como suporte pedagógico para as aulas de Geometria Espacial**

## **The joint use of GeoGebra and Augmented Reality as a pedagogical support for Spatial Geometry classes**

Silvio Luiz Gomes de Amorim  
Universidade Federal de Ouro Preto  
[silvio.amorim@aluno.ufop.edu.br](mailto:silvio.amorim@aluno.ufop.edu.br)  
ORCID iD 0000-0001-6260-5396

Ladislene Amorim Rocha Cunha  
[ladisleneamorim@gmail.com](mailto:ladisleneamorim@gmail.com)  
ORCID iD 0000-0002-6872-8191

Vanessa Aparecida Dutra Rabelo  
Universidade Federal de Ouro Preto  
[vanessa.rabelo@aluno.ufop.edu.br](mailto:vanessa.rabelo@aluno.ufop.edu.br)  
ORCID iD 0000-0001-9096-5831

Lucas Fonseca Vaz  
Universidade Federal de Ouro Preto  
[lucas.vaz@aluno.ufop.edu.br](mailto:lucas.vaz@aluno.ufop.edu.br)  
ORCID iD 0000-0002-6112-5937

Jean Carlo Francis Wanderley Graciano do Carmo  
Universidade Federal de Ouro Preto  
[jean.carmo@aluno.ufop.edu.br](mailto:jean.carmo@aluno.ufop.edu.br)  
ORCID iD 0000-0002-5333-7876

Igor Tavares Gomes  
Universidade Federal de Ouro Preto  
[igor.gomes@aluno.ufop.edu.br](mailto:igor.gomes@aluno.ufop.edu.br)  
ORCID iD 0000-0003-3887-2093

## Eixo 16

### Resumo

A utilização das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) tem exercido um importante papel como apoio tecnológico e pedagógico para dar suporte à continuação das aulas em tempos de pandemia da COVID19. Por ser um meio de fácil acesso e que comporta variadas formas de interação, as TDIC têm sido muito utilizadas no século XXI. E duas das formas possíveis de prover apoio pedagógico no tocante às aulas de Geometria Espacial são o software de matemática dinâmica denominado GeoGebra e a tecnologia de Realidade Aumentada (RA). Assim, este trabalho tem como objetivo geral mostrar como a utilização conjunta do GeoGebra e da RA pode dar suporte pedagógico a professores e alunos nas aulas de Geometria Espacial. Essa utilização tem como uma de suas referências o trabalho de autores cuja temática está aliada ao conceito de “seres-humanos-com-mídias”. Em demonstrações feitas a alunos do nono ano do Ensino Fundamental e em pesquisa qualitativa feita com professores de escolas públicas, detectou-se a importância e a possibilidade de se trabalhar os conteúdos de matemática com o GeoGebra e a Realidade Aumentada, podendo abarcar mais de um nível de ensino (fundamental, médio e superior). Os resultados expressos pela pesquisa demonstram que ainda há um campo vasto a ser explorado com a utilização das ferramentas GeoGebra e RA para as aulas de matemática.

**Palavras-chave:** Tecnologias; Matemática; GeoGebra; Realidade Aumentada; Geometria Espacial.

### Abstract

The use of Digital Information and Communication Technologies (TDIC) has played an important role as technological and pedagogical support to support the continuation of classes in times of the COVID19 pandemic. Because it is an easily accessible means and it involves various forms of interaction, TDICs have been widely used in the 21st century. And two of the possible ways to provide pedagogical support regarding Spatial Geometry classes are the dynamic mathematics software called GeoGebra and the Augmented Reality (AR) technology. Thus, this work has the general objective to show how the joint use of GeoGebra and AR can provide pedagogical support to teachers and students in Spatial Geometry classes. This use has as one of its references the work of authors whose theme is allied to the concept of “human-beings-with-media”. In demonstrations made to students in the ninth year of Elementary School and in qualitative research carried out with teachers from public schools, the importance and possibility of working on mathematics content with GeoGebra and Augmented Reality was detected, which could cover more than one level of education (elementary, secondary and higher). The results expressed by the research demonstrate that there is still a vast field to be explored with the use of GeoGebra and RA tools for mathematics classes.

**Keywords:** Technologies; Math; GeoGebra; Augmented Reality; Spatial Geometry.

### Introdução

Pensar a utilização de diferentes formas didáticas de mediar conhecimentos matemáticos, servindo-se das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), traz para professores de matemática, que atuam em escolas públicas ou particulares, outros meios de interação com seus alunos, buscando prover-lhes recursos tecnológicos que trabalhem os conteúdos programáticos, propiciando a reflexão sobre a aprendizagem de conceitos, através da utilização de ferramentas e softwares ligados às modernas tecnologias direcionadas à educação.

É de fundamental importância que o trabalho de mediador pedagógico exercido por professores de matemática esteja em sintonia com as tecnologias digitais voltadas para as escolas e que estão disponíveis para utilização gratuita através de downloads e

instalações em dispositivos móveis como smartphones ou a computadores pessoais e notebooks.

Borba (2021) traz em seu artigo o título “*O futuro da educação matemática desde a COVID-19: humanos-com-mídia ou humanos-com-coisas-não-vivas*”. Neste trabalho, o autor chama a atenção dos leitores para o fato de que a pandemia conhecida por “COVID-19” trouxe novos desafios para a sociedade bem como ao ambiente escolar. E para o enfrentamento dessa situação, as TDIC trouxeram três tendências para as aulas que envolvem a Educação Matemática: o uso da tecnologia digital; a filosofia da educação matemática; e a educação matemática crítica.

Considerando-se esses aspectos e a utilização das tecnologias digitais de apoio pedagógico às aulas de matemática, este trabalho traz um panorama da possibilidade de utilização conjunta do software de matemática dinâmica denominado GeoGebra e da Realidade Aumentada (RA). A utilização dessas ferramentas pode prover um apoio fundamental aos agentes envolvidos no processo educacional, sendo mais destacados os professores e os alunos.

Facilitar o contato com o novo e com tecnologias atuais é uma tarefa que congrega esforço pessoal, dedicação, interesse e interação não só entre professores e alunos, bem como entre os próprios alunos. Essa interação pode favorecer a troca de experiências do saber individual para a harmonia do saber coletivo.

Bairral (2021, p.6) assevera que “Uma vez que nossos alunos estão naturalmente motivados para o uso da informática, o desafio será mantê-los seduzidos para interagir e aprender, em um processo crítico de apropriação”.

Percebe-se, então, que a utilização da tecnologia digital é um meio usual para os alunos, tendo em vista que os jovens do século XXI têm se apropriado rapidamente dos meios de utilização das ferramentas tecnológicas e das possibilidades que estas podem oferecer. Assim, é recomendável que os professores de matemática saibam guiar seus alunos na utilização da tecnologia, em prol da aquisição de conhecimentos matemáticos e das formas de aplicação prática desses conhecimentos.

## **GeoGebra**

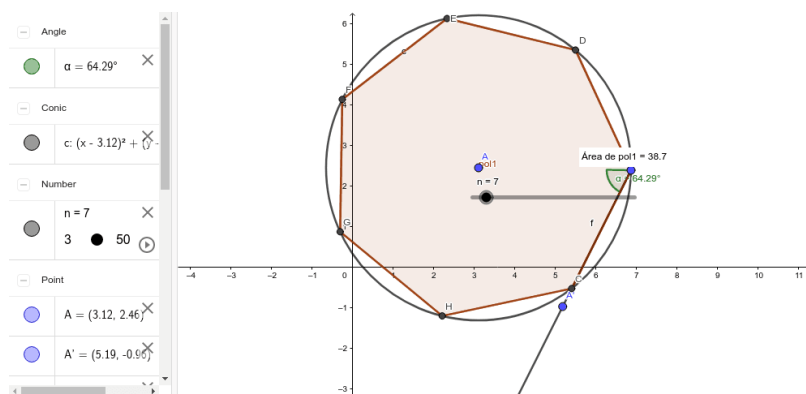
Pode-se entender o GeoGebra como um software de matemática dinâmica utilizado para as aulas de matemática e que oferece várias possibilidades de visualização, manuseio, conteúdo e exploração de assuntos relacionados à matemática.

De acordo com Ghiggi e Koch (2014, p.2)

O software GeoGebra, foi criado inicialmente por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula. Seu projeto teve início em 2001, na Universität Salzburg, e até hoje continua sendo desenvolvido, porém agora na Florida Atlantic University.

A figura 1, a seguir, traz um exemplo da utilização do GeoGebra nas aulas de matemática.

**Figura 1 – GeoGebra nas aulas de matemática**



Fonte: Bellardo (2013)<sup>1</sup>

Apesar de ter sido criado para a utilização no ambiente de sala de aula, o GeoGebra tornou-se mais dinâmico, podendo ser instalado e manuseado nos dispositivos móveis, como os smartphones, inclusive para aplicações em versão 3-D (três dimensões).

### **Realidade Aumentada (RA)**

A RA pode ser entendida como uma evolução da Realidade Virtual (RV). Nesta utilizava-se um dispositivo, geralmente óculos de RV, para inserir o usuário num ambiente virtual, onde poderia interagir com diferentes cenários. Já a RA utiliza dispositivos de marcação no ambiente real, através de dispositivos móveis, como os smartphones, para projetar imagens virtuais e que são visualizadas no ambiente real. Assim, o usuário dessa modalidade pode circular livremente pelo ambiente real e interagir, através da tela dos smartphones, com o conteúdo virtual que é “trazido” para o mundo real. Segundo Cunha e Abar (2021, p.81)

<sup>1</sup> Disponível em <https://www.geogebra.org/m/ybqhrsua>. Acesso em 03 abr. 2022.

A Realidade Aumentada é um conjunto de técnicas computacionais que, a partir de um dispositivo tecnológico, gera, posiciona e mostra elementos virtuais integrados a um cenário real que podem ser visualizados, em tempo real, através da tela de um dispositivo móvel.

A figura 2, a seguir, mostra uma possibilidade de construção e projeção de sólidos geométricos em ambientes reais, utilizando-se a RA.

**Figura 2** – Construção e projeção de sólidos geométricos com a RA



Fonte: Resende e Müller (2018, p.10)

Os sólidos geométricos mostrados na figura 2 (cilindro, cone, prismas) evidenciam uma das possibilidades da utilização conjunta do GeoGebra e da Realidade Aumentada. Primeiro constrói-se a figura com o software GeoGebra e depois pode-se projetá-la em ambiente real utilizando a Realidade Aumentada para isso.

### **Utilização do GeoGebra e da RA nas aulas de matemática**

Há variadas possibilidades de utilizações conjuntas do GeoGebra e da RA nas salas de aulas físicas, dentro das escolas, e em atividades extraclases, em ambientes variados, como a demonstração, verificação de aprendizagem e disseminação de conhecimentos envolvendo conteúdos matemáticos. Uma dessas possibilidades é a utilização nas aulas de geometria espacial, onde o professor poderá demonstrar a seus alunos as especificidades envolvendo sólidos geométricos, como arestas, áreas, volumes, alturas, diagonais, vértices, secções transversais etc. Assim, os alunos terão a oportunidade de interagir com as figuras podendo até “entrar nelas” através da visualização nas telas dos smartphones ou por meio de lousas digitais fazendo-se a projeção das atividades interativas no ambiente real. Essas atividades poderão contribuir

para a potencialização dos conhecimentos dos alunos, através do aumento da percepção espacial em três dimensões.

Para Martins (2021, p.28) a utilização do GeoGebra com a RA

(...) permite-nos gerar objetos 3D e funções matemáticas, que podemos colocar em um plano imaginário em nosso ambiente real e depois experimentá-los de forma tangível, podendo visualizá-los e girá-los com liberdade total, que ajuda a melhorar a compreensão da própria função por meio da aprendizagem manipulativa.

A figura 3, a seguir, traz um exemplo da utilização conjunta do GeoGebra e da RA como recurso para as aulas de matemática.

**Figura 3** – Construção de um sólido geométrico utilizando o GeoGebra e a RA



Fonte: Santiago (2020, p.40)

### **Atividades que podem ser desenvolvidas com alunos**

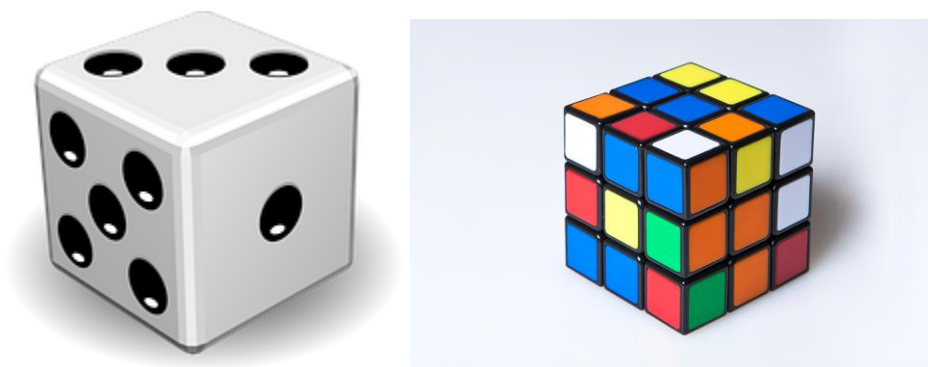
A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz a uma das grandes possibilidades do estudo de geometria, citando que

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. (BRASIL, 2018, p.271).

Nessa perspectiva, o pensamento geométrico dos alunos pode ser facilitado com a utilização conjunta do GeoGebra e da RA, nas aulas de matemática, sobretudo nos

conteúdos referentes à geometria espacial. Pode-se trabalhar a construção de sólidos geométricos, destacando-se como se calcular sua área e volume. Tomando-se como exemplo a construção de um cubo, pode-se perguntar aos alunos a qual objeto ele se assemelha e, a partir daí, desenvolver os estudos sobre área e volume. O formato peculiar do cubo tendo como objetos do cotidiano o *dado* e o próprio cubo, no caso do *cubo mágico*, de montagem de cores, são exemplos que podem fazer os alunos perceberem objetos que estão à sua volta e que podem ser utilizados na geometria espacial.

**Figura 4** – exemplos de objetos que se assemelham ao cubo



Fonte: Martins (2017) e Revista Superinteressante (2017).

Uma atividade inicial que pode ser trabalhada com alunos e envolvendo o cubo é proposta por Mentz (2015, p. 32), conforme mostra a figura 5, a seguir, da seguinte forma

**Figura 5** – atividade envolvendo o cubo

2) Observe a figura ao lado que representa um cubo e responda:

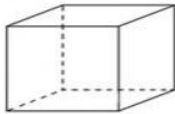
a) O número de elementos do cubo:

- vértices:
- arestas:
- faces:

b) Qual a forma geométrica das faces do cubo? São todas iguais?

c) Descreva com suas próprias palavras como você calcularia a área de superfície do cubo?

d) Descreva com suas próprias palavras como você calcularia o volume do cubo?



Fonte: Mentz (2015, p. 32)

A partir das respostas dos alunos, baseadas na atividade acima, o professor poderá trabalhar com o GeoGebra e a Realidade Aumentada, demonstrando como identificar os elementos do cubo e como calcular a sua área e o seu volume.

### **Demonstrações feitas a alunos do nono ano do Ensino Fundamental e em pesquisa qualitativa feita com professores de escolas públicas**

Para evidenciar a possibilidade de integração do GeoGebra e da RA como fator potencializador de facilitação de visualização e de compreensão de tópicos ligados à Geometria Espacial, foram realizadas demonstrações para cinco turmas de Ensino Fundamental, em duas escolas públicas municipais do município de Lagoa Santa – MG. Além disso, foi feita uma pesquisa qualitativa junto a professores que atuam em escolas públicas durante a realização de uma disciplina isolada de mestrado acadêmico em Educação Matemática de uma universidade pública federal. Nas demonstrações a alunos foi mostrada a construção de um cubo utilizando o GeoGebra e a Realidade Aumentada, onde os estudantes puderam observar a projeção em ambiente real, da sala de aula, do sólido construído em ambiente virtual através do GeoGebra. A pesquisa feita com professores objetivou saber se eles conheciam, utilizavam ou julgavam importante a utilização conjunta do GeoGebra e RA durante as suas aulas de geometria espacial. Em ambos os casos, detectou-se que a utilização conjunta do GeoGebra e da Realidade Aumentada, como suporte pedagógico para as aulas de Geometria Espacial, pode potencializar a visualização de conteúdos matemáticos, além de propiciar uma nova modalidade de ensino e aprendizagem com a mobilidade do uso do GeoGebra e da Realidade Aumentada em dispositivos móveis, como smartphones e tablets.

### **Conclusões**

A utilização conjunta do software de matemática dinâmica, denominado GeoGebra, e da Realidade Aumentada (RA), trouxe uma gama de possibilidades para os professores de matemática, pois dado que antigamente, nos idos do século XX, não se tinha a condição de visualização de sólidos geométricos em três dimensões, professores e alunos tinham muitas dificuldades para tratar o assunto, visto que é difícil desenhar e visualizar objetos sobrepostos em quadros em superfícies de duas dimensões.

Com o advento das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) as possibilidades tornaram-se praticamente infinitas, pois utilizando-se o GeoGebra e a

RA os professores podem mostrar, demonstrar, interagir e propor atividades matemáticas com seus alunos, de forma que estes poderão operar por si mesmos essa junção de tecnologias, através da inserção desses dois softwares em aparelhos móveis como o smartphone, propiciando, assim, inúmeras formas de interação com conteúdos matemáticos, sobretudo os que envolvem a geometria espacial e os sólidos geométricos.

Assim, o papel atual do professor de matemática como mediador pedagógico fica bem mais facilitado, em virtude da mobilidade e das possibilidades de troca de conhecimentos e interações que poderão tornar as atividades de sala de aula, ou de fora dela, uma tarefa atrativa para os alunos, em razão de que grande parte dos mesmos já têm contato com o smartphone e as tecnologias utilizadas no dia a dia.

E outro ponto a ser ressaltado é o de que a utilização conjunta do GeoGebra e da RA não estão restritos a um nível de formação, podendo incluir desde o Ensino Fundamental até o Superior, pois os conteúdos dos softwares abrangem uma gama muito grande e variada na área de matemática.

## Referências

BAIRRAL, Marcelo A. Encontros com Ubiratan D'Ambrósio: memórias que inspiram políticas de currículo em educação matemática com tecnologias digitais. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 35, n. 70, 2021, 12pp. Disponível em <https://www.scielo.br/j/bolema/a/gx3dpYshn6qLYQmLFSXrpVS/?lang=pt>. Acesso em 03 abr. 2022.

BELLARDO, Alexander Sawozuk. GeoGebra – Curso Matemática. Disponível em <https://www.geogebra.org/m/ybqhhsua>. Acesso em 03 abr. 2022.

BORBA, Marcelo C. The future of mathematics education since COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things. *Educational Studies in Mathematics*, 2021, 16pp. Disponível em [https://igce.rc.unesp.br/Home/Pesquisa58/gpimem-pesqeminformaticaoutrasmediaseeducacaomatematica/borba2021\\_article\\_thefutureofmathematicseducatio.pdf](https://igce.rc.unesp.br/Home/Pesquisa58/gpimem-pesqeminformaticaoutrasmediaseeducacaomatematica/borba2021_article_thefutureofmathematicseducatio.pdf). Acesso em 03 abr. 2022.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Educação é a base, 2018, 600p. Disponível em [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em 15 jun. 2022.

CUNHA, Daniela Vieira; ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira. Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática no Contexto da Realidade Aumentada. Belo Horizonte: PUC-MG, Instituto de Ciências Exatas e Informática. *Revista Abakós*, v.9, n.2, p. 73-94, 2021. Disponível em

<http://periodicos.pucminas.br/index.php/abakos/article/view/24515/18924>. Acesso em 03 abr. 2022.

GHIGGI, Ilca Maria Ferrari; KOCH, Beatriz Carla. Explorando o Software GeoGebra. 31º Seminário de Extensão Universitária da Região Sul (31º SEURS), Santa Catarina: Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 2014, 6pp. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/116920/Minicurso%20-%20EXPLORANDO%20O%20SOFTWARE%20GEOGEBRA%20%281%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 03 abr. 2022.

MARTINS, Fernando Nascimento. Uma proposta de abordagem da planificação de poliedros no ensino básico utilizando o recurso Realidade Aumentada do GeoGebra. Trabalho de Conclusão de Curso do Programa de Pós-Graduação em Matemática – PROFMAT, Rio de Janeiro: Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO, 2021, 68pp. Disponível em <http://www.repositorio-bc.unirio.br:8080/xmlui/bitstream/handle/unirio/13336/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Fernando%20Martins%20-%20Vers%C3%A3o%20final.pdf?sequence=1>. Acesso em 03 abr. 2022.

MARTINS, Rodrigo. O problema da probabilidade de tirar um número em um dado não viciado. Atitude Reflexiva – Reflexões sobre desenvolvimento de software, o cotidiano profissional e conhecimentos gerais, 2017. Disponível em <https://atitudereflexiva.wordpress.com/2017/08/01/o-problema-da-probabilidade-de-tirar-um-numero-em-um-dado-nao-viciado/>. Acesso em 15 jun. 2022.

MENTZ, Jaqueline Maria Götz. Visualização e compreensão de conceitos de geometria espacial com o uso do software GeoGebra 3D. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015, 94p. Disponível em <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134175/000986687.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 14 jun. 2022.

RESENDE, Bruno; MÜLLER, Thaísa Jacintho. Mobile-Learning: Aprendizagem Matemática por meio de Realidade Aumentada, Canoas/RS: TEAR – Revista de Educação, Ciência e Tecnologia, v.7, n.2, 2018, p.1-14. Disponível em <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/tear/article/view/3187/2120>. Acesso em 03 abr. 2022.

REVISTA SUPERINTERESSANTE, 2017. Disponível em <https://super.abril.com.br/coluna/oraculo/quem-resolveu-o-cubo-magico-em-menos-tempo/>. Acesso em 15 jun. 2022.

SANTIAGO, Diego Coutinho Vieira. A Matemática em Três Atos: Uma Abordagem Utilizando Aplicativos do GeoGebra para Smartphones. Salvador: Universidade Federal da Bahia. Dissertação de Mestrado Profissional, 2020, p.1-78. Disponível em <https://docplayer.com.br/192324713-A-matematica-em-tres-atos-uma-abordagem-utilizando-aplicativos-do-geogebra-para-smartphones.html>. Acesso em 03 abr. 2022.