

A MULTIDISCIPLINARIDADE ENTRE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA IMPLEMENTADA COMPUTACIONALMENTE

MULTIDISCIPLINARITY BETWEEN SCIENCES AND MATHEMATICS COMPUTATIONALLY IMPLEMENTED

Denis Carlos Lima Costa[1]
Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / denis.costa@ifpa.edu.br
Lair Aguiar de Meneses[2]
Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / lair.meneses@ifpa.edu.br
Rodrigo Antônio Pereira Junior[3]
Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / rpereira.junior@ifpa.edu.br
Heictor Alves de Oliveira Costa[4]
Universidade Federal do Pará - UFPA Campus Belém / heictor8@gmail.com
Ariane Cristina Fernandes Reis[5]
Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / arianecfr@gmail.com

Área Temática 02:
ESTUDOS DE LINGUAGEM NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Modalidade: Artigo completo

1. Introdução

É manifesto que durante o processo de ensino-aprendizagem, nos Bacharelados, os alunos encontrarem dificuldades para assimilar determinados conteúdos, das componentes curriculares, nas áreas das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (Costa et al, 2021a). Programas que possibilitem uma maior reflexão sobre a formação do profissional, em especial do Bacharel em Ciência e Tecnologia, são imprescindíveis para melhorias da qualidade do ensino de graduação.

Desta forma, esse trabalho se propõe a apresentar uma estratégia à integralização de disciplinas das áreas de Ciências Exatas e da Natureza e suas Tecnologias, em cursos superiores, usando modelagem matemática, resolução numérica, resolução computacional e representação gráfica de funções polinomiais de 1ª e 2ª ordens e suas, respectivas, aplicações, em MATLAB.

2. Metodologia

2.1 Modelagem Matemática

2.1.1 Função Polinomial do 1º grau

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a toda relação funcional definida por $\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, cuja forma é expressa por

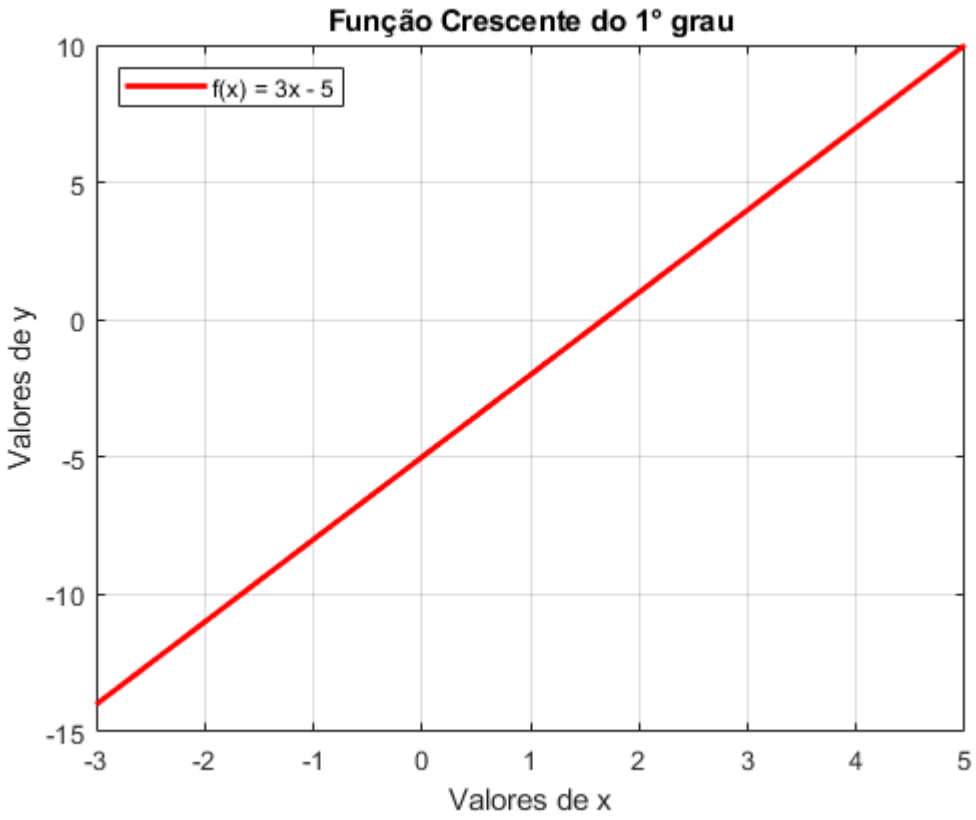
$$f(x) = ax + b \quad ou \quad y = ax + b \tag{1}$$

em que $\boldsymbol{a}$ representa o coeficiente angular da função (informa a inclinação da reta, com $\boldsymbol{a \neq 0}$) e $\boldsymbol{b}$ representa o coeficiente linear da função (informa o ponto em que a reta intercepta o eixo das ordenadas, eixo $\boldsymbol{y}$). Lembrando que $\boldsymbol{y = f(x);\ a\ e\ b\ \in \mathbb{R}}$.

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau é representado por uma reta não-paralela aos eixos $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$, conforme as Figuras 1a e 1b.

A Figura 1a exibe o gráfico de uma função polinomial do 1º grau crescente, cujo coeficiente angular é igual a 3, ou seja, $\boldsymbol{a > 0}$ e o coeficiente linear é igual a -5.

Figura 1a: Função crescente

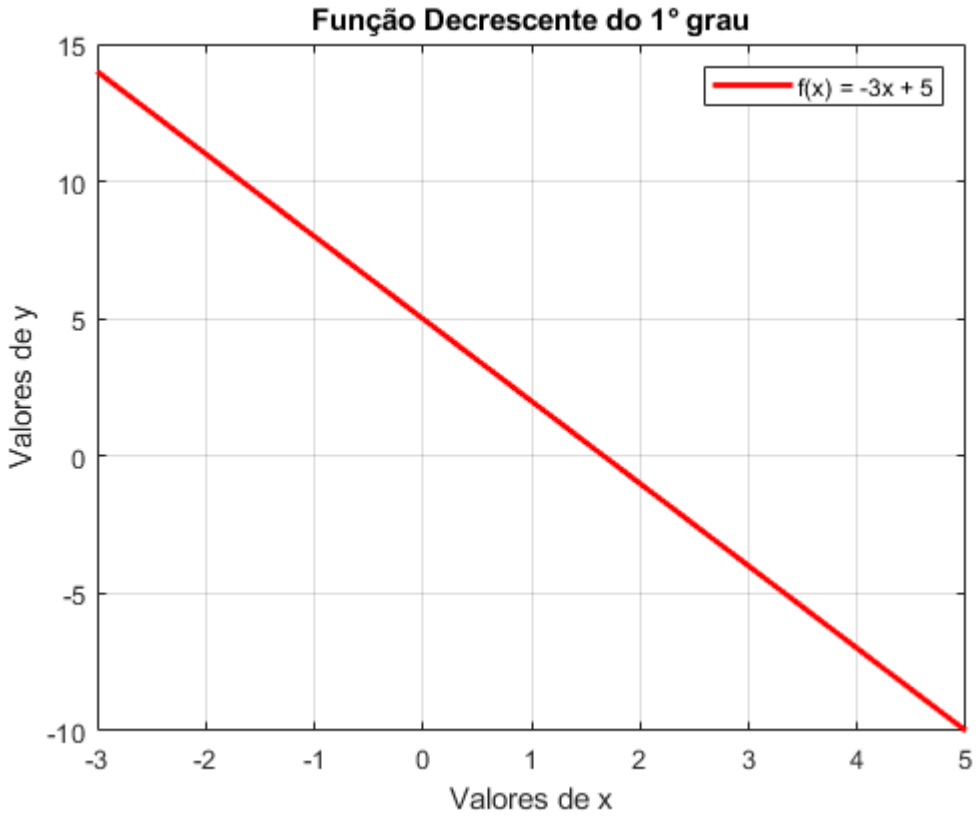


Fonte: Autores.

Percebe-se, claramente, que a reta possui uma inclinação para direita, uma característica dos gráficos das funções crescentes do 1° grau.

A Figura 1b exibe o gráfico de uma função polinomial do 1º grau decrescente, cujo coeficiente angular é igual a -3, ou seja, $\boldsymbol{a < 0}$ e o coeficiente linear é igual a 5.

Figura 1b: Função decrescente



Fonte: Autores.

Percebe-se, claramente, que a reta possui uma inclinação para esquerda, uma característica dos gráficos das funções decrescentes do 1° grau.

Contudo, em ambos os casos, a reta se apresenta sempre na forma oblíqua, uma característica dos gráficos das funções do 1° grau.

A raiz de uma função polinomial do 1º grau pode ser determinada com auxílio da equação (2), definida para $f(x) = 0$. Essa raiz, também chamada de zero da função, indica a interseção da reta com o eixo das abscissas, eixo $\boldsymbol{x}$.

$$x = \frac{-b}{a} \tag{2}$$

2.1.2 Função Polinomial do 2º grau

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, a toda relação funcional definida por $\boldsymbol{f}: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, cuja forma é expressa por

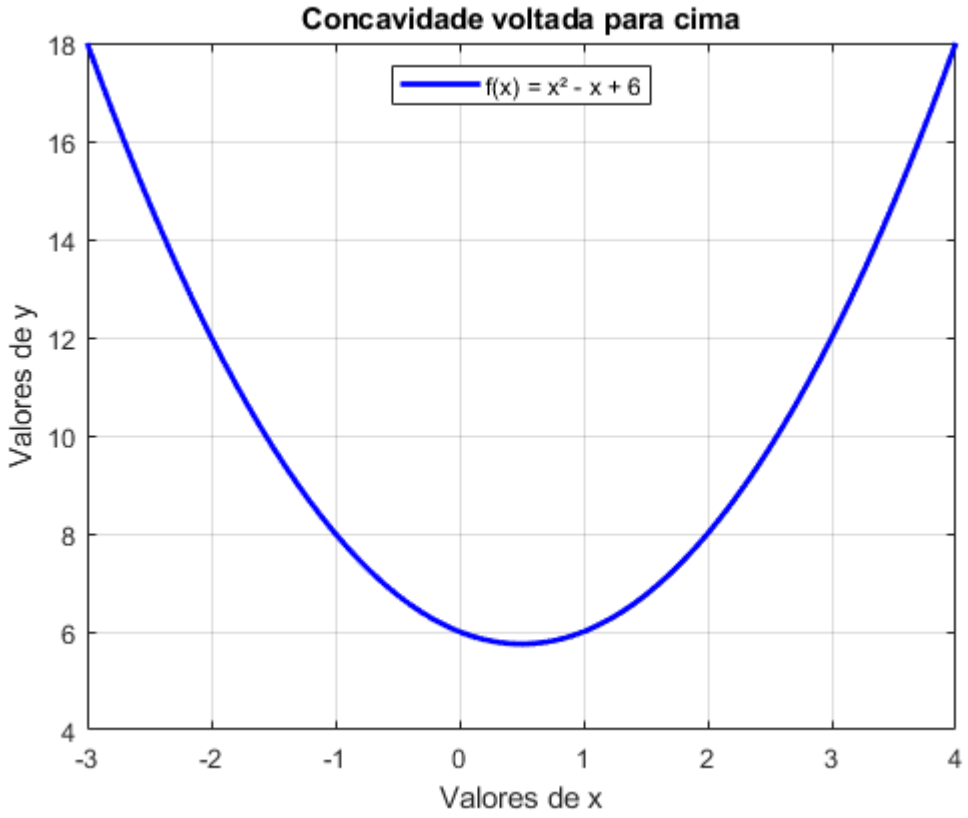
$$f(x) = ax^2 + bx + c \;\; ou \; y = \; ax^2 + bx + c \tag{3}$$

em que $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{c}$ são números reais e $\boldsymbol{a \neq 0}$. Lembrando que $\boldsymbol{y = f(x);\ a, b\ e\ c\ \in \mathbb{R}}$.

O gráfico de uma função polinomial do 2º grau, representado pela Equação (3), é uma curva denominada parábola. O coeficiente $\boldsymbol{a}$ desempenha, no gráfico, a propriedade de concavidade da parábola. Significa que, se $\boldsymbol{a}$ for positivo ($\boldsymbol{a > 0}$), a parábola terá concavidade para cima, sinalizando que a função terá um ponto de imagem mínimo ($\boldsymbol{y_{min}}$). Caso o valor de $\boldsymbol{a}$ seja negativo ($\boldsymbol{a < 0}$), a parábola terá concavidade para baixo, indicando que a função terá um ponto de imagem máximo ($\boldsymbol{y_{máx}}$).

As Figuras 2a e 2b representam os gráficos de funções polinomiais do 2º grau com diferentes posições das parábolas.

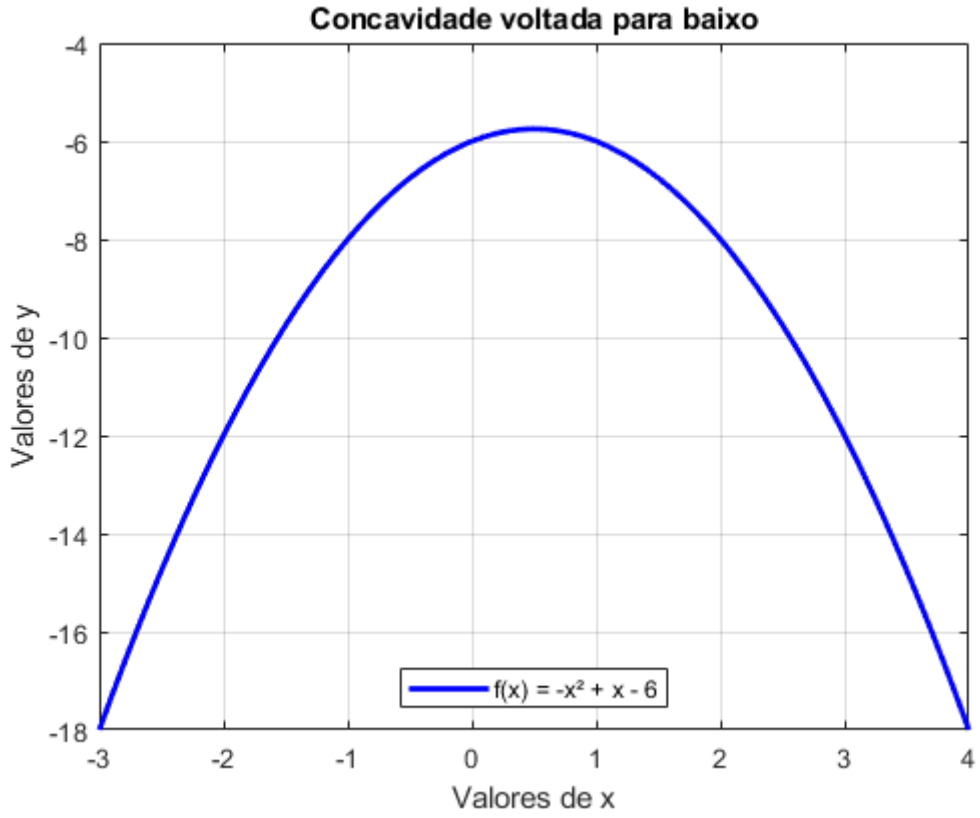
Figura 2a: Parábola para cima, *a > 0*



Fonte: Autores.

Pode-se notar que o espaço geométrico ocupado pelo conjunto dos pares ordenados (x, y) é substancialmente diferente ao espaço geométrico da função do 1° grau. A função do 2° grau possui um comportamento crescente e decrescente, diferentemente da função do 1° grau, que é definida como estritamente crescente ou estritamente decrescente. Essa característica, da função polinomial do 2° grau, permite a modelagem de fenômenos que apresentam esse desempenho.

Figura 2b: Parábola para baixo, *a < 0*



Fonte: Autores.

Esta função pode admitir, ou não, raízes no domínio dos números Reais. Estes valores, as raízes, são os pontos em que a parábola intercepta o eixo ***x***. É possível identificar o número e a classificação das raízes mediante o valor do discriminante (**Δ**) da função, conforme ilustra a Equação (4).

$$\Delta = b^2 - 4ac \tag{4}$$

em que as condições de classificação das raízes são definidas por:

- $\Delta > 0$ → Existem duas raízes reais e distintas;
- $\Delta = 0$ → Existem duas raízes reais e iguais;
- $\Delta < 0$ → As raízes não pertencem ao conjunto dos números reais.

Para determinar o valor das raízes da função polinomial do 2º grau, deve-se utilizar a equação (5), também conhecida por equação de *Bhaskara*.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ou \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \tag{5}$$

Conforme Costa et al (2021b), a otimização da função quadrática pode ser determinada mediante a Derivação, em 1ª ordem, da Equação (3). Esse ponto (máximo ou mínimo) também pode ser denominado de vértice da parábola ou ponto de inflexão. Ele é extremamente

relevante, pois indica a mudança de comportamento da função polinomial do 2º grau: crescente para decrescente (ou vice-versa).

$$\frac{df}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{[f(x+h) - f(x)]}{h} = 0 \qquad (6)$$

2.2 Modelagem Computacional

2.1.3 Lógica de Programação

Para Costa et al (2019), a Lógica de Programação é essencial para o desenvolvimento de programas para computadores. Ela pode ser definida como um conjunto de técnicas para encadear pensamentos a fim de atingir múltiplos objetivo.

Esta pesquisa beneficiou-se da Linguagem MATLAB de programação, pois ela possui uma grande quantidade de bibliotecas auxiliares (*Toolboxes*) que otimizam o tempo investido para realizar tarefas, uma vez que o usuário poderá utilizar muitas funções já definidas, mitigando o tempo para criá-las (Costa et al, 2021c). As Tabelas 1, 2 e 3 ilustram os principais comandos que serão úteis na resolução e representação gráfica de funções polinomiais.

A Tabela 1 ilustra as principais operações com escalares no MATLAB.

Tabela 1: Principais operações com escalares

OPERAÇÃO	SÍMBOLO	EXEMPLO
Adição	**+**	**3 + 5**
Subtração	**-**	**20 - 10**
Multiplicação	*****	**5 * 3**
Divisão	**/ ou **	**5/6 = 6\5**
Potenciação	**^**	**5 ^ 2**

Fonte: Autores.

A Tabela 2 expõe comandos das principais funções matemáticas do MATLAB.

Tabela 2: Principais funções matemáticas do MATLAB

COMANDO	DESCRIÇÃO
sin(x)	Seno de x
cos(x)	Cosseno de x
tan(x)	Tangente de x
exp(x)	Exponencial
log(x)	Logaritmo natural de x
sqrt(x)	Raiz quadrada de x

Fonte: Autores.

Comandos frequentes para plotar gráficos bidimensionais são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Tipos de Gráficos bidimensionais

Comando	Descrição
plot	Plotar gráfico linear
polar	Gráfico em coordenadas polares
bar	Gráfico de barras
stem	Gráfico de sequência discreta
hist	Gráfico em histograma

Fonte: Autores.

As Figura 3a e 3b apresentam os *scripts* utilizados para representar as funções do 1° grau crescente e decrescente, respectivamente.

Figura 3a: Comandos para representação da função crescente do 1° grau

```
% Função do Polinomial do 1° grau
% Valor do coeficiente angular: a
a = 3;
% Valor do coeficiente linear: b
b = -5;
% Intervalo de análise da função: x
x = [-3:0.1:5];
% Função analisada: y = ax + b
y = a*x + b;
% Representação Gráfica
plot(x,y,'r','linewidth',2)
xlabel('Valores de x')
ylabel('Valores de y')
title('Função Crescente do 1° grau')
legend('f(x) = 3x - 5','Location','northwest')
grid on
```

Fonte: Autores.

Figura 3b: Comandos para representação da função decrescente do 1° grau

```
% Função do Polinomial do 1° grau
% Valor do coeficiente angular: a
a = -3;
% Valor do coeficiente linear: b
b = 5;
% Intervalo de análise da função: x
x = [-3:0.1:5];
% Função analisada: y = ax + b
y = a*x + b;
% Representação Gráfica
plot(x,y,'r','linewidth',2)
xlabel('Valores de x')
ylabel('Valores de y')
title('Função Decrescente do 1° grau')
legend('f(x) = -3x + 5','Location','northeast')
grid on
```

Fonte: Autores.

As Figura 4a e 4b apresentam os *scripts* utilizados para representar as funções do 2° grau com concavidades voltadas para cima e para baixo, respectivamente.

Figura 4a: Comandos para representação da função do 2° grau com cavidade para cima

```
% Função do Polinomial do 2° grau
% Valor do coeficientes: a, b e c
a = 1; b = -1; c = 6;
% Intervalo de análise da função: x
x = [-3:0.1:4];
% Função analisada: y = ax + b
y = a*x.^2 + b*x + c;
% Representação Gráfica
plot(x,y,'b','linewidth',2)
xlabel('Valores de x')
ylabel('Valores de y')
title('Concavidade voltada para cima')
legend('f(x) = x² - x + 6','Location','north')
grid on
```

Fonte: Autores.

Figura 4b: Comandos para representação da função do 2° grau com cavidade para baixo

```
% Função do Polinomial do 2° grau
% Valor do coeficientes: a, b e c
a = -1; b = 1; c = -6;
% Intervalo de análise da função: x
x = [-3:0.1:4];
% Função analisada: y = ax + b
y = a*x.^2 + b*x + c;
% Representação Gráfica
plot(x,y,'b','linewidth',2)
xlabel('Valores de x')
ylabel('Valores de y')
title('Concavidade voltada para baixo')
legend('f(x) = -x² + x - 6','Location','south')
grid on
```

Fonte: Autores.

3. Resultados e Discussões

3.1 Física – Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

O movimento retilíneo uniforme (MRU) é constatado quando um corpo possui velocidade escalar constante sobre uma trajetória retilínea, em relação a um referencial. A função horária do MRU é representada pela Equação (7), denominada função horária das posições, em que $S = f(t)$ é dada pelo polinômio do 1º grau.

$$S = S_o + vt \quad (7)$$

v → *Velocidade escalar constante* ($v \neq 0$);

S → *Posição final;*

t → *Instante de Tempo.*

A Tabela 4 associa as características da função polinomial do 1º ao MRU.

Tabela 4: Relação entre função do 1º grau e MRU

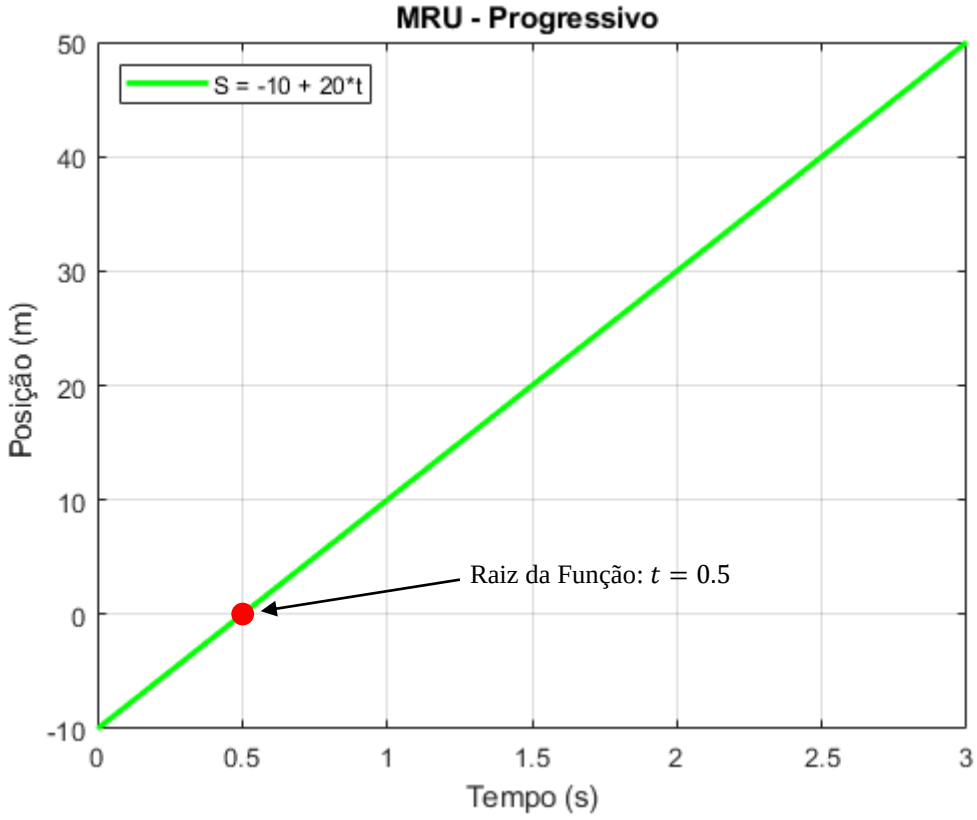
Função do 1º grau	**MRU**
$a > 0$ → Função Crescente	$v > 0$ → Movimento Progressivo
$a < 0$ → Função Decrescente	$v < 0$ → Movimento Regressivo
Gráfico de $\boldsymbol{y = f(x)}$ → Reta Oblíqua	Gráfico de $S = f(t)$ → Reta Oblíqua

Fonte: Autores.

As Figuras 5a e 5b apresentam os gráficos das posições de uma partícula, em MRU, nas seguintes condições:

i. Partiu da posição -10m, com movimento progressivo, de 20m/s, em relação a certo referencial.

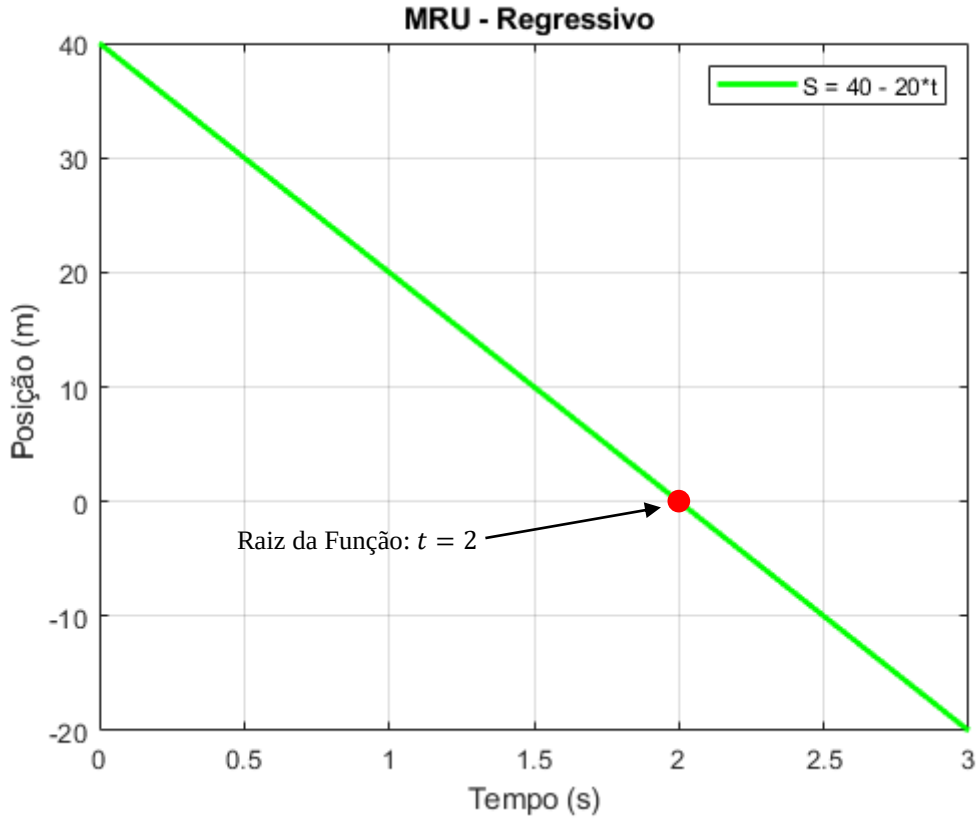
Figura 5a: Aplicação de Função do 1° grau crescente



Fonte: Autores.

ii. Partiu da posição 90m, com movimento regressivo, de 20m/s, em relação ao mesmo referencial.

Figura 5b: Aplicação de Função do 1° grau decrescente



Fonte: Autores.

Os códigos-fonte que associam as informações da Matemática, da Física e da Lógica de programação, desenvolvidos em ambiente MATLAB, estão descritos nas Figuras 6a e 6b.

Figura 6a: *Script* para um MRU - Progressivo

```
% Script 01: Referente ao Movimento Retilíneo Uniforme - MRU
% Intervalo de tempo utilizado na análise (em segundos): t
t= [0:0.1:3];
% Posição Inicial (em metros): S0
S0 = -10;
% Velocidade (em m/s): V
V = 20;
% Função Horária do MRU: S = S0 + Vt
S = S0 + V*t;
% Instante em que o móvel passa na origem das posições
t1 = -S0/V
% Gráfico da função S = f(t)
plot (t,S,'g','linewidth',2)
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel (' Posição (m)')
title('MRU - Progressivo ')
legend('S = -10 + 20*t','Location','northwest')
grid on
```

Fonte: Autores.

Figura 6b: *Script* para um MRU - Regressivo

```
% Script 02: Referente ao Movimento Retilíneo Uniforme - MRU
% Intervalo de tempo utilizado na análise (em segundos): t
t= [0:0.1:3];
% Posição Inicial (em metros): S0
S0 = 40;
% Velocidade (em m/s): V
V = -20;
% Função Horária do MRU: S = S0 + Vt
S = S0 + V*t;
% Instante em que o móvel passa na origem das posições
t1 = -S0/V
% Gráfico da função S = f(t)
plot (t,S,'g','linewidth',2)
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel (' Posição (m)')
title('MRU - Regressivo ')
legend('S = 40 - 20*t','Location','northeast')
grid on
```

Fonte: Autores.

3.2 Física – Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

O movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) é constatado quando um corpo varia a sua velocidade escalar de quantidades iguais em intervalos de tempo iguais, sobre uma trajetória retilínea, em relação a um referencial. A função horária do MRUV é representada pela Equação (8), denominada função horária das posições, em que $S = f(t)$ é dada por um polinômio do 2º grau. Nesse movimento, a aceleração escalar é constante e diferente de zero.

$$S = S_0 + v_0 t + 0.5at^2 \tag{8}$$

em que,

S → *Posição final do móvel*
S_o → *Posição inicial do móvel*
v_o → *Velocidade inicial do móvel*
t → *Tempo de análise do deslocamento*
a → *Aceleração escalar do móvel*

A Tabela 5 associa as características da função polinomial do 2º ao MRUV.

Tabela 5: Relação entre função do 2º grau e MRUV

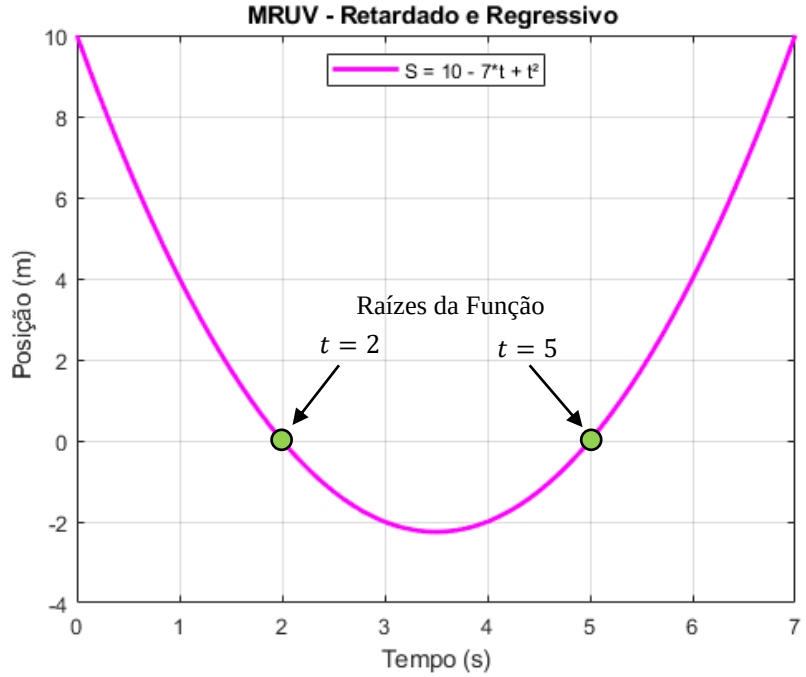
Função do 2º grau	MRUV
$a > 0$ → Concavidade para cima	$a>0$ e $v > 0$ → Acelerado e Progressivo $a>0$ e $v < 0$ → Retardado e Regressivo
$a < 0$ → Concavidade para baixo	$a<0$ e $v > 0$ → Retardado e Progressivo $a<0$ e $v < 0$ → Acelerado e Regressivo
Gráfico de $y = f(x)$ → Parábola	Gráfico de $S = f(t)$ → Parábola

Fonte: Autores.

As Figuras 7a e 7b apresentam os gráficos das posições de uma partícula, em MRUV, nas seguintes condições:

i. Partiu da posição 10m, com velocidade de -7m/s e aceleração de 2m/s^2. Tempo de análise do movimento: 7 segundos, em relação a certo referencial;

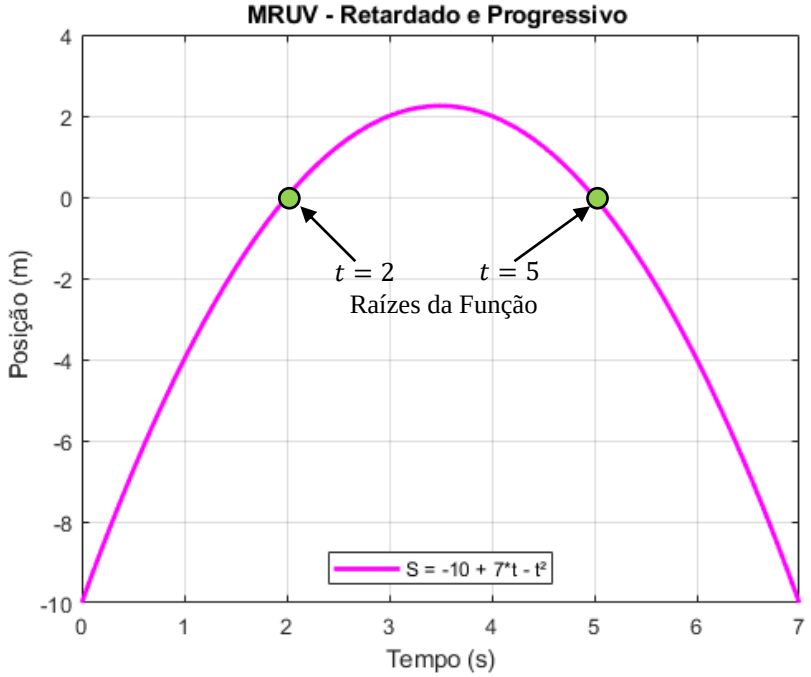
Figura 7a: Aplicação de Função do 2° grau com concavidade para cima



Fonte: Autores.

ii. Posição inicial -10m, velocidade inicial 7m/s e aceleração de -2m/s^2. Tempo de análise do movimento: 7 segundos, em relação a certo referencial.

Figura 7b: Aplicação de Função do 2° grau com concavidade para baixo



Fonte: Autores.

Os códigos-fonte que associam as informações da Matemática, da Física e da Lógica de programação, desenvolvidos em ambiente MATLAB, estão descritos nas Figuras 8a e 8b.

Figura 8a: *Script* para um MRUV – Retardado e Regressivo

```
% Script 01: Referente ao Movimento Retilíneo Uniformemente Variado - MVRU
% Intervalo de tempo utilizado na análise (em segundos): t
t= [0:0.1:7];
% Posição Inicial (em metros): S0
S0 = 10;
% Velocidade (em m/s): V
V0 = -7;
% Aceleração (em m/s²): a
a = 2;
% Função Horária do MRUV: S = S0 + V0t + 0.5at²
S = S0 + V0*t + 0.5*a*t.^2;
% Instante em que o móvel passa na origem das posições
t1 = (-V0 - sqrt(V0^2 - 4*(0.5*a)*S0))/(2*(0.5*a))
t2 = (-V0 + sqrt(V0^2 - 4*(0.5*a)*S0))/(2*(0.5*a))
% Gráfico da função S = f(t)
plot (t,S,'m','linewidth',2)
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel (' Posição (m)')
title('MRUV - Retardado e Regressivo ')
legend('S = 10 - 7*t + t²','Location','north')
grid on
```

Fonte: Autores.

Figura 8b: *Script* para um MRUV – Retardado e Progressivo

```
% Script 02: Referente ao Movimento Retilíneo Uniformemente Variado - MVRU
% Intervalo de tempo utilizado na análise (em segundos): t
t= [0:0.1:7];
% Posição Inicial (em metros): S0
S0 = -10;
% Velocidade (em m/s): V
V0 = 7;
% Aceleração (em m/s²): a
a = -2;
% Função Horária do MRUV: S = S0 + V0t + 0.5at²
S = S0 + V0*t + 0.5*a*t.^2;
% Instante em que o móvel passa na origem das posições
t1 = (-V0 - sqrt(V0^2 - 4*(0.5*a)*S0))/(2*(0.5*a))
t2 = (-V0 + sqrt(V0^2 - 4*(0.5*a)*S0))/(2*(0.5*a))
% Gráfico da função S = f(t)
plot (t,S,'m','linewidth',2)
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel (' Posição (m)')
title('MRUV - Retardado e Progressivo ')
legend('S = -10 + 7*t - t²','Location','south')
grid on
```

Fonte: Autores.

4. Considerações Finais

Este trabalho apresentou componentes curriculares presentes e obrigatórias nos projetos pedagógicos de cursos das Ciências Exatas e da Natureza, do ensino superior e que podem ser trabalhadas de forma conjunta e transversal maximizando o processo de ensino-aprendizagem.

Manifestou-se uma ferramenta computacional de programação, o MATLAB, com o propósito de expandir o entendimento das aplicações com desenvolvimento de programas capazes de propiciar aos discentes uma excelente compreensão dos conteúdos e suas implicações.

Para futuros trabalhos, pretende-se estender a análise da transversalidade para outras componentes curriculares, como por exemplo Resistência dos Materiais e Fundamentos da Ecologia. Entende-se que o Bacharelado, realmente integrado, garantirá a universalização dos saberes, das habilidades e das competências, produzindo a excelência na formação profissional e cidadã de cada discente.

5. Referências

COSTA, Denis C. L., COSTA, Heictor A. de O., & NEVES, Lucas P. **Métodos Matemáticos Aplicados nas Engenharias via Sistemas Computacionais**. SINEPEM-IFPA. 2019.

COSTA, Denis C. L., FERREIRA, C., ANDRADE, E., MENESES, L., CUNHA, A., MENEZES, J., SAUMA, T., MIRANDA, R., FERREIRA, M., & PAIXÃO, A. J. P. da. **Pedagogical Project of the Bachelor of Science and Technology Course** (One). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.4741199. 2021a.

COSTA, Heictor A. de O.; COSTA, Denis C. L.; MENESES, Lair A. de. **Interdisciplinarity Applied to the Optimized Dispatch of Integrated Electricity and Natural Gas Networks using the Genetic Algorithm**. Research, Society and Development, *[S. l.]*, v. 10, n. 2, p. e42110212641. DOI: 10.33448/rsd-v10i2.12641. 2021b.

COSTA, Denis C. L., COSTA, Heictor A. de O., Silva, Hugo C. M. da, & Silva, Silvio T. T. da. **Matemática Computacional Aplicada à Ciência e Tecnologia**. (1st ed.). Belém, PA, SINEPEM-IFPA. 2021c.