



GENERALIZAR PARA FAZER MATEMÁTICA EM SALA DE AULA GENERALIZE TO DO MATHEMATICS IN THE CLASSROOM

Lucia Arruda de Albuquerque Tinoco
Universidade Federal do Rio de Janeiro-Projeto Fundão
luciaatinoco@gmail.com
0000-0002-5681-8069

Fátima Cristina Ferreira
SME-Rio de Janeiro
fcrisferreira@hotmail.com
0000-0002-9362-8459

Jacqueline Bernardo Pereira de Oliveira
Universidade Federal Fluminense-Volta Redonda
jbernardo@id.uff.br
0000-0002-0476-3879

Rosa Cordelia Novellino de Novaes
Projeto Fundão-UFRJ
rsnovellino@yahoo.com.br
0000-0001-7367-7264

Ana Carolina Guimarães Paschoal
Licencianda IM-UFRJ
ana.carol.paschoal@gmail.com
0000-0002-8249-4889

Eixo 19

Resumo:

O presente trabalho trata do uso de resolução de problemas de generalização de situações que apresentam regularidades, como meio de encorajar alunos a fazer Matemática em sala de aula e familiarizar-se com o conceito de variável e a linguagem algébrica. Dentre as considerações teóricas a respeito do processo de generalização no ensino de Matemática e no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, são salientados seu papel como integrador dos vários campos da matemática e de facilitador da familiarização com a linguagem algébrica. Por sua importância, desafios envolvendo generalização foram explorados em um programa de formação continuada de professores oferecido pelo grupo autor do trabalho, em 2020, no Projeto URCA (Unidos cRIando reCursos educAcionais), em parceria com a UNIRIO (Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro). Segundo a orientação deste grupo, de incentivar o uso de vários

recursos didáticos em sala de aula, meios como calculadora, câmera do *smartphone*, os aplicativos *Photomath* e *Geogebra*, bem como problemas em quadrinhos, foram usados em várias atividades. Como exemplos, optamos por apresentar duas atividades com a utilização do aplicativo *Geogebra*, de grande aceitação entre os participantes. Essas atividades já haviam sido aplicadas com alunos, observando-se o interesse dos mesmos, apesar de suas dificuldades em relação a conteúdos como o conceito de variável, de área e perímetro e a linguagem algébrica. Comentários sobre essas experiências estavam presentes nas apresentações das atividades para os professores-alunos do curso URCA, provocando rica reflexão em relação à sala de aula.

Palavras-chave: Construção de conhecimento; Resolução de problemas; Leis gerais; Desenvolvimento profissional.

Abstract:

The present work deals with the use of problem solving involving generalization of situations that presents regularities, as a means of encouraging students to do mathematics in the classroom and becoming familiar with the concept of variable and algebraic language. Among the theoretical considerations regarding the generalization process in mathematics teaching and in the development of students' mathematical reasoning, its role as an integrator of the various fields of mathematics and facilitator of familiarization with algebraic language is emphasized. Due to their importance, challenges involving generalization were explored in a continuing teacher training program offered by the author group of this work, in 2020, in the URCA Project (Unidos criando Cursos educacionais), in partnership with UNIRIO (Federal University of the State of Rio de Janeiro). According to the guidance of this group, to encourage the use of various didactic resources in classroom, means such as calculator, smartphone camera, the applications Photomath and Geogebra, as well as problems with comics, were used in various activities. As examples, we chose to present two activities with the use of the Geogebra application, of great acceptance among the participants. These activities were also applied with students, observing their interest, despite their difficulties in relation to contents such as the concept of variable, area and perimeter and the algebraic language. These activities had already been applied with students, observing their interest, despite their difficulties in relation to contents as the concept of variable, area and perimeter and algebraic language. Comments on these experiences were present in the activities presentations for the teachers-students that took part in URCA course, provoking rich reflection related to the classroom.

Keywords: Knowledge building; Problem solving; General laws; Professional development.

1. Introdução

Na sociedade atual, na qual os indivíduos são bombardeados com informações de todas as naturezas, o papel da escola tem de ser o de propiciar a seus alunos o desenvolvimento de tipos de raciocínio que os habilite a selecionar, analisar e bem utilizar essas informações, construindo conhecimento de forma criativa e autônoma.

Há, portanto, que valorizar em sala de aula, habilidades de: “explorar, investigar, conjecturar, resolver, justificar, representar, formular, descobrir, construir, verificar, explicar, prever, desenvolver, descrever e usar” (WALLE, 2009, p. 32). O autor afirma também que, em salas de aula onde ocorrem essas habilidades, os alunos internalizam uma mensagem: “Você é capaz de dar significado a isso – você é capaz de fazer Matemática” (WALLE, 2009, p. 33).

Considerando as afirmações anteriores, observamos que a prática em sala de aula do Ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas, no qual o problema é o ponto de partida, pode incentivar estudantes a fazer matemática. De fato, “através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2017, p. 81).

Neste trabalho, apresentamos a experiência do Grupo de Matemática no Ensino Fundamental do Projeto Fundão, no Projeto URCA, em parceria com a UNIRIO, com o objetivo de incentivar professores a utilizar com seus alunos um caso específico de resolução de problemas: a resolução de problemas envolvendo generalização.

Sobre Generalização

A principal dificuldade dos alunos em relação à Matemática, particularmente na resolução dos problemas, reside na crença de que é possível aprender matemática decorando regras e resultados, mesmo sem compreendê-los. Esquece-se de que conceitos básicos da Matemática, como o de número, é fruto de generalizações. O mesmo acontece com propriedades das operações ou de figuras geométricas. Na verdade, Ponte et al. (2015) afirmam que “[...] raciocínio matemático envolve essencialmente fazer generalizações e justificações matemáticas” (LANNIN, ELLIS & ELLIOTT, 2011, apud PONTE et al., 2015, p. 113).

Desde a década de 1990, muitos educadores matemáticos vêm se dedicando ao estudo do pensamento algébrico e sua ligação com a generalização.

Este processo de generalização pode ocorrer com base na Aritmética, na Geometria, em situações de Modelação Matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático lecionado desde os primeiros anos de escolaridade [...] uma das vias privilegiadas para promover o pensamento algébrico é o estudo de padrões e regularidades [...] (PONTE; BRANCO e MATOS, 2009, p. 9 - 10).

De acordo com Ramos (2020), a generalização e sua relação com a argumentação e a expressão constituem

Um processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares, estabelecem essa generalização através do discurso da argumentação, e expressam-na gradualmente de uma forma simbólica apropriada à sua idade (BLANTON & KAPUT, 2005, apud RAMOS, 2020, p. 17-18).

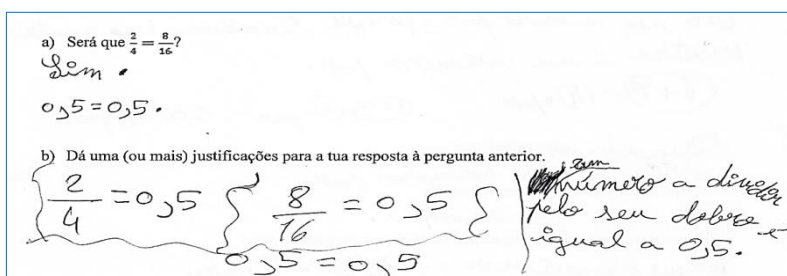
Desde 1993, autores brasileiros salientavam a percepção dos aspectos invariantes numa situação ao observar uma regularidade e generalizá-la.

O pensamento algébrico está sendo desenvolvido quando acontece a percepção da regularidade, percepção de aspectos invariantes, em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar estruturas de uma situação problema, e a presença do processo de generalização (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 87).

Alguns podem questionar a escolha deste tema, cabendo, pois, ressaltar alguns de seus aspectos importantes.

I – Um problema que requer generalização pode envolver conteúdos de naturezas distintas (no caso do ensino básico, aritmética, algébrica, geométrica, probabilística, ...).

Figura 1: Generalização de conteúdo da Aritmética



Fonte – Ponte et al. (2015, p.115)

II - A toda generalização corresponde uma justificativa. Como ilustrado no exemplo acima, é no ato de justificar que o aluno tem a oportunidade de construir o conhecimento, e este processo pode se dar em vários níveis, de acordo com a idade e a maturidade matemática do aluno. Também a forma de representar essa justificativa pode variar: desenhos, palavras escritas ou proferidas oralmente, ou linguagem algébrica.

III – Situações que não apresentam “regularidade” não podem ser generalizadas.

Encontram-se frequentemente, principalmente em níveis elementares, casos em que os alunos generalizam fatos, verificando apenas a sua validade para casos particulares. É, portanto, necessário que tais alunos explorem situações que lhes permitam concluir que isso não é suficiente e os ajudem a desenvolver um pensamento genérico. Nesse sentido, também é adequado o trabalho com situações que não apresentem regularidade (TINOCO, 2011, p. 51).

IV - Generalizações que podem ser representadas por meio de uma igualdade algébrica propiciam a atribuição de significado à linguagem algébrica e às equações. No entanto, a esse respeito, Arcavi (1994) afirma, ao caracterizar o Sentido do Símbolo.

Até mesmo aqueles estudantes que executam a manipulação das técnicas algébricas com êxito, frequentemente não veem a álgebra como instrumento para compreensão, expressão e comunicação de generalizações, um

instrumento revelador de estruturas, de estabelecimento de conexões e de formulação de argumentações matemáticas (provas) (ARCAVI, 1994, p. 39).

V - Muitos resultados podem ser ensinados a partir da generalização de regularidades observadas. Nos níveis escolares do Ensino Fundamental e com o uso de recursos tecnológicos como *GeoGebra* e outros, considera-se válida e recomendável a conclusão de resultados dessa forma. É preciso ressaltar, no entanto, que esse procedimento não constitui uma demonstração; ele deverá, sim, incentivar e auxiliar os estudantes mais experientes a usá-lo para realizar a prova.

2. Exemplos explorados na experiência com os professores

Conscientes de que muito se pode ensinar e aprender de Matemática, a partir da Resolução de Problemas envolvendo generalização, o grupo de Matemática no Ensino Fundamental do Projeto Fundão desenvolveu em 2020 um Módulo do Projeto URCA, em parceria com a UNIRIO, voltado para o desenvolvimento profissional de professores do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. No Módulo foram exploradas 17 atividades, em 11 vídeos compartilhados com mais de 80 professores de todo o país, via *Google Classroom*, com sugestões de como utilizá-las em sala de aula para promover a aprendizagem de conteúdos dos diversos campos da Matemática escolar. Desse modo, embora as atividades fossem voltadas para alunos de nível escolar a partir do 6º ano do Ensino Fundamental, o modo de apresentá-las, os comentários das narradoras e o material complementar oferecido visavam a provocar reflexão dos alunos-professores sobre a sua sala de aula.

Com o objetivo de incentivar o uso de diversos recursos didáticos em sala de aula, foram usados meios como calculadora, câmera do *smartphone*, os aplicativos *Photomath* e *Geogebra*, bem como problemas em quadrinhos, nas atividades propostas. Como exemplos, são relatadas duas delas, com a utilização do aplicativo *Geogebra*, comentando os aspectos relativos à sua aplicação em sala de aula, sobre os quais pretendia-se que os professores-alunos refletissem.

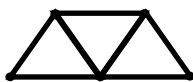
Na primeira situação, meninos planejam construir uma maquete da lateral de uma ponte, em forma de filas de triângulos, na qual eram postas barras de ferro nos lados dos triângulos e 1 parafuso em cada vértice.

As perguntas desafiam o aluno a prever o número de peças (barras e parafusos) necessárias nas etapas posteriores da construção, a partir do desenho que mostra as três

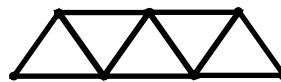
primeiras etapas. As seguintes poderiam ser desenhadas por eles, com o uso do aplicativo *Geogebra*.



Base com 1 barra



Base com 2 barras



Base com 3 barras

A partir da análise de casos particulares e preenchimento do Quadro 1 a seguir, o aluno deve concluir a relação entre o número total de parafusos e o de barras da base, expressando-a algebricamente. O mesmo para o total de barras da estrutura.

Quadro 1 - Número de parafusos e de barras em função do número de barras da base

Número de barras da base da estrutura	1	2	3	4	5	6
Número total de parafusos	3	5	7			
Número total de barras	3	7				

Fonte – Acervo dos autores

Depois de obtidas as expressões gerais para o total de parafusos e de barras, em função do número de barras da base, com o objetivo de dar oportunidade ao aluno de atribuir significado para cálculos algébricos simples, o enunciado da atividade tem a seguinte pergunta.

- Para determinar o número total de barras, Gil não considerou as barras da base, encontrando a igualdade $B = 3n - 1$. Explique como você pode encontrar a expressão algébrica correta para o total de barras, aproveitando esta igualdade (n é o número de barras da base).

Por último, de posse da expressão do total de parafusos, apresentam-se as seguintes questões, dando oportunidade ao aluno para gerar uma equação.

Se, numa estrutura desse tipo, você usar 7 parafusos, quantas barras você usará na base? E quantas barras você usará ao todo? E se forem 81 parafusos? Como você calculou?

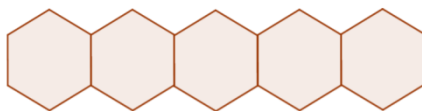
Neste processo, observa-se uma mudança importante, e nem sempre destacada, do papel da letra n : n passa de variável independente para incógnita.

Na segunda atividade, o aplicativo *Geogebra* é utilizado como facilitador na construção de hexágonos regulares congruentes, isoladamente ou formando uma sequência de figuras. A observação e análise de regularidades que aparecem nas construções efetuadas permitem expressar as conclusões com palavras e traduzi-las para

a linguagem algébrica, como também reconhecer a existência ou não de proporcionalidade entre o perímetro das figuras formadas e o número de hexágonos em cada construção.

Primeiro, pergunta-se o número de palitos necessários para contornar um número qualquer de hexágonos regulares, separados, de lados do mesmo comprimento do palito. Depois, pede-se que formem filas de hexágonos unidos por um de seus lados (Fig. 2).

Figura 2 – Fila construída no Geogebra



Fonte – Acervo dos autores

Depois de salientar o contorno do polígono formado, o aluno deve determinar o seu perímetro, para alguns números particulares de hexágonos e, finalmente, encontrar uma expressão para esse perímetro, no caso de um número qualquer de hexágonos, sendo o comprimento do lado dos hexágonos a unidade de comprimento.

Em experiências com essas atividades em sala de aula, antes de incluí-las no curso, observou-se engajamento bem significativo dos alunos, permitindo sanar muitas dificuldades relativas a conteúdos como: conceitos de polígono e de perímetro, habilidade de generalização e noção de variável. “Um número qualquer de hexágonos? Como assim?” Questões referentes à proporcionalidade entre o número de hexágonos e o perímetro da figura, são bastante adequadas para introdução ou fixação do conceito.

No curso, além das atividades em si, das reflexões sobre o desempenho dos alunos ao desenvolvê-las, bem como das animações e problemas em quadrinhos, o incentivo ao uso do aplicativo *Geogebra*, por meio de tutoriais específicos para cada atividade, teve um impacto positivo entre os participantes, observado por eles a cada aula, nos comentários no *Google Classroom*. Seguem exemplos dessas observações.

“...Jestou adorando as atividades, a clareza nos vídeos e todos os materiais complementares que fazem parte desse curso. Todas as atividades são de muita relevância em nossa prática para que possamos desenvolver a aprendizagem dos alunos de forma significativa. Vocês estão de parabéns!”

“Este curso acrescentou muito. Nossas aulas não serão mais as mesmas!”

“Aulas bem desenvolvidas – pensar em todos os sentidos.”

3. Considerações Finais

Concluimos na certeza de termos contribuído com os professores participantes do curso, no esforço de criar oportunidades para seus alunos fazerem Matemática em sala de aula, desafiando-os com problemas que os levem a estabelecer relações entre as informações de que dispõem e a descobrirem leis gerais, a partir da observação de regularidades em casos concretos.

Apesar das manifestações elogiosas dos participantes do curso, observamos durante a sua realização, e agora, que essa não é uma tarefa fácil, que exige um trabalho contínuo ao longo de anos de escolaridade, mas que pode ser enriquecida com o uso de vários recursos didáticos.

As respostas dadas pelos alunos-professores ao questionário de avaliação do curso nos indica estarmos no caminho certo.

4. Referências

- ARCAVI, A. O sentido do símbolo, atribuindo um sentido informal à matemática formal. In: **Série Reflexões em Educação Matemática - Álgebra, História, Representação**. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1994, p. 38 -72.
- FIORENTINI, D., MIORIM, Â. M. e MIGUEL, A. Contribuição para um repensar a Educação Algébrica Elementar. **Revista Proposições**. FE/UNICAMP, vol. 4, nº1, p. 78-90, 1993.
- ONUCHIC, L. de la R., LEAL JUNIOR, L. C. e PIRONEL, M. (org). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Ed Livraria da Física, 2017.
- PONTE, J. P. da, BRANCO, N. e MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Portugal: DGIDC, 2009.
- PONTE, J. P. da, QUARESMA, M., MATA-PEREIRA, J. e BAPTISTA, M. Exercícios, Problemas e Explorações: perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, APM, vol. 24, nº 2, p. 111-134, 2015.
- RAMOS, R. J. F. **Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: Um estudo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2020. 56fls. Monografia de Especialização em Educação Matemática - Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2020.
- TINOCO, L. A. de A. (coord.). **Álgebra: pensar, calcular, comunicar...**, 2 ed. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, IM-UFRJ, 2011.
- WALLE, J. A. V. de. **Matemática no Ensino Fundamental Formação de Professores e Aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Ed. Artmed, 2009.