



COMBINATÓRIA, PROBABILIDADE E SUAS ARTICULAÇÕES NO CURRÍCULO DOS ANOS FINAIS: O QUE SE PODE FAZER?

Ewellen Tenório de Lima¹

GD 12 – Ensino de Probabilidade e Estatística

Resumo: O presente trabalho apresenta um recorte de uma pesquisa de doutorado, em andamento, que investiga a Combinatória, a Probabilidade e as articulações entre essas áreas da Matemática em currículos prescritos e apresentados aos Anos Finais do Ensino Fundamental, visando a construção de uma proposta que favoreça o ensino de ambas as áreas, tendo-se por foco o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico. Neste texto, com base em resultados parciais já obtidos a partir da análise de documentos oficiais nacionais e estaduais (BRASIL, 1998; 2018; PERNAMBUCO, 2012; 2019), bem como de livros didáticos de Matemática aprovados pelos dois últimos Planos Nacionais do Livro Didático referentes à etapa de escolarização foco da pesquisa – PNLD 2017 e PNLD 2020 (BRASIL, 2016; 2019) – é discutida a construção da proposta supracitada, que consiste em um conjunto de situações-problema direcionadas aos professores, tendo o objetivo de orientar um ensino articulado que favoreça a exploração de eventos aleatórios e a aprendizagem de diferentes situações combinatórias e probabilísticas na mencionada etapa da escolarização. A construção desta proposta leva em consideração, assim, os pontos positivos identificados nas análises até então conduzidas sobre o que é prescrito e o que é apresentado nos currículos dos Anos Finais e, principalmente, busca suprir as lacunas existentes, apontando o que se pode fazer, partindo-se da articulação dos raciocínios combinatório e probabilístico, tendo por objetivo o desenvolvimento desses dois modos de pensar.

Palavras-chave: Combinatória. Probabilidade. Currículo. Livro Didático. Anos Finais.

INTRODUÇÃO

Um experimento é dito *determinístico* “quando repetido em condições semelhantes conduz a resultados essencialmente idênticos” (MORGADO *et al.*, 1991, p. 118). Por sua vez, são experimento *aleatórios* aqueles que, quando “repetidos sob as mesmas condições produzem resultados geralmente diferentes” (MORGADO *et al.*, 1991, p. 119). Combinatória e Probabilidade são áreas da Matemática cujo domínio permite que os fenômenos e experimentos aleatórios sejam estudados e compreendidos. Conhecimentos combinatórios e probabilísticos munem o sujeito da capacidade de prever os possíveis resultados, identificando, assim os eventos aleatórios, eventos que “as pessoas sabem que podem ocorrer, mas não têm certeza se e quando irão ocorrer” (BRYANT; NUNES, 2012,

¹ Universidade Federal de Pernambuco - UFPE; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica - EDUMATEC; Curso de Doutorado; ewellentlima@gmail.com; Orientadora: Rute Elizabete de Souza Rosa Borba.

p. 3, tradução minha). Além disso, permitem que tais possibilidades sejam analisadas para, assim, classificar resultados em possíveis, impossíveis ou prováveis; comparar quais deles são mais ou menos prováveis; e até mesmo quantificar suas probabilidades de ocorrência por meio de uma razão (seja em sua forma decimal, fracionária ou percentual), estando este valor contido entre a certeza de ocorrência do evento (probabilidade de 1 ou 100%) e a impossibilidade de ocorrência do mesmo (probabilidade de 0 ou 0%).

A Combinatória e a Probabilidade ganham maior destaque, geralmente, no Ensino Médio, etapa da escolarização básica na qual o trabalho com estas áreas da Matemática é, muitas vezes, marcado pela formalização. Com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais voltados ao Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; 1998) estas áreas apareceram, junto à Estatística, inseridas no bloco de conteúdos de *Tratamento da Informação*, sobre o qual se destaca que: “o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos” (BRASIL, 1998, p. 52). Tal apontamento corrobora o posto por diferentes estudos, que defendem o trabalho com Combinatória e/ou Probabilidade desde os primeiros anos da escolarização, tendo-se em vista o desenvolvimento dos raciocínios a essas áreas relacionados, por meio de um contato progressivo com diferentes tipos de problemas, explorando-se suas características e propriedades e fazendo-se uso de representações e estratégias variadas (desde as mais simples e espontâneas até as formalizadas, cujo domínio exige o ensino sistemático) (BATANERO; GODINO; NAVARRO-PELAYO, 1996; FISCHBEIN, 1975; BORBA, 2016; CAMPOS; CARVALHO, 2016). Sob tal perspectiva, torna-se possível a construção de uma base firme de conhecimentos, que apoiará o aprofundamento e a formalização de conceitos combinatórios e probabilísticos no Ensino Médio.

A pesquisa de doutorado, da qual se apresenta um recorte no presente texto, aprofunda investigações iniciadas no mestrado, quando foi desenvolvido um estudo de sondagem junto a estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) de diferentes etapas da escolarização básica (participantes cursando módulos equivalentes aos Anos Iniciais, aos Anos Finais e ao Ensino Médio). Nesta pesquisa anterior (LIMA, 2018) foram investigadas, a partir de entrevistas clínicas individuais, as compreensões dos 24 estudantes participantes frente à resolução de problemas combinatórios e problemas probabilísticos, bem como as potencialidades de aprendizagem a partir da resolução de problemas articulados entre si (explorando o trabalho com ambas as áreas a partir de um mesmo contexto).

Na tese em desenvolvimento, tem-se por foco investigar o que está posto em documentos curriculares oficiais (o que é prescrito) e em livros didáticos (o que é apresentado), agora no ensino regular – especificamente nos Anos Finais do Ensino Fundamental². Assim, volta-se o olhar ao que está à disposição do professor para a elaboração e desenvolvimento de suas aulas. Isso porque as orientações presentes nos documentos oficiais e nos livros didáticos exercem grande influência no que ocorre, efetivamente, em sala de aula, visto que tais materiais consistem em guias ao ‘o quê?’, ‘quando?’ e ‘como?’ trabalhar determinados conteúdos ao longo de toda a Educação Básica. Nesse sentido, são objetivos da pesquisa de doutorado em questão:

- *Examinar como está proposto o trabalho referente à Combinatória e à Probabilidade em prescrições oficiais e em livros didáticos dos Anos Finais;*
- *Analisar se, e como, estão postas articulações entre Combinatória e Probabilidade em prescrições oficiais e em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais;*
- *Elaborar proposta de articulação entre Combinatória e Probabilidade direcionada ao professor, tendo em vista o favorecimento de um ensino que vise o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico de estudantes dos Anos Finais.*

Neste artigo, serão discutidos, especificamente, os encaminhamentos referentes ao último objetivo apontado. A proposta mencionada diz respeito a um conjunto de situações-problema articuladas, isto é, que exploram, a partir de contextos únicos, problemas combinatórios e probabilísticos de diferentes naturezas, tendo-se em vista a ampla compreensão das situações exploradas.

Na seção a seguir são pontuados os principais aportes teóricos adotados. Estes se referem à concepção de currículo adotada, bem como às classificações que embasam as discussões acerca de diferentes tipos de problemas combinatórios e probabilísticos.

PROBLEMAS COMBINATÓRIOS E PROBABILÍSTICOS

Sendo a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1996) um dos principais aportes teóricos adotados na pesquisa, defende-se um trabalho com a Combinatória e com a Probabilidade apoiado no tripé que forma um conceito. São consideradas, assim, diferentes *situações* (*S*) que atribuem sentido aos conceitos combinatórios e probabilísticos; os *invariantes* (*I*), propriedades imutáveis que caracterizam cada tipo de

² Um dos principais aportes teóricos da tese se refere à concepção de currículo adotada. Tomou-se por base Sacristán (2000), que defende que o currículo perpassa âmbitos diversos e sofre influência de diferentes agentes até se concretizar na prática (dos professores), bem como na aprendizagem (dos estudantes), podendo ser compreendido em seis fases ou instâncias interrelacionadas: currículo *prescrito*, currículo *apresentado*, currículo *moldado pelo professor*, currículo *em ação*, currículo *realizado* e currículo *avaliado*.

situação; e as *representações simbólicas* (*R*) que podem ser utilizadas para representá-las e que são de grande importância frente à resolução de problemas.

No que diz respeito à Combinatória, com base em Borba (2010), são consideradas quatro *situações*, que constituem, assim, uma variedade de tipos de problemas combinatórios. São eles: *produto de medidas*, *arranjo*, *permutação* e *combinação*. Em resumo, tais *situações* diferenciam-se entre si em função do número de conjuntos envolvidos e de seus *invariantes* de ordem e de escolha. No *produto de medidas*, a partir de dois ou mais conjuntos, deve-se selecionar um elemento de cada conjunto para formar as possibilidades. Neste tipo de problema, a ordem não constitui possibilidades diferentes. Por sua vez, no *arranjo*, *permutação* e *combinação*, parte-se de um conjunto único. No *arranjo* e na *combinação* apenas alguns elementos do conjunto abordado devem ser selecionados – no primeiro caso a alteração da ordem dos elementos escolhidos constitui possibilidades distintas, no segundo caso não. Por fim, na *permutação* todos os elementos são usados e, assim, é justamente a ordenação destes que determina as diferentes possibilidades.

Referente à Probabilidade, os tipos de problemas considerados derivam da argumentação de Bryant e Nunes (2012). Estes autores apontam que a ampla compreensão da probabilidade está condicionada a demandas cognitivas relacionadas ao entendimento da *aleatoriedade*, à elaboração/análise do *espaço amostral*, à *comparação* e à *quantificação* de probabilidades, e à compreensão de *correlações* (relações entre eventos).

É válido destacar que tais demandas possuem estreitas conexões e, em função disso, um problema pode envolver mais de uma delas ao mesmo tempo. Assim, é importante pontuar que ao se falar em situações probabilísticas ao longo deste texto, será levado em consideração o que é explicitamente solicitado no problema, ou seja, qual é a demanda mais complexa envolvida em cada caso.

O QUE APONTAM AS ETAPAS ANTERIORES DA PESQUISA?

Em função dos questionamentos que a tese visa responder, e das instâncias do currículo envolvidas nos mesmos, tal pesquisa encontra-se estruturada em três estudos. Ao longo do desenvolvimento dos mesmos já foram publicados diferentes recortes acerca dos resultados parciais obtidos. Nesta seção, são retomados os principais achados dos Estudos 1 (*o que é prescrito?*) e 2 (*o que é apresentado?*), haja visto que os mesmos direcionaram a elaboração da proposta que faz parte do Estudo 3 (*o que se pode fazer?*), em andamento.

O Estudo 1 consistiu na análise de documentos oficiais caracterizados enquanto *currículos prescritos* aos Anos Finais do Ensino Fundamental. Foram analisados dois documentos nacionais e dois estaduais, sendo estes: Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) e Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019).

A seleção de tais documentos, dado o período de vigência que estes englobam, proporcionou que fosse lançado um olhar comparativo (pré e pós BNCC) aos mesmos, levantando-se pontos positivos e negativos, isto é, os avanços e retrocessos referentes às prescrições ao trabalho com a Combinatória e com a Probabilidade nos Anos Finais, bem como investigar as relações entre tais áreas mencionadas nesses documentos que indicam, implícita ou explicitamente a possibilidade de articular seus estudos em sala de aula.

Resultados obtidos neste primeiro estudo foram apresentados em Lima e Borba (2019a) e em Lima (2021). No que se refere à Combinatória, tais resultados apontam, principalmente, para um pequeno espaço ocupado por essa área da Matemática nos Anos Finais, além de uma inconsistência do lugar por ela ocupado no currículo prescrito: esta foi apresentada junto à Probabilidade e à Estatística no bloco de conteúdos de *Tratamento da Informação* (BRASIL, 1998), mas agora não aparece na unidade temática de *Probabilidade e Estatística* e, sim, na unidade temática de *Números* (BRASIL, 2018), dadas suas relações com as estruturas multiplicativas. Ainda, destaca-se o não detalhamento ao trabalho com diferentes tipos de situações combinatórias nesta etapa da escolarização, sendo possível perceber, em todos os documentos analisados, uma priorização ao *produto de medidas*, única situação combinatória mencionada explicitamente ou exemplificada nesses documentos.

Por sua vez, a Probabilidade ganha mais espaço no currículo *prescrito*, em especial na BNCC (BRASIL, 2018). O trabalho com diferentes demandas cognitivas anteriormente mencionadas aparece prescrito a todos os anos do Ensino Fundamental, evidenciando a ideia de uma continuidade e constante aprofundamento de conhecimentos probabilísticos nesta etapa da escolarização, a partir do contato com situações variadas. Destaca-se que a demanda referente à compreensão de *correlações* não aparece nos currículos da Educação Básica do Brasil, nem nos problemas dos livros didáticos analisados. Assim, a mesma não aparecerá na proposta aqui apresentada.

No que diz respeito às articulações entre Combinatória e Probabilidade, identificou-se, em todos os documentos analisados no Estudo 1, a menção ao uso de representações simbólicas em comum, com destaque ao Princípio Fundamental da Contagem (PFC) – também conhecido como Princípio Multiplicativo. Neste sentido, tais documentos evidenciam o desenvolvimento de conhecimentos combinatórios enquanto ferramenta ao cálculo de probabilidades.

Por sua vez, o Estudo 2 consistiu na análise de materiais caracterizados enquanto *currículos apresentados* aos Anos Finais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, foram analisadas seis coleções de livros didáticos (totalizando 24 volumes), sendo estas selecionadas da seguinte maneira: três das coleções mais distribuídas pelo PNLD 2017³ (BRASIL, 2016) e três coleções dos mesmos autores também presentes no PNLD 2020 (BRASIL, 2019). Assim, tal etapa da pesquisa também teve caráter comparativo, tendo em vista observar mudanças recorrentes das prescrições presentes na BNCC.

Resultados parciais referentes às análises de coleções do PNLD 2017 foram publicados em Lima e Borba (2019b) e em Lima (2020). No que diz respeito aos achados já publicados, e também àqueles provenientes das análises das coleções do PNLD 2020, destacam-se os apontamentos a seguir.

Quanto à Combinatória foram identificadas 185 atividades nas seis coleções em questão, sendo 79 nas coleções aprovadas pelo PNLD 2017 e 106 nas coleções aprovadas pelo PNLD 2020. Nos dois momentos, há, assim como no *currículo prescrito*, destaque a um tipo específico de situação combinatória nos problemas identificados: o *produto de medidas* (44,3% dos problemas identificados nas coleções aprovadas pelo PNLD 2017 e 57,6% dos problemas identificados nas coleções aprovadas pelo PNLD 2020), enquanto a situação de *combinação* é a menos explorada (apenas 6,3% dos problemas presentes nas coleções do PNLD 2017 e 5,7% no que diz respeito às coleções aprovadas pelo PNLD 2020). Por sua vez, a Probabilidade reflete nos livros didáticos analisados o maior espaço já ressaltado nas prescrições (961 atividades nas seis coleções analisadas, sendo 396 nas coleções do PNLD 2017 e 565 nas coleções do PNLD 2020). Nas seis coleções, as atividades analisadas abordam diferentes demandas cognitivas ao amplo entendimento da probabilidade. Há grande enfoque, no entanto, à *quantificação de probabilidades* (71,8%

³ Conforme dados do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, disponíveis em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>

dos problemas referentes às coleções do PNLD 2017 e 65,7% dos problemas no caso das coleções do PNLD 2020).

Quanto às articulações entre Combinatória e Probabilidade, é válido ressaltar que os livros didáticos analisados (*currículo apresentado*) evidenciam a extrapolação do posto pelos *currículos prescritos* analisados, visto que estes exploram, além de relações provenientes de *representações simbólicas* em comum, relações a partir de contextos aleatórios únicos: atividades de natureza aleatória que permitem que tanto conceitos combinatórios, quanto conceitos probabilísticos sejam explorados para compreensão dos problemas propostos. Dentre todas as atividades combinatórias e probabilísticas identificadas (total de 1146, sendo 475 referentes ao PNLD 2017 e 671 referentes ao PNLD 2020) foi identificado potencial para articulação em 16% das atividades presentes nas três coleções do PNLD 2017 analisadas e em 23% das atividades presentes nas três coleções do PNLD 2020 analisadas. É importante destacar que essas articulações podem ser não intencionais por parte dos autores dos livros didáticos. A classificação de atividades com potencial para articulação se deu à luz dos aportes teóricos adotados na pesquisa. É válido ressaltar que tais articulações nos livros didáticos seguem observações já mencionadas, havendo destaque ao *produto de medidas* e à *quantificação de probabilidades*.

Os resultados aqui destacados são de suma importância para a construção de Estudo 3, etapa da pesquisa em andamento cujas ideias iniciais são apresentadas e discutidas a seguir.

O QUE SE PODE FAZER?


O terceiro estudo que compõe a tese aqui referida consiste na construção de um conjunto de situações-problema, tendo-se em vista a exploração de diferentes situações combinatórias e probabilísticas articuladas entre si. Tal material visa poder auxiliar o professor no trabalho com o aleatório em sala de aula, explorando suas variadas facetas e incentivando o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico.

A partir de alguns dos problemas com potencial para articulação identificados no Estudo 2 (*o que é apresentado?* – análise de livros didáticos) são discutidas a seguir ideias iniciais para a elaboração desta etapa da pesquisa. A Figura 1 ilustra uma das questões selecionadas para realização de adaptações, visando sanar lacunas nas articulações nelas

presentes, isto é, tendo o objetivo de permitir que uma variedade de *situações* combinatórias e *demandas* probabilísticas sejam exploradas a partir das atividades propostas.

Figura 1: Problema com potencial de articulação – contexto combinatório (produto de medidas) e aprofundamento probabilístico (quantificação de probabilidades)

4 Uma indústria de brinquedos fabrica a mesma boneca com algumas variações de roupas e tons de cabelo. Veja a seguir as variações.



a) Conforme as opções acima, de quantas maneiras diferentes essa boneca pode ser vendida?
 b) A mãe de Mariana comprou uma dessas bonecas. Qual é a probabilidade de ela ter comprado uma boneca de cabelo preto, vestido amarelo e sapato preto?
 c) Mariana pediu uma boneca que tivesse cabelo preto. Se sua mãe comprou a boneca conforme o pedido de Mariana, qual é a probabilidade de ela ter vestido amarelo e sapato preto?

Fonte: SILVEIRA, 2018 (v. 8, p. 121).

Destaca-se que adaptar a atividade apresentada na Figura 1 exige, portanto, fazer um esforço no sentido de utilizar o contexto (montagem de uma boneca considerando-se 3 características: cabelo; roupa; sapatos) como base para o trabalho com a própria situação combinatória implícita no problema (*produto de medidas*), bem como com diferentes demandas cognitivas ao amplo entendimento da probabilidade, isto é, indo além da *quantificação* já presente na atividade. Nesse sentido, apresenta-se uma proposta de adaptação, partindo-se do mesmo enunciado inicial e ilustração (Figura 2).

A pretensão na conclusão desta etapa da pesquisa é elaborar ao menos dois blocos relacionados a cada tipo de problema combinatório, compostos por atividades análogas à apresentada na Figura 2, a partir da adaptação de problemas presentes nos livros didáticos analisados no Estudo 2. Por intermédio de contextos diversos, tem-se em vista a ampla exploração/compreensão dos mesmos a partir da proposição de situações combinatórias diversas e sua articulação com diferentes demandas probabilísticas em oito blocos de questões (Quadro 1).

Figura 2: Proposta de problema com potencial de articulação – contexto combinatório (produto de medidas) e aprofundamento probabilístico (diferentes demandas)

- a) Conforme as opções acima, de quantas maneiras diferentes essa boneca pode ser vendida? (**Produto de medidas – Resposta esperada: 18 maneiras**)
- b) Se você ainda não fez isso no item a, use o método que preferir para indicar cada uma das possibilidades de caracterização desse modelo de boneca que essa indústria de brinquedos fabrica. (**Espaço Amostral – Resposta esperada: Explicitação das 18 possibilidades via listagem, desenho, esquema, quadro de possibilidades ou árvore de possibilidades, dentre outras possíveis representações**)
- c) Esta indústria de brinquedos decidiu vender essa boneca em uma edição especial: ‘Boneca Surpresa’, na qual as características da boneca só são descobertas após a compra e abertura da embalagem. Se a mãe de Mariana comprar uma boneca desta edição, qual cor de cabelo a boneca terá? Qual será a roupa da boneca? E os sapatos? (**Aleatoriedade – Resposta esperada: Não temos como saber as características antes de abrir a embalagem, é possível comprar qualquer uma das 18 bonecas**)
- d) Se a mãe de Mariana comprar uma ‘Boneca Surpresa’ é mais provável que esta boneca tenha uma roupa de cor única ou de cores diferentes? Explique. (**Comparação de Probabilidades em um mesmo espaço amostral – Resposta esperada: É mais provável que a boneca tenha uma roupa com cores diferentes, pois duas das opções da imagem se encaixam nessa descrição. Apenas o vestido amarelo é uma roupa com cor única**)
- e) A mãe de Mariana comprou uma dessas bonecas. Qual é a probabilidade de ela ter comprado uma boneca de cabelo preto, vestido amarelo e sapato preto? (**Quantificação de Probabilidades – Resposta esperada: 1/18**)

Fonte: A autora.

Quadro 1: Estrutura – Estudo 3

Situação Combinatória		Demandas Probabilísticas			
Bloco 1	PM	EA 1	AL	COMP 1	QUANT
Bloco 2	PM	EA 2	AL	COMP 2	QUANT
Bloco 3	A	EA 1	AL	COMP 1	QUANT
Bloco 4	A	EA 2	AL	COMP 2	QUANT
Bloco 5	P	EA 1	AL	COMP 1	QUANT
Bloco 6	P	EA 2	AL	COMP 2	QUANT
Bloco 7	C	EA 1	AL	COMP 1	QUANT
Bloco 8	C	EA 2	AL	COMP 2	QUANT

PM: produto de medidas; A: arranjo; P: permutação; C: combinação;

EA1: espaço amostral com até 24 possibilidades; EA2: espaço amostral com mais de 24 possibilidades;

AL: aleatoriedade; COMP1: comparação de probabilidades em um mesmo espaço amostral;

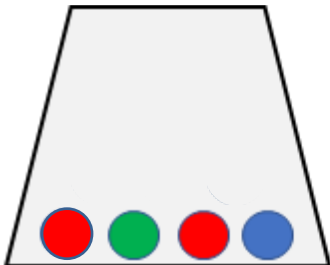
COMP2: comparação de probabilidades em espaços amostrais distintos;

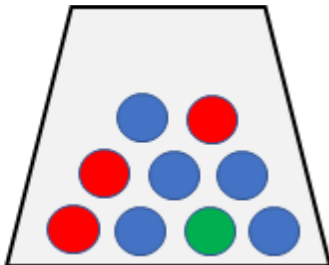
QUANT: quantificação de probabilidades.

Fonte: A autora.

Assim, busca-se complementar os problemas aos quais o professor já tem acesso, adaptando-os para ampliar a potencialidade de articulação entre Combinatória e Probabilidade, sendo uma possibilidade para o desenvolvimento de ambos os raciocínios em questão. Visa-se variar, também, o nível de dificuldade dos problemas, em especial no que se refere ao *espaço amostral* (e à compreensão de quando, ou não, é viável que se explicita todas as possibilidades uma a uma em um contexto aleatório) e à *comparação de probabilidades* (visto que a comparação que trata de espaços amostrais distintos é mais complexa – Figura 3).

Figura 3: Exemplo de comparação de probabilidades

I


II


1. Retirando-se uma bola da Urna II, sem olhar, qual cor tem maior probabilidade de ser sorteada? E qual cor tem menor probabilidade? (*Comparação de Probabilidades em um mesmo espaço amostral – Resposta esperada: É mais provável retirar uma bola azul, pois é a cor em maior quantidade na Urna II. É menos provável retirar uma bola verde, pois existem apenas uma bola nessa cor na Urna II*)

2. É mais provável sortear uma bola vermelha na Urna I ou na Urna II? (*Comparação de Probabilidades em espaços amostrais distintos – Resposta esperada: É mais provável sortear uma bola vermelha na Urna I, pois proporcionalmente há mais bolas vermelhas nessa urna*)

Fonte: A autora.

Além do conjunto de questões em si, que conclui o Estudo 3, objetiva-se, posteriormente, a organização de um material didático, podendo conter também breves orientações sobre os tipos de problemas abordados, suas características e representações simbólicas que possam ser utilizadas para resolvê-los, indicação das habilidades exploradas, bem como uma contextualização da importância do trabalho com a Combinatória e com a Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental, tendo-se em vista que tal tipo de trabalho nesta etapa da escolarização pode ser de grande ajuda para que os estudantes desenvolvam com maior facilidade a formalização de conceitos dessas áreas da Matemática no Ensino Médio. Este material didático, *‘Articulando Combinatória e Probabilidade para explorar o aleatório’* será, assim, direcionado aos professores,

especialmente aqueles que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental, e estará disponível online, gratuitamente, a este público alvo assim que possível.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

No presente texto foram apresentadas as discussões iniciais referentes ao terceiro e último estudo que compõe uma pesquisa de tese em andamento. Tendo em vista o que embasa o mesmo, foram resgatados os resultados de etapas anteriores da pesquisa (análise de currículos *prescritos* e *apresentados* aos Anos Finais do Ensino Fundamental).

A continuidade do estudo aqui discutido (*o que se pode fazer?*) consistirá no produto final da tese. Caracteriza-se enquanto uma devolutiva, que visa trazer contribuições ao ensino da Combinatória e da Probabilidade a partir da articulação das mesmas, visto que a proposta a ser concluída tomará por base aquilo que já está à mão do professor no que diz respeito a tais áreas da Matemática (o que é *prescrito* e o que é *apresentado*).

Dado o posto, defende-se a seguinte tese: *Currículos prescritos e apresentados voltados aos Anos Finais do Ensino Fundamental evidenciam a existência de relações entre Combinatória e Probabilidade e a articulação de conceitos dessas áreas da Matemática pode favorecer o desenvolvimento de ambos os raciocínios nelas pautados (o combinatório e o probabilístico).*

REFERÊNCIAS

BATANERO, C.; GODINO, J.; NAVARRO-PELAYO, V. **Razonamiento combinatorio**. Madrid: Síntesis. 1996.

BORBA, R. Antes cedo do que tarde: O aprendizado da Combinatória no início da escolarização. In: Encontro de Combinatória, Estatística e Probabilidade dos Anos Iniciais – Encepai. **Anais...** Recife, 2016.

BORBA, R. O raciocínio combinatório na Educação Básica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM. **Anais...** Salvador, 2010.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** - BNCC. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC / Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC / Secretaria de Ensino Fundamental, 1998.

- BRASIL. **Programa Nacional do Livro Didático**. Brasília: MEC / Secretaria de Educação Básica, 2016.
- BRASIL. **Programa Nacional do Livro Didático**. Brasília: MEC / Secretaria de Educação Básica, 2019.
- BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability: a literature review**. Nuffield Foundation. 2012.
- CAMPOS, T.; CARVALHO, J. I. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**– Em Teia, Recife, PE, v. 7, n. 1, 2016.
- FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht, 1975.
- LIMA, E. Combinatória nos Anos Finais: o currículo prescrito pré e pós BNCC. **Anais... 5º Fórum Nacional sobre currículos de Matemática – V FNCM**. Canoas, 2021.
- LIMA, E. Probabilidade em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais: diferentes concepções. **Zetetiké**, Campinas-SP, v.28, p. 1-18, 2020.
- LIMA, E. **Raciocínios combinatório e probabilístico na EJA: investigando relações**. 2018. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.
- LIMA, E.; BORBA, R. A articulação entre Combinatória e Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental: um olhar para o currículo prescrito no Brasil. **Anais... Congresso International Virtual de Educación Estadística – III CIVEEST**. Granada, 2019a.
- LIMA, E.; BORBA, R. Combinatória, Probabilidade e suas relações em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais. **Anais... Encontro Nacional de Educação Matemática – XIII ENEM**. Cuiabá, 2019b.
- MORGADO, A.; PITOMBEIRA DE CARVALHO, J. B.; PINTO DE CARVALHO, P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.
- PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco: Ensino Fundamental – área de Matemática**. Secretaria de Educação e Esportes: 2019.
- PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco – Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. Secretaria de Educação: 2012.
- SACRISTÁN, J. G. **O currículo: Uma reflexão sobre a prática**. 3. ed., Porto Alegre: Artmed, 2000.
- SILVEIRA, Ê. **Matemática – Compreensão e Prática**. 8º ano. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.
- VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In. BRUM, Jean, (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, p. 155-191, 1996.