



ANÁLISE REAL NA FORMAÇÃO DOCENTE E O USO DE MATHLETS: UMA PROPOSTA DE PESQUISA

Greice Keli Silva Lacerda¹

GD n° 04 – Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Esse artigo apresenta uma proposta de tese em fase inicial de elaboração a ser defendida no doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) para o ensino de Análise Real e três exemplos de trabalhos que inspiraram o tema da tese. Os três trabalhos destacam discussões importantes para o tema da tese e apresentam considerações e conclusões interessantes sobre o uso das tecnologias digitais no ensino da disciplina. A pesquisa tem como objetivo geral analisar o uso de Mathlets no estudo de alguns conceitos de Análise Real por licenciandos em matemática, a fim de investigar o uso dessa tecnologia na compreensão de conceitos matemáticos e sua contribuição para a formação docente com e para o uso de tecnologias digitais. A proposta inicial é desenvolver uma pesquisa qualitativa dividida em duas etapas: a primeira etapa com as fases de pré-análise, elaboração e exploração do material; e a segunda, inspiradas nas concepções de Bardin (2006) com as fases de tratamento dos dados, elaboração de inferências e interpretação dos resultados.

Palavras-chave: Análise Real. Mathlets. Experimentação. Formalização.

INTRODUÇÃO

A proposta desse artigo é apresentar a ideia inicial de uma pesquisa sobre o ensino de Analise e três exemplos de trabalhos que serviram de inspiração para sua elaboração.

A Análise Real é considerada por Neri e Cabral (2019) como uma disciplina muito legal, divertida, elegante, inteligente e recompensadora de se aprender; porém, que não é fácil de se compreender em um primeiro contato. Alcock (2014) afirma que muitos alunos, inclusive grandes pensadores matemáticos, são sensíveis à demanda de raciocínio lógico quando se propõem a estudar seus conceitos pela primeira vez, pois sua complexidade lógica ultrapassa as complexidades da própria matemática vivenciada pelo aluno até então.

Esquincalha e Bairral (2017) pontuam que o ensino dos conceitos da disciplina na licenciatura, da forma como tradicionalmente vem sendo desenvolvido, não contribui para a formação docente; e mais, sujeita os alunos a inúmeras dificuldades que vão desde a compreensão de seus conceitos até as deficiências nas demonstrações e aplicações em outras áreas do conhecimento.

¹ Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática; Doutorado em Ensino de Matemática; greicelacerda@gmail.com; orientadora: Márcia Maria Fusaro Pinto.

Tais dificuldades foram sentidas por mim, enquanto tutora da disciplina de Elementos de Análise Real no consorcio CEDERJ e me motivaram a investigar o ensino dos conceitos dessa disciplina na licenciatura e sua relação com as tecnologias digitais. Pautada nas considerações de Lacerda et al. (2020) ressalto, e tenho como hipótese inicial da pesquisa, que o uso das tecnologias digitais no ensino da matemática possibilita um maior acesso e compreensão da aplicação de conceitos e procedimentos matemáticos; permite a transição entre o pensamento intuitivo, as simbolizações, as generalizações e as formas dinâmicas de representação do conhecimento matemático.

Longe de uma visão ingênuo e positivista sobre o uso das tecnologias digitais no ensino da matemática, em especial no ensino da Análise Real, comprehendo que a tecnologia sozinha não seria a solução de todos os problemas de seu ensino. Mas, que a tecnologia aliada às diferentes perspectivas metodológicas promove a criação de possibilidade diversificadas de ensino. A tecnologia por si só não garante o alcance de uma aprendizagem autônoma ou de um ensino motivador e contextualizado. Todavia, é uma alternativa à repetição de “velhas práticas” com “novos recursos”, ou seja, “mais do mesmo”. Não quero afirmar que as práticas tradicionais são ineficazes ou que todas tenham que ser mudadas, pois todos nós fomos formados por e com elas. Mas, temos disponíveis diferentes possibilidades de ensino da disciplina de Análise com o uso das tecnologias e não há porque não conhecê-las e utilizá-las.

Os pontos aqui sinalizados e outros de igual relevância serão melhor discutidos durante a pesquisa. Por ora, sabendo que o uso de tecnologias digitais ainda não é usual na disciplina de Análise Real, mas que sua adoção vem sendo discutida por diferentes pesquisadores educadores matemáticos, proponho investigar o uso de Mathlets na discussão de conceitos da disciplina de Análise Real visando a construção de um ambiente de aprendizagem aberto a questionamentos e ao estabelecimento de relações entre o simbólico, a generalização, as visualizações, o raciocínio lógico e as intuições. Ambientes com características como os construídos por Pinto et al. (2013), Lacerda (2017) e Lacerda et al. (2020).

Marinho et al. (2010) define um mathlet como uma pequena plataforma independente e interativa voltada para o ensino de Matemática, desenvolvida com aplicações em qualquer linguagem de programação e que podem ser utilizadas em ambientes virtuais ou não. Considerando essa definição, finalizo essa parte do artigo com a seguinte questão: como o estudo de alguns

conceitos de Análise Real com o uso de Mathlets pode influenciar a compreensão desses conceitos por parte dos licenciandos em matemática e a sua formação docente? Para responder esse questionamento, proponho o seguinte objetivo geral: analisar o uso de Mathlets desenvolvidos para o estudo de conceitos de Análise Real por licenciandos em matemática, identificando as influências dessa tecnologia no estudo desses conceitos e sua contribuição para a formação docente com e para o uso de tecnologias digitais.

Ressalto que comprehendo a variedade e a complexidade dos conceitos da Análise Real e as dificuldades de se desenvolver objetos de aprendizagem para a disciplina. Nesse ensaio preliminar, apresento possibilidades a serem aplicadas discutindo três exemplos de uso de Mathlets inspirados no tema.

Ideias possíveis e suas motivações

Retomando a proposta inicial desse trabalho e considerando os pontos levantados na introdução, apresento nessa seção três trabalhos que fazem o uso de Mathlets para o ensino de conceitos da disciplina Análise Real ou que a ela estão relacionados. Três resenhas sintetizam três trabalhos recentes, buscando um diálogo entre eles: Lacerda (2017) e Lacerda et al. (2020), seguidos pelo trabalho de Pinto et al. (2013). Essa ordem não se dá por grau de importância, pois considero os três trabalhos igualmente motivadores. Por uma questão de organização textual e de objetivo da pesquisa em elaboração pretendo enfatizar em maiores detalhes o terceiro trabalho.

Lacerda et al. (2020) propõe uma análise das contribuições do software Geogebra no estudo do conceito de Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) por meio de uma atividade exploratória de gráficos, que segundo os autores, é elaborada visando ressignificar sua aprendizagem. O Geogebra é um software gratuito de matemática dinâmica criado por Markus Hohenwarter em 2001, que pode ser utilizado para o ensino e aprendizagem da matemática. Os autores destacam que o recurso tecnológico se mostrou dinamizador e motivar, potencializou e incentivou o processo de aprendizagem dos participantes e contribuiu para a compreensão e ressignificação do TFC e dos conceitos que envolvem a integral de Riemann. A forma como foram propostas as discussões e a construção do ambiente para o diálogo e a troca de experiências são de grande importância a minha pesquisa, uma vez que refere-se ao uso ou metodologia no ambiente constituído.

O trabalho em Lacerda (2017) é resultado de uma dissertação de mestrado, que culminou com a construção de um produto educacional. Nesses trabalhos, a autora propõe o estudo dos conceitos de sequência de números reais, subsequências de números reais, limites de uma sequência de números reais e limites infinitos em Análise Real com o uso do software Geogebra. As atividades propostas possibilitaram discussões desses conceitos e o desenvolvimento de sua compreensão intuitiva a partir da experimentação, visualização e simbolização. Resultados da investigação permitem concluir que os Mathlets desenvolvidos aliados a metodologia de ensino auxiliaram a articulação entre o conhecimento matemático e “os conhecimentos prévios, as visualizações, as vivências na manipulação do software, as mediações e as orientações da aprendizagem, as troca de experiência e conhecimento, o planejamento pedagógico etc.” (LACERDA, 2017, p. 91), oferecendo subsídios para a modificação de práticas pedagógicas e o repensar do processo de ensino e aprendizagem da disciplina; tanto na modalidade presencial quanto na modalidade a distância.

O trabalho de Pinto et al. (2013) não é direcionado ao ensino da disciplina de Análise, mas propõem, no contexto da disciplina de Cálculo, discussões sobre o conceito de números reais, do modelo de reta real, das propriedades e densidade dos números racionais e da completude do conjunto dos números reais.

Os autores iniciam o trabalho como uma discussão sobre a produção de materiais para o ensino do conceito de números reais e expõem inúmeras dificuldades de alunos e professores no entendimento desse conceito. Trazem referência aos trabalhos da professora Cydara Ripoll, que destacam que a noção de número real apresentada nos livros didáticos, mesmo aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático, não é isenta de erros e ambiguidades. Afirmações presentes em textos de alguns livros ou em dados de sua pesquisa com alunos ilustram tais erros ou ambiguidades. Aqui destaco as seguintes frases apresentadas por Pinto et al. (2013, p. 189-190) e suas considerações sobre elas:

“ $\sqrt{2}$ não tem representação decimal periódica e por isso é um número irracional” que inverte a ordem lógica da construção dos conceitos: $\sqrt{2}$ é um número irracional $\Rightarrow \sqrt{2}$ não tem representação decimal periódica. Colaborando com o conflito assim estabelecido relacionado a tais noções, encontramos ainda $y = 3,2385769\dots \Rightarrow y$ é irracional; além de definições como: Número irracional é todo número cuja expansão decimal é desconhecida.

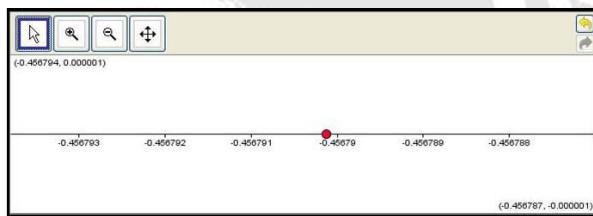
Como alternativa para o ensino dessas questões os autores propõem buscar situações que instiguem questionamentos sobre os números e o modelo matemático da reta

real. Essa busca, segundo eles, motivou a idealização de um ambiente de aprendizagem com computadores como um cenário para investigação, entendido como ambiente que convida e promove a formulação de questões que levem à exploração, ao levantamento de conjecturas e à busca por justificativas.

Em minha pesquisa, a proposta é constituir um ambiente semelhante com o uso de Mathlets que pretendo desenvolver. Por isto descrevo o objeto em Pinto et al. (2013) e compartilho algumas ideias surgidas a partir de sua leitura, quando em diálogo com objetos desenvolvidos em Lacerda (2017) e Lacerda et al. (2020).

O objeto em foco é o denominado “Objeto de Aprendizagem Números Reais” (PINTO et al. 2013, p. 202) e foi projetado pelos autores para permitir a exploração da representação decimal de um número real a , de sua correspondente representação na reta numérica e da noção matemática do modelo de reta real como contínua. A partir das discussões teóricas sobre a completude do conjunto dos números reais, os autores ofereceram uma possibilidade de formalização para as experimentações no software. O Mathlet desenvolvido (figura 1) permite a movimentação de um ponto na reta e seus botões possibilitam a aplicação de zoom e a alteração dos limites de visualização da tela.

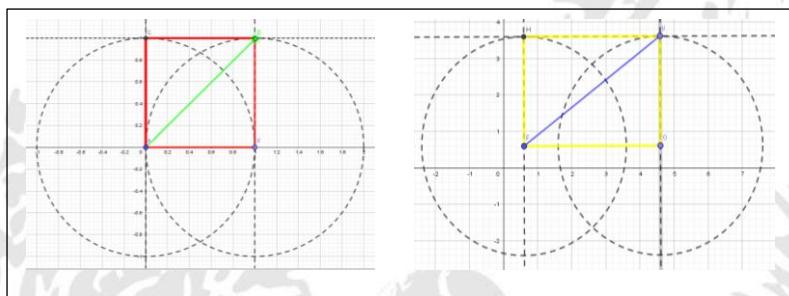
Figura 1: Objeto de Aprendizagem Números Reais



Fonte: PINTO; GIRALDO; HEITMANN, 2013, p. 202

Motivada pelo Mathlet apresentado e por diálogos possíveis com desenvolvimentos anteriores em minhas experiências na escola elementar, idealizo a construção de figuras geométricas com elementos do desenho geométrico, mais especificamente, a construção de quadrados ou retângulos e suas diagonais. Aqui a proposta é permitir, na reta numérica concebida para ser explorada com o uso do objeto Números Reais, a localização de pontos correspondentes a números irracionais como raiz de 2, raiz de 3, etc... Veja a ilustração na figura 2.

Figura 2: Construção do quadrado de lado 1 e do retângulo de lados 3 e 4.

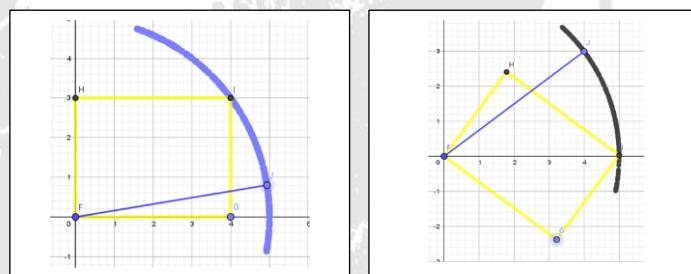


Fonte: Elaborada pela autora.

Pedagogicamente, a intenção é também a de aproximar o ensino da Análise Real do ensino de disciplinas como Geometria Plana, Geometria Descritiva, Desenho Geométrico ou Informática no Ensino da Matemática dentre outras. A proposta é contribuir para a formação docente para atuação na Educação Básica, a partir de experiências de construção e manipulação do software e das discussões de conceitos como propriedades das figuras planas ou da história da construção do Teorema de Pitágoras etc.

Após a construção da figura plana e de possíveis discussões sobre sua aplicação no ensino da matemática da Educação Básica, lanço a ideia de rebatimento do comprimento da diagonal no eixo x, arrastando o ponto J (extremo superior da diagonal) ou o ponto G (vértice inferior direito do retângulo), como ilustrado na figura 3, para motivar as discussões sobre a representação decimal do valor da diagonal na reta numérica.

Figura 3: Rebatemento da diagonal da figura plana no eixo x.



Fonte: Elaborada pela autora.

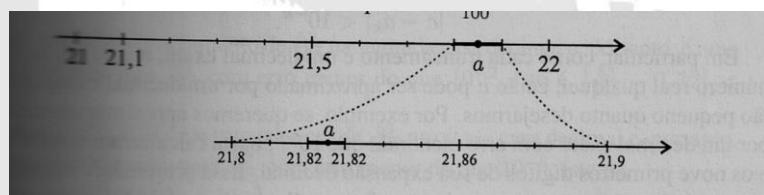
O objeto proposto por Pinto et al. (2013) utiliza a aplicação da ferramenta de zoom para visualização da representação decimal oferecida pelo programa. Em uma proposta de uso do Mathlet na disciplina de Análise, podemos articular essa experimentação como a fundamentação teórica oferecida pelos autores. Pinto et al. (2013) partem da representação decimal de um número real a como $a = n_0, d_1d_2d_3 \dots$ para estabelecer um diálogo com

sua representação numérica através da observação de intervalos disjuntos de comprimento 1. Desse modo podemos formalizar uma experimentação permitida no Mathlet concebido.

Em Pinto et al. (2013) o número real $a = n_0, d_1d_2d_3 \dots$ estaria contido no intervalo $J = [n_0, n_0 + 1]$, onde n_0 é parte real do número a . Os autores indicam a primeira casa decimal do número $a = n_0, d_1d_2d_3 \dots$ como d_1 e observam que o intervalo J pode ser decomposto em dez subintervalos disjuntos $J_1, J_2, J_3 \dots, J_{10}$ de mesmo comprimento $\frac{1}{10}$, tais que: $J_1 = \left[n_0, n_0 + \frac{1}{10} \right)$, $J_2 = \left[n_0 + \frac{1}{10}, n_0 + \frac{2}{10} \right)$, ..., $J_9 = \left[n_0 + \frac{8}{10}, n_0 + \frac{9}{10} \right)$ e $J_{10} = \left[n_0 + \frac{9}{10}, n_0 + 1 \right)$.

A parte decimal é entendida como uma composição justaposta de dígitos representados pelos algarismos de 0 a 9 por Pinto et al. (2013, p. 200). Inspirados na figura 4 a seguir, os autores idealizaram um ambiente de aprendizagem que remete “intuitivamente e virtualmente” a noções teóricas relacionadas a intervalos encaixantes e a limites superiores e inferiores de sequências de números reais.

Figura 4: a divisão do intervalo $[21, 22)$ em dez subintervalos de comprimento $\frac{1}{10}$, e ampliação do intervalo $[21,8; 21,9)$ como sua divisão em dez subintervalos com comprimento $\frac{1}{100}$.



Fonte: PINTO; GIRALDO; HEITMANN, 2013, p. 201

O significado matemático da representação de números reais em decimais é ilustrado pelos autores em um quadro, ilustrado na figura 5.

Figura 5: Representação decimal de um número real a .

$a = n_0, d_1d_2\dots d_k \dots$
exatamente quando
$a \in \left[n_0 + \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \dots + \frac{d_k}{10^k}, n_0 + \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \dots + \frac{d_k+1}{10^k} \right)$
ou, equivalentemente, quando a satisfaz as desigualdades
$n_0 + \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \dots + \frac{d_k}{10^k} \leq a < n_0 + \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \dots + \frac{d_k+1}{10^k}$

Fonte: PINTO; GIRALDO; HEITMANN, 2013, p. 201

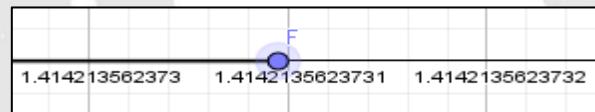
A partir das desigualdades apresentada na figura 5, os autores destacaram discussões sobre o modelo de reta real, das propriedades desses números, sobre a densidade dos números racionais e da completude do campo real. Daí, tanto o mathlet proposto pelos autores quando a construção que proponho permitem a visualização de $a = n_0, d_1d_2d_3 \dots$ pertencente ao intervalo $I = \left[n_0 + \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \dots + \frac{d_k}{10^k}, n_0 + \frac{d_1}{10} + \frac{d_2}{10^2} + \dots + \frac{d_{k+1}}{10^{k+1}} \right]$. Com a sofisticação crescente da tecnologia digital, o $k \leq 6$ no mathlet dos autores (figura 6) corresponde ao $k \leq 13$ na construção que sugeri (figura 7).

Figura 6: Visualização do número real a no intervalo I.



Fonte: PINTO; GIRALDO; HEITMANN, 2013, p. 202

Figura 7: Visualização do número real a no intervalo I.



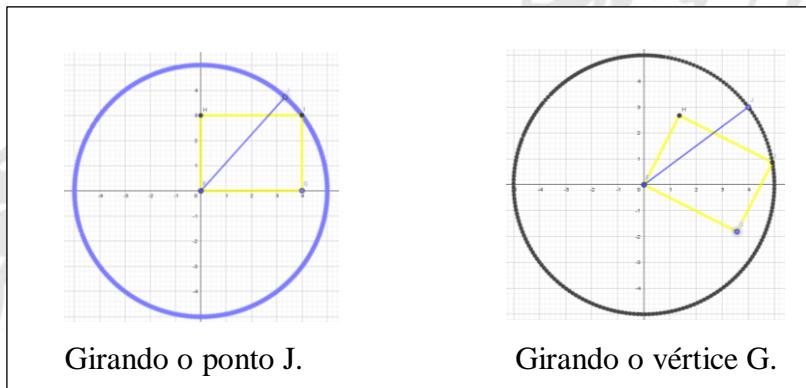
Fonte: Elaborada pela autora.

Isto porque a diferença na definição dos valores de k é devida a limitação do software, que na época da publicação do trabalho de Pinto et al. (2013) apresentava no máximo de 6 casas decimais e hoje apresenta um máximo de 13 casas decimais.

A experimentação com Mathlets, que se articula à formalização teórica dos conceitos propostos, podem também prosseguir com discussões a partir dos seguintes questionamentos: a) Seria possível encontrar uma representação decimal sem aproximações para os números: $\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$?; e b) Estes números são racionais ou irracionais?; e c) Podemos provar que $\sqrt{2}$ não é um número racional?

Outras opções a serem propostas são discussões a partir das questões: d) Seria possível construir com materiais concretos circunferência, como ilustradas na figura 8, sem aproximar o valor do raio formado pela diagonal d do retângulo de lados 2 e 4?; e) Podemos dizer os raios das circunferências ilustradas na figura 8 são incomensuráveis. O que isso significa?; e f) Qual a necessidade de se representar as grandezas incomensuráveis com símbolos, por exemplo, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$ e π ?

Figura 8: Circunferências de raio d.



Fonte: Elaborada pela autora

Minha hipótese é a de que as ideias e mathlets apresentados nesse primeiro ensaio permitem experimentações e podem apoiar a compreensão, intuitiva, de alguns conceitos formais importantes aqui abordados ou de conceitos não expostos, como por exemplo, os conceitos de números algébricos e transcendentais. Ainda pensando no uso dos mathlets no ensino de Análise, o plano é que as compreensões intuitivas possibilitadas pela visualização e explorações dinâmicas na tela do computador complementam e são complementadas com o rigor e a formalização da matemática. Afinal a disciplina exige e introduz esse rigor. A respeito, destaco as considerações de Lacerda et al. (2020, p. 47) que exprime o seguinte:

Consideramos que em um contexto de sala de aula, o professor poderia trabalhar a atividade e, em seguida, apresentar as demonstrações; ou seja, poderia trabalhar paralelamente com a tecnologia digital, neste caso, com o GeoGebra e outras tecnologias, como o quadro, o lápis e o papel; ficando assim, o professor da disciplina responsável por apresentar as demonstrações necessárias. Desta forma, o ensino da disciplina não “perderia” o seu rigor e a sua formalização.

Descrevo a seguir os procedimentos metodológicos pensados *a priori* para a pesquisa e algumas expectativas para esse trabalho.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A intenção é realizar uma pesquisa qualitativa exploratória pautada nas concepções de pesquisa participativa de Creswell (2010). O campo de investigação será definido no decorrer da pesquisa, mas os participantes serão alunos de licenciatura em matemática, tanto da modalidade presencial quanto modalidade a distância.

Os métodos para a coleta de dados serão definidos, em princípio, como: a) entrevista semiestruturada gravada em áudio ou vídeo; b) dois questionários: um para a identificação de conhecimentos prévios sobre o conceito de sequências de funções reais e o uso de tecnologias digitais (questionário 1) e outro para avaliação das atividades propostas (questionário 2); c) as atividades disponibilizadas em meio digital.

A proposta inicial é desenvolver uma pesquisa em duas etapas: a primeira etapa composta das fases que classificarei com pré-análise, elaboração do material e exploração do material; e a segunda etapa, inspirada nas concepções de Bardin (2006) para organização e categorização dos dados, com as fases de tratamento dos dados, elaboração de inferências e interpretação dos resultados.

Na fase de pré-análise será realizado o contato com a universidade, com professores e alunos dos cursos de licenciatura, a entrevista semiestruturada, gravada em áudio, com os professores da disciplina e a aplicação do questionário 1, em via impressa ou virtual, para os alunos da disciplina com a intenção de identificar aspectos importantes sobre o ensino da Análise e o uso de tecnologias. Ainda nesta fase, ocorrerá uma revisão sistemática da literatura (SILVA, 2020) visando uma melhor delimitação do referencial teórico, do problema de pesquisa e do objetivo traçado.

A fase de elaboração do material é o início a criação das atividades no Mathlet. Neste momento da pesquisa podem ser refinados os procedimentos de coleta de dados ou incluídos outros procedimentos não previstos, mas relevantes para a pesquisa.

A exploração do material é a fase de apresentação das atividades desenvolvidas e do ambiente virtual para os licenciados, da abertura do período de exploração das atividades e discussões dos ganhos e das dificuldades encontradas. Ao finalizar as discussões, os licenciandos deverão preencher o questionário 2 disponibilizado online.

A fase de tratamento dos dados inclui elaboração de indicadores para a interpretação do material coletados. A princípio, pensei na técnica de Análise de Conteúdo de Bardin (2006) e na utilização do software IRaMuTeq como apoio a definição das categorias, que serão utilizadas para a elaboração de inferências e a interpretação de resultados. O IRaMuTeq é um software livre ligado ao pacote estatístico R que auxilia nas análises de conteúdo, lexicográficas e na análise do discurso. A discussão dos resultados se dará nessa etapa à luz dos referenciais escolhidos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As discussões, ideias e sugestões apresentadas nesse ensaio são partes de um processo de pensar uma pesquisa que ainda será iniciada. Elas ajudam a entender o contexto de sua aplicação, as potencialidades e os obstáculos que se seguirão. Muitas das discussões propostas e dos conceitos apresentados carecem de um maior aprofundamento. A expectativa é discuti-los mais detalhadamente na pesquisa.

A escolha do software Geogebra para esse trabalho se baseou na escolha dos trabalhos apresentados como inspiração. O software oferece a possibilidade de representar objetos matemáticos em um “estágio dinâmico contínuo” (LACERDA et al., 2020, p. 40), possibilitando manipulá-los virtualmente, na tela do computador ou do celular. E no fato das construções apresentadas figurarem um trabalho já elaborados por mim e que se encontra disponível no site do Geogebra, no link: <https://www.geogebra.org/m/bys8zjeb>. Entendendo que um mathlet, sendo um objeto de aprendizagem, é um recurso digital dinâmico, interativo e que pode ser reutilizado em diferentes ambientes de aprendizagem e elaborado a partir de uma base tecnológica (AUDINO; NASCIMENTO, 2010). E acrescento, que pode ser aplicado em diferentes níveis de ensino, dependendo da abordagem metodológica escolhida.

Portanto, espero que a experiência na produção dos mathlets para a pesquisa possibilite o enriquecimento dos meus conhecimentos sobre Análise e sobre os recursos digitais possíveis para seu ensino; que propicie um ambiente rico em possibilidades de diálogo, experimentação e troca de experiências; e que ajude os participantes da pesquisa na compreensão de alguns conceitos da disciplina e no desenvolvimento da formação docente com e para o uso das tecnologias digitais.

REFERÊNCIAS

- ALCOCK, L. **How to think about analysis**. Illustrated edition. United Kingdom: Oxford University Press, 2014.
- AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S.; Objetos de Aprendizagem: diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**, Rio de Janeiro, v. 5, n. 10, p. 128 – 148, dez. 2010. Disponível em: <<https://revistas.ufrj.br/index.php/rce/article/view/1620>>. Acesso em: 29 set. 2021.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** In: REGO L. de A.; PINHEIRO A. (Trads.). 1. ed. Lisboa: Edições 70, 2006.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa Segundo a Abordagem Fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.** 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

ESQUINCALHA, A. C.; BAIRRAL, M. A. Análise Real e sala de aula: um curso online para professores de Matemática. In: VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 8, 2017, Madrid. **Anais...** Madrid: Federación Española de Sociedades de Professores de Matemáticas, 2017. p. 238-246.

LACERDA, G. K. S. O Estudo de Sequências e Limites em Ánalise Real com o Auxílio do Geogebra. 2017. In: **VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática 2017.** Canoas: Ulbra, 2017. Online. Disponível em: <conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/view/7226> Acesso em: 29 set. 2021.

LACERDA, G. K. S.; CARVALHO, T. R. S.; ESQUINCALHA, A. C.; LUZ, V. C. A compreensão do Teorema Fundamental do Cálculo em uma atividade exploratória com o uso do GeoGebra. **Revista do Instituto Geogebra Internacional.** São Paulo, v. 9, n. 2, p.35 - 51, jun. 2020. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/46630/32301>>. Acesso em: 29 set. 2021.

MARINHO, F.C.V.; VIEIRA, E. R.; DE SOUSA, R. C. S.; MEIRELLES, R. M. C.; TRAMONTANO, A. F.; DA CUNHA, J. L. Análises Preliminares do Uso de Mathlets no Ensino e Aprendizagem de Álgebra vetorial. In: XV ENDIPE – Encontro Nacional De Didática e Prática De Ensino, 20 e 23, 2010, Minas Gerais. **Anais...** Minas Gerais: Campus da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, 2010. p. 15-27.

NERI, C.; CABRAL, M. **Curso de Análise Real.** 2. ed. Rio de Janeiro: 2009.

PINTO, M. M. F.; GIRALDO, V. A; HEITMANN, F. P. Números Reais e o modelo matemático da Reta Real. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; DE CARVALHO, A. M. F. T. (Orgs). **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior,** São Paulo: Papirus, 2013. v. 1, p. 187-210.

SILVA, F. G. S. da. **Ensino de Estatística na Educação Básica em países da América Latina:** uma revisão sistemática. 2020. 110 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Curso de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.