

As Cevianas Notáveis do Triângulo em Livros Didáticos de Matemática

Special Cevians of a Triangle in Mathematics Textbooks

Jorge da Silva Melo

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

jorge.melo@educacao.mg.gov.br

Elenice de Souza Lodron Zuin

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

elenicezuin@gmail.com

Resumo

Neste artigo é apresentado um recorte de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo verificar, entre outros aspectos, a existência do termo cevianas e de dados históricos relacionados a Giovanni Ceva em livros didáticos de Matemática e Desenho Geométrico, direcionados ao Ensino Fundamental, publicados no Brasil. Para o presente trabalho, foram selecionadas as obras de Silveira (2015, 2018) e Castrucci & Giovanni Júnior (2018), que integram o Programa Nacional do Livro Didático dos anos de 2017 e 2020. Foi realizada uma análise do tópico cevianas do triângulo sob as perspectivas de Bardin (2016) e Zuin (2007a). Verificou-se a introdução do conteúdo, apresentação das definições, aspectos históricos, indicação de leituras complementares e atividades propostas pelos autores. Constatou-se que, na obra de Castrucci & Giovanni Júnior (2018), o termo cevianas não está presente. Com relação à abordagem histórica sobre as cevianas, verificou-se que é inexistente nas publicações de Silveira (2015) e Castrucci & Giovanni Júnior (2018) e pouco explorada em Silveira (2018), se fixando apenas na apresentação de personagens e datas.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Matemática. Livros didáticos. Cevianas. Giovanni Ceva.

Abstract

This paper presents a cut of a master's research that aimed to verify, among other aspects, whether the term cevians and historic data related to Giovanni Ceva are present in Middle School Mathematics and Geometrical Drawing textbooks, published in Brazil. For the present paper, the works by Silveira (2015, 2018) and Castrucci & Giovanni Junior (2018) that integrate the National Textbook Program for the years 2017 and 2020 were selected. An analysis of the topic cevians of a triangle was performed from the perspectives of Bardin (2016) and Zuin (2007a). The introduction of the content, presentation of definitions, historical aspects, the indication of complementary readings and activities proposed by the authors were verified. We found that, in the work by Castrucci & Giovanni Junior (2018), the term cevians is not present. Regarding the historical approach on cevians we verified it was underexplored in Silveira (2018), fixating only on the presentation of characters and dates, and non-existent in the publications of Silveira (2015) and Castrucci & Giovanni Júnior (2018).

Keywords: Mathematical Education. History of Mathematics. Textbooks. Cevians. Giovanni Ceva.

Introdução

É inegável a relevância da Matemática e, conseqüentemente, da Geometria no processo de ensino e aprendizagem, como, também, sua contribuição para a formação integral do educando em todos os níveis de ensino, “seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.” (BRASIL, 2017, p. 265). Este argumento, de

certo modo, valida a mobilização que vem ocorrendo desde as duas últimas décadas do século passado em prol do Ensino de Geometria com surgimento de várias pesquisas acadêmicas voltadas para a análise e compreensão das mudanças sofridas neste campo do saber e seus possíveis reflexos no âmbito educacional. Como, em decorrência das ideias advindas do Movimento da Matemática Moderna – MMM, “o ensino de Matemática sofreu alterações significativas, sendo a Geometria Euclidiana bastante afetada.” (ZUIN, 2001, p.85).

Além disso, no Brasil, desde a primeira metade do século XX,

[...] vivemos mudanças de programas, elaboração de novas propostas de ensino, [contribuindo para relegar a] [...] um segundo plano o estudo da Geometria. A Geometria Plana e Espacial foi, ao longo das décadas, sofrendo cortes de vários tópicos no ensino fundamental e médio. (ZUIN, 2007, p.58).

Oliveira, Silva e Valente (2011) indicam que, o enfoque ao ensino de Geometria, proposto pelo MMM, apresentava-se distante da metodologia que os professores da época estavam acostumados. A “nova geometria” estava relacionada à incorporação das transformações geométricas, como já havia sido anteriormente proposto por Félix Klein, tendo, também, a inclusão de novos axiomas por meio da Geometria Experimental (OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011). Ao mesmo tempo, Miguel e Brito (1996) evidenciam que as abordagens históricas nos livros didáticos foram consideravelmente reduzidas. Essas argumentações estão entre os motivos que nos levaram a investigar a não utilização do termo *cevianas* e a falta ou escassez de abordagens históricas relacionadas a Giovanni Ceva em livros didáticos de Matemática destinados ao ensino fundamental.

Para uma melhor contextualização do assunto a ser tratado, vale ressaltar que uma *ceviana* é definida como todo segmento que tem uma extremidade em um vértice do triângulo e outra extremidade em um ponto do lado oposto a esse vértice ou ao prolongamento deste lado. A altura, a bissetriz interna e a mediana de um triângulo, relativas a um vértice, são denominadas *cevianas notáveis*.

Algumas pesquisas, como as de Silva (2015), Araújo (2014) e Macedo (2014), tendem a afirmar que o *Teorema de Ceva* e, conseqüentemente, o termo *cevianas*, há muito tempo não compõem o currículo escolar destinado às escolas de educação básica e, por vezes, aos cursos de graduação em Matemática. De acordo com esses autores, esse tópico de geometria pode ser encontrado, com maior frequência, em cursos que visam ao ingresso em Escolas Militares ou com foco nas Olimpíadas de Matemática.

Segundo Araújo (2014), alguns teoremas e conceitos importantes, que estão relacionados aos pontos e cevianas associados a um triângulo, geralmente não são mencionados

nos livros didáticos e tampouco pelos professores em suas aulas. Justificando seu posicionamento, cita, como exemplo, as obras que constam no *Guia do Livro Didático de Matemática* no PNLD-2014¹.

No final do ano de 2020, ministramos um minicurso *on-line* sobre as cevianas do triângulo, que contou com participantes de vários estados brasileiros, sendo doze licenciandos e quarenta e oito professores de Matemática e, entre eles, um docente de Angola. Trinta e quatro participantes alegaram desconhecer o termo cevianas e quarenta e seis afirmaram que nunca leram alguma abordagem histórica relativa ao tema ou sobre Giovanni Ceva. Esses dados reforçam o que foi indicado por Silva (2015), Araújo (2014) e Macedo (2014), citados anteriormente (MELO, 2021).

Como já explicitado, a partir dos aspectos apontados sobre o ensino de Geometria por Zuin (2001), Oliveira, Silva e Valente (2011) e a redução das abordagens históricas nos livros didáticos, mencionadas por Miguel e Brito (1996), aliados à falta de conhecimento de professores sobre o do termo cevianas e à sua origem, consideramos relevante fazer uma análise deste tópico específico em edições mais recentes de livros didáticos de Matemática.

Neste artigo, apresentamos a descrição e análise de três livros destinados ao 8º ano do Ensino Fundamental que integram os guias de 2017 e 2020 do Programa Nacional do Livro Didático: as edições de 2015 e 2018 de *Matemática: compreensão e prática*, de Ênio Silveira, e *A conquista da Matemática*, de Castrucci & Giovanni Júnior, publicada em 2018. Priorizamos evidenciar as obras de Silveira, por conter explicitamente o termo *cevianas* e, a de Castrucci & Giovanni Jr, porque, segundo o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, a coleção de Matemática desses autores foi a que alcançou um maior nível de distribuição nas escolas do país.

¹ Diferentemente do exposto por Araújo (2014), verificamos que o termo cevianas estava presente em uma nota no manual do professor do livro *Praticando Matemática* e no livro *Matemática Teoria e Conceito*, ambos publicados em 2012 e integrantes do Guia por ele analisado. (MELO, 2021).

O livro didático como fonte de pesquisa

Nas últimas quatro décadas, os manuais escolares têm sido evidenciados como fontes primárias relevantes para a compreensão e escrita da história das disciplinas escolares. Para Chervel (1990),

A tarefa primeira do historiador das disciplinas escolares é estudar os conteúdos explícitos do ensino disciplinar. Da gramática escolar até a aritmética escolar [...] todas as disciplinas, ou quase todas, apresentam-se sobre esse plano como corpus de conhecimentos, providos de uma lógica interna, articulados em torno de alguns temas específicos. [...] O estudo dos conteúdos beneficia-se de uma documentação abundante à base de cursos manuscritos, manuais e periódicos pedagógicos. (CHERVEL, 1990, p. 203).

Neste sentido, os conteúdos escolares caracterizam-se, como proposto por Chervel (1990), a primeira tarefa dos historiadores das disciplinas escolares e, em nosso caso, o tópico relativo às cevianas notáveis do triângulo, presentes nos livros didáticos de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental. Neste material estão inseridos os conhecimentos e valores que, possivelmente, foram ensinados em um determinado período histórico nas instituições escolares (ZUIN, 2007a).

Na concepção de Bittencourt (1993), o uso do livro vai muito além da sala de aula, sendo empregado como uma fonte de saber “instituído e institucionalizado”, uma vez que o

[...] livro didático é também um depositário dos conteúdos escolares, suporte básico e sistematizador privilegiado dos conteúdos elencados pelas propostas curriculares; é por seu intermédio que são passados os conhecimentos e técnicas considerados fundamentais de uma sociedade em determinada época. (BITTENCOURT, 1998, p. 72).

É notório que “os manuais escolares foram e continuam sendo um importante instrumento de apoio e orientação dos professores, ditam a apresentação dos conteúdos a serem ministrados, estabelecendo um currículo, que muitas vezes, é fielmente seguido.” (ZUIN, 2004, p.4). Contudo, tanto para Zuin (2004), como para Valente (2008), os livros didáticos foram, por muito tempo, considerados como um produto de menor valor, “de segunda mão”, efêmero e “descartável”, após cumprirem a missão de interlocutor do conhecimento. Mas, “ante os novos tempos de História Cultural, tornaram-se preciosos documentos para escrita da história dos saberes escolares.” (VALENTE, 2008, p.141). E, nesse caminho, podemos destacar contribuições importantes que auxiliaram na consolidação do uso dos manuais escolares para a escrita da Historiografia da Educação Matemática e História das Disciplinas Escolares no Brasil, como, por exemplo, as pesquisas de Valente (1999) e Zuin (2001, 2007b), entre outros trabalhos.

Nesse tipo de estudo, é importante localizar um determinado “saber pedagógico na cultura que lhe deu vida”, pois, assim, poderemos, por meio de inferências, buscar compreender suas transformações no decorrer dos tempos (ZUIN, 2004, p. 2).

Contexto histórico: cevianas

Até pouco tempo, não era possível precisar alguns dados biográficos de Ceva. A história relativa às cevianas do triângulo, presentes nos livros e compêndios de História da Matemática, são escassas e, por vezes, incompletas.

O personagem que destacamos é o italiano Giovanni Benedetto Ceva. O termo cevianas deriva do seu sobrenome. Nos registros da extinta Paróquia de *São Tomazio*, localizada na Itália, foi encontrado seu Ato de Batismo, lavrado em três de setembro de 1647. Ceva teria nascido em Milão, em primeiro de setembro de 1647 (LANDRA, 2009). Nesta época, Milão estava sob o domínio espanhol e a divisão política da Itália era baseada em ducados e principados.

Sua obra mais famosa, *De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio* (Estática da construção das linhas retas que cortam outras), foi publicada em 1678 e dedicada a *Ferdinando Carlo I Gonzaga*, conhecido também como *Carlo III di Mantova*, o Duque de Mântua, Montferrate Guastalla.

Esta obra contém o *Teorema das Cevianas*, também conhecido com o *Teorema de Ceva*, baseado em outro análogo, que foi proposto por *Menelaus de Alexandria* há, aproximadamente, quinze séculos antes do seu nascimento. O teorema estabelece uma relação determinante para colinearidade de três pontos, que, naquela época, já havido sido esquecida e pode-se dizer que foi redescoberta por Ceva, pois não há evidências de que ele o conhecia (BOYER, 1994). Segundo Eves (2008), a descoberta de Ceva se configura como uma das raras contribuições dadas à geometria sintética do triângulo antes do século XIX.

Em 1686, Giovanni Ceva foi nomeado professor de Matemática na Universidade de Mântua, cargo que exerceu até os últimos dias de sua vida. Ele veio a óbito no dia 13 de maio de 1734 e foi sepultado na *Iglesia S. Teresa dei Carmelitani Scalzi*, junto a seus pais.

Metodologia

A pesquisa realizada é de cunho documental, se fundamentando em fontes primárias e secundárias. Para construir os dados biográficos de Giovanni Ceva, tomamos como principal referência a tese de doutorado da italiana Paola Landra, intitulada “*Ceva e Manfredi: uma controvérsia entre matemáticos do século XVIII*”, defendida em 2009, no Centro Politécnico de Milão – Itália. Relativamente ao *Teorema de Ceva*, nos ativemos à sua obra mais famosa, *De lineis rectis se invicem secantibus statica*, publicada em 1678.

Foram selecionados três livros didáticos de Matemática, editados no Brasil, destinados ao Ensino Fundamental, publicados em 2015 e 2018, para proceder à verificação do conteúdo cevianas. Neste sentido, foi realizada uma análise de conteúdo sob a perspectiva de Bardin (2016), com fundamentação também em Zuin (2007a).

As principais categorias de análise fixadas envolvem a definição de cevianas, aspectos históricos, indicação de leituras complementares e atividades propostas. Esta última categoria foi elencada a partir das orientações de Chervel (1990). Para este pesquisador, além da análise dos conteúdos presentes nas obras, é importante a exploração dos exercícios e destaca que:

Se os conteúdos explícitos constituem o eixo central da disciplina ensinada, o exercício é a contrapartida quase indispensável. [...] Sem o exercício e seu controle, não há fixação possível de uma disciplina. O sucesso das disciplinas depende fundamentalmente da qualidade dos exercícios aos quais elas podem se prestar. (CHERVEL, 1990, p. 204).

Para Bardin (2016, p.125), a análise de conteúdo é caracterizada basicamente por três etapas sequenciais: “pré-análise; exploração do material; tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação”, estas, juntas, constituem-se em um método capaz de auxiliar o pesquisador no ato de descortinar aquilo que está por trás das palavras, ou seja, ir além das aparências, no que se refere à descoberta de fatos e à busca de respostas para determinados problemas. Esta metodologia proporciona ao pesquisador uma grande possibilidade de trabalho e amplo diálogo com os textos selecionados para sua investigação.

Para a análise dos livros selecionados, as indagações a seguir nos auxiliaram na condução das observações realizadas:

- 1) Há menção ao termo cevianas no livro?
- 2) Quais são os recursos utilizados para a introdução e desenvolvimento do conteúdo?
- 3) Quais são as definições utilizadas pelos autores?
- 4) Há abordagem histórica do conceito de cevianas?
- 5) Quantos e como são os exercícios propostos pelos autores?

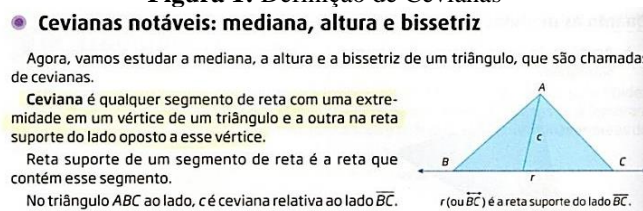
- 6) Existem textos complementares ou indicação de outras fontes de leitura para os professores?

Matemática: Compreensão e Prática – 8º ano, de Ênio Silveira

A quinta edição do livro *Matemática: Compreensão e Prática* - 8º ano, publicada no ano de 2018, pela editora Moderna, foi revista recentemente, com o intuito de fazer algumas adequações necessárias à sua aprovação e inserção no Guia do PNLD 2020. Dentre as principais alterações, estão a supressão e a exclusão de alguns conteúdos, além da redução no quantitativo de exercícios. Por exemplo, os tópicos relativos aos *Triângulos e Quadriláteros*, na edição de 2015, eram apresentados em um capítulo específico destinado a cada assunto e passaram a integrar um mesmo capítulo na edição atual, interferindo diretamente nos conceitos abordados, com maior ênfase para o conteúdo de quadriláteros. Foram remanejados para outros volumes os tópicos relacionados à soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, às propriedades dos triângulos isósceles e retângulos.

Para o estudo das cevianas, o autor inseriu uma seção específica denominada “*Cevianas Notáveis: altura, mediana e bissetriz*” (figura 1), sendo abordadas, uma a uma, separadamente, na mesma ordem em que são citadas no título da seção, de forma detalhada por meio de definições e com figuras representativas, tanto para as cevianas como para o ponto de interseção entre elas.

Figura 1: Definição de Cevianas



Fonte: Silveira (2018, p.132)

Ênio Silveira apresenta as definições de altura, mediana e bissetriz realizando uma interligação entre a definição tradicional desses elementos ao termo ceviana:

- A **mediana** de um triângulo é a ceviana que une um vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto a ele.
- A **altura** de um triângulo é a ceviana que passa por um vértice do triângulo e é perpendicular à reta suporte do lado oposto a esse vértice.
- A **bissetriz** interna de um triângulo é a ceviana que divide um ângulo interno em dois ângulos congruentes. (SILVEIRA, 2018, p. 132-133, grifos do autor).

Estas definições estão mais próximas das encontradas em livros de Desenho Geométrico. Ao comparar as definições propostas por Silveira (2015, 2018), não foi

constatada nenhuma alteração que pudesse comprometer ou alterar o sentido explorado pelo autor.

A maior parte dos exercícios destinados aos triângulos restringe-se a questões que requerem sumariamente a aplicação conceitual do que foi trabalhado, até mesmo nos que podem ser considerados mais complexos. Nota-se que houve redução no quantitativo de atividades na edição de 2018 em comparação a de 2015; em relação às cevianas, essa redução foi de cinquenta por cento (quadro 1).

Quadro 1: Quantitativo de exercícios relacionados às cevianas do triângulo

Autores	Total de exercícios destinados ao estudo dos triângulos	Nº de exercícios destinados às cevianas
Silveira (2015)	72	12
Silveira (2018)	23	6

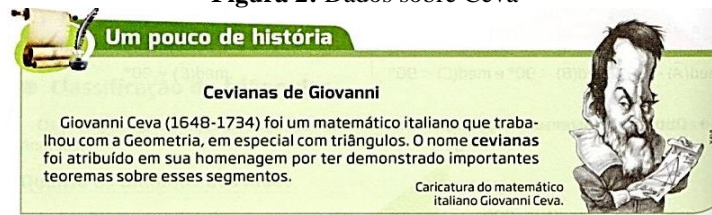
Fonte: Dados da pesquisa

Mesmo com a redução do número de exercícios, não constatamos alterações no tipo de questão e na metodologia, que seguiram o mesmo padrão da edição anterior. Há exercícios que estão presentes em ambas as obras, nos quais o autor valeu-se do desenho com régua e compasso como recurso didático e, posteriormente, estabeleceu a relação entre os pontos notáveis estudados e à sua ceviana correspondente.

Os exercícios objetivam a resolução de “situações-problema que envolvam a obtenção de cevianas e dos pontos notáveis de um triângulo.” (SILVEIRA, 2015, p.343). No final do capítulo, o autor propõe um desafio, que pode ser considerado como uma tentativa de trazer recursos digitais para a sala de aula. É proposto o uso de um *software* de geometria dinâmica, ainda que de forma restrita, com o qual o aluno deveria construir um triângulo escaleno acutângulo e, nele, os pontos notáveis (baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro). Entretanto, o autor deixa em aberto qual aplicativo deve ser utilizado.

Silveira (2018) expõe que, na formulação da obra, procurou oferecer elementos importantes da História da Matemática e, em sua concepção, estes servirão como ponto de partida para explanação dos conceitos estudados, cabendo ao professor a complementação e aprofundamento. Geralmente, estas inserções históricas são pontuais no livro, ocorrem na seção *Um pouco de história*, com informações e fatos históricos relacionando os conhecimentos matemáticos e alguns personagens importantes. Em relação às cevianas, detectamos uma breve passagem histórica (figura 2) intitulada “*Cevianas de Giovanni*”, não sendo constatada na edição de 2015.

Figura 2: Dados sobre Ceva



Fonte: Silveira (2018, p. 132)

Por mais relevante que seja a incorporação de uma figura representativa, neste caso, ela se deu por meio de uma caricatura. Julgamos ser necessária certa prudência em sua utilização, uma vez que, no decorrer da nossa pesquisa, não foi encontrada uma pintura que realmente representasse Ceva. A incorporação desta ilustração no livro (figura 3) poderia acarretar informações equivocadas, devido ao fato de essa caricatura nos remeter à figura de Galileu Galilei (MELO, 2021).

Há uma seção no manual com sugestões de leituras e materiais que podem contribuir com a prática docente. Contudo, nesta parte, não existe nenhuma alusão às cevianas.

A conquista da Matemática – 8º ano, Castrucci e Giovanni Júnior

O livro *A Conquista da Matemática – 8º ano*, de Castrucci & Giovanni Júnior, foi publicado pela Editora FTD, em 2018. Os dados do MEC-FNDE denotam que esta é a coleção de Matemática com maior quantitativo de obras distribuídas pelo PNLD – 2020².

Segundo os autores, as orientações da BNCC estão presentes nas diretrizes utilizadas para a elaboração desta obra, tendo em vista que todos os conteúdos e metodologias foram organizados de modo a contemplar e desenvolver os objetos do conhecimento e as habilidades previstas nesse documento (CASTRUCCI e GIOVANNI JÚNIOR, 2018).

Os tópicos relativos aos triângulos foram inseridos na primeira parte do livro, juntamente com os conteúdos sobre ângulos. As cevianas notáveis, embora os autores não utilizem essa terminologia, são apresentadas como elementos do triângulo – altura, mediana e bissetriz. Nota-se uma preocupação em inserir várias figuras representando a posição dessas cevianas e de seus respectivos pontos de interseção. Mesmo sem a menção do termo

² Somente para o volume destinado ao 8º ano do Ensino Fundamental foram distribuídos 1.201.628 livros do aluno e 25.021 manuais do professor.

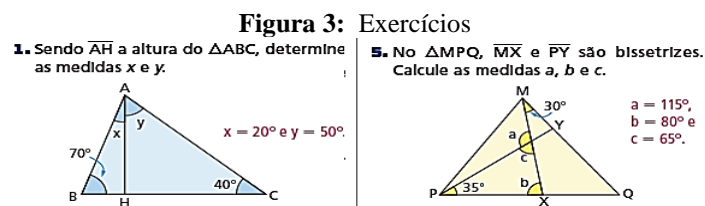


ceviana no texto, as definições, apresentadas para cada um dos segmentos notáveis, são claras e objetivas, abarcando todas as situações possíveis, como se pode verificar a seguir:

- **Altura** de um triângulo é o segmento de reta que une o vértice ao lado oposto (ou ao seu prolongamento), formando um ângulo de 90° com esse lado (ou seu prolongamento).
- **Mediana** do triângulo é o segmento de reta que une um vértice ao ponto médio do lado oposto.
- **Bissetriz** de um triângulo é o segmento de reta que une um vértice do triângulo ao seu respectivo lado oposto, dividindo o ângulo desse vértice em dois ângulos de mesma medida. (CASTRUCCI e GIOVANNI JÚNIOR, 2018, p.74-76, grifos dos autores).

A utilização de *softwares* de geometria dinâmica é indicada em toda a obra. Com relação ao conteúdo de cevianas, os autores inseriram observações didáticas específicas para cada uma delas, além de sugerirem o uso de simuladores do *GeoGebra*, que podem ser acessados por meio de um *link* disponibilizado aos professores. Outro recurso explorado na obra são as dobraduras, presentes na seção *Para quem quer mais* e nas atividades complementares, incluídas no manual do professor.

Os autores indicam que “o objetivo das atividades propostas é levar os alunos a identificar, representar a mediana, a altura e a bissetriz de um triângulo, relevando o ponto de encontro entre elas e resolvendo problemas em que estes elementos estão envolvidos.” (CASTRUCCI e GIOVANNI JÚNIOR, 2018, p.79). Contudo, dentre os trinta e sete exercícios relacionados ao estudo dos triângulos, catalogamos oito sobre as cevianas, nos quais, sete abordam a temática de ângulos (figura 3). Já, os pontos de encontro desses segmentos foram explorados como sugestão de atividades complementares, ficando a cargo de cada professor desenvolver, ou não, tais atividades.



Fonte: Castrucci e Giovanni Júnior (2018, p. 79)

Por mais que Castrucci & Giovanni Júnior (2018, p. XXV) afirmem “não podemos nos esquecer das explorações que favoreçam a leitura e reflexões sobre a História da Matemática (Etnomatemática)”, de modo geral, constatamos que as abordagens nessa perspectiva são pouco exploradas no volume analisado, o qual não contém qualquer inserção histórica relacionada às cevianas.

Análise comparativa entre as obras

Tradicionalmente, a abordagem dos conteúdos nos livros didáticos inicia-se com a apresentação das definições, explanação teórica, exemplos e, na sequência, resolução de exercícios. Como constatamos, tanto em Silveira (2015, 2018), quanto em Castrucci & Giovanni Júnior (2018), esta forma de desenvolvimento está evidenciada no tópico analisado.

Quadro 2: Comparativo entre as obras

	Silveira (2015)	Silveira (2018)	Castrucci & Giovanni Júnior (2018)
Termo ceviana	O termo está inserido na obra e foi utilizado como alicerce para o estudo dos segmentos notáveis.	Não houve alteração em relação à publicação precedente.	Não há menção ao termo ceviana.
Estudo das cevianas	O estudo das cevianas é realizado em uma seção específica, presente na unidade destinada aos triângulos.	Os tópicos relacionados às cevianas foram abordados em uma unidade destinada ao estudo dos triângulos e quadriláteros.	Os segmentos notáveis foram abordados em uma unidade destinada ao estudo dos triângulos e ângulos
Definições	O termo ceviana permeia as definições de altura, mediana e bissetriz.		As definições não contemplam o termo cevianas.
Abordagem Histórica	O autor faz algumas inserções históricas, mas nenhuma relacionada às cevianas.	Foi incluso um box específico denominado <i>Cevianas de Giovanni</i> , contendo alguns dados biográficos e uma caricatura.	Não foi constatada nenhuma inserção histórica associada às cevianas.
Atividades propostas	Maior inclinação para uso de traçado com régua e compasso. O autor explora as cevianas notáveis em diversos exercícios, porém, os mesmos não estão vinculados ao desenvolvimento de outros conteúdos e não há atividades contextualizadas.		É dada ênfase ao conceito de ângulos e ao cálculo dos ângulos internos do triângulo.

Fonte: Dados da pesquisa

O quadro 2 tem intuito de indicar as similaridades ou diferenças entre as obras analisadas, apresentando algumas observações relativas às categorias de análise.

Ao entrar em contato com Ênio Silveira, por e-mail, ele nos esclareceu que, em relação à inserção do termo cevianas no livro *Matemática Compressão e Prática – 8º ano*, tal motivação surgiu devido ao fato de já utilizá-lo em suas aulas preparatórias para os Colégios Militares:

Fui professor durante muito tempo de cursos preparatórios para Colégios e Academias Militares e questões com esses assuntos eram bem explorados. Quando recebi o convite da Editora Moderna para escrever a nossa primeira Coleção tive a preocupação de trazer esses assuntos. A Coleção agradou muito as escolas mais exigentes e fez muito sucesso no mercado. (ÊNIO SILVEIRA, por e-mail).

Outro ponto observado foram os recursos utilizados pelos autores para a introdução e desenvolvimento do conteúdo. Silveira (2018) propõe, com maior ênfase, elementos

oriundos do Desenho Geométrico, enquanto Castrucci & Giovanni Júnior (2018) articulam construções com *softwares* de geometria dinâmica e dobraduras, como meio de desenvolver os conceitos geométricos. Nestas duas obras, há sugestões de leituras complementares, revistas, *sites* e laboratórios de Educação Matemática, destinados à formação dos professores, mas nenhuma delas relativa às cevianas.

De um modo geral, as breves menções relacionadas à História da Matemática possuem diferenças entre os textos analisados. Em Castrucci & Giovanni Júnior (2018), encontramos algumas raras inserções que, em alguns casos, estão no início de cada capítulo. Na parte sobre triângulos, é referenciada uma placa com escrita cuneiforme e incluída uma figura contendo uma composição de triângulos, não ocorrendo quaisquer menções às cevianas. Silveira (2015, 2018) aborda a História da Matemática em um *box* específico denominado *Um pouco de história*, em quase todos os capítulos e inclui algumas informações sobre Ceva, como já mencionado.

Considerações Finais

A pesquisa realizada está fundamentada na concepção de que, no campo da história das disciplinas escolares, “uma análise que se baseie apenas na documentação ou legislação oficial não permite que nos inteiremos dos conteúdos tratados, pois, em muitos casos, a ementa da disciplina não é fornecida.” (ZUIN, 2001, p.62). Dessa forma, ter o livro didático, como fonte primária de pesquisa, possibilita identificar a dimensão dos conteúdos que podem ser abordados na sala de aula e quais informações poderiam chegar a professores e alunos. Além disso, Chervel (1990) expõe que os estudos nesse campo de investigação não visam o simples preenchimento de um intervalo temporal, mas trata-se, de uma nova categoria historiográfica, cujo componente fundamental é a história dos conteúdos escolares.

O livro conduz a transmissão de determinados conhecimentos, indicando práticas que podem ser absorvidas pelos professores (JULIA, 2001). Nesse sentido, fica evidente a importância de estudar e compreender a trajetória dos conteúdos integrantes das disciplinas escolares, como um dos caminhos para se conhecer a introdução de um determinado tópico ou disciplina no currículo, verificando como se dá a sua abordagem e a sua manutenção nos textos didáticos

Nos livros analisados, foi possível observar que os tópicos relacionados aos segmentos notáveis do triângulo (altura, mediana e bissetriz interna) e seus respectivos pontos de interseção (ortocentro, baricentro e incentro) são desenvolvidos implicitamente por meio da habilidade EF08MA17, na qual se busca aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas (BRASIL, 2017).

Ao fazer um cruzamento dos dados das análises com os documentos oficiais verificamos outros aspectos. A partir uma visão das disciplinas escolares, Silveira (2015, 2018) mantém o emprego da régua e compasso, reforçando uma orientação dos PCN de Matemática, enquanto Castrucci & Giovanni Jr (2018) apostam no uso de *softwares* para o ensino-aprendizagem do conteúdo, como também sinaliza esse documento em relação ao emprego das tecnologias. Esses recursos podem auxiliar o ensino-aprendizagem dos conteúdos geométricos, por propiciar “aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações.” (BRASIL, 2017, p.536). Cada um dos livros apresenta particularidades nas suas orientações para o ensino- aprendizagem das cevianas, que podem influenciar a prática docente.

Quanto à abordagem histórica relacionada às cevianas, constatamos que é inexistente nas publicações de Silveira (2015) e Castrucci & Giovanni Júnior (2018) e pouco explorada em Silveira (2018). Em geral, a História da Matemática ainda é pouco valorizada por Silveira (2015, 2018) e Castrucci & Giovanni Júnior (2018) e, quando utilizada, teria como função, apenas, trazer algumas informações e fatos históricos sobre determinados conhecimentos matemáticos ou personagens importantes.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe o estudo dos triângulos distribuídos no decorrer de todo o Ensino Fundamental, ampliando os conceitos e retomando-os

de forma gradativa em cada série. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), alguns conceitos são tratados de forma explícita por este documento, como por exemplo, a construção de triângulos com auxílio de régua e compasso ou *softwares* de geometria dinâmica, condição de existência e a soma das medidas dos seus ângulos internos. No entanto, neste documento, não há menção ao termo cevianas e o desenvolvimento dos

tópicos relacionados aos segmentos notáveis do triângulo estão restritos à abordagem da mediatriz e da bissetriz como lugares geométricos.

Referências

- ARAÚJO, G. O. **Cevianas e pontos associados a um triângulo**: uma abordagem com interface no ensino básico. 2014. 116 f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016
- BITTENCOURT, C. M. F. Livros didáticos: entre textos e imagens. In: BITTENCOURT, C. M. F. (Org.). **O saber histórico na sala de aula**. São Paulo: Contexto, 1998. p. 69-90.
- BITTENCOURT, C. M. F. **Livro didático e conhecimento histórico**: uma história do saber escolar. 1993. 369f. Tese (Doutorado em História) – Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1994.
- BRASIL. **Guia de livros didáticos – Matemática**: PNLD 2020 (Anos Finais do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 2018.
- BRASIL. **Guia de livros didáticos – Matemática**: PNLD 2017 (Anos Finais do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, n. 2, p. 177-229, 1990.
- DADOS ESTATÍSTICOS MEC/FNDE (Programa do Livro Didático). Fev. 2020. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>. Acesso em: 30 out. 2020.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, SP: Editora Unicamp, 2008.
- GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática**: 8º ano. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.
- JULIA, D.. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP, n.1, p. 9-43, jan./jun. 2001.
- MELO, J. S. **Cevianas notáveis do triângulo**: uma análise de livros didáticos (1970-2019). 2021. 253 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

MELO, J. S. **Informações sobre o livro Matemática 7ª série, de Ênio Silveira e Cláudio Marques.** Destinatário: Ênio Silveira. Fortaleza, 3 ago. 2020. 1 mensagem eletrônica.

LANDRA, P. **Ceva e Manfredi:** una polemica tra matematici del Settecento. 2009. 266f. Tesi (Dottorato in Epistemologia Dell'informatica e Mutamenti Sociali) – Politecnico de Milan, Milan, 2009.

MACEDO, D. M. R. **Resgatando alguns teoremas clássicos da geometria plana.** 2014. 57 f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal do Cariri, Juazeiro do Norte, 2014.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. A História da Matemática na formação do professor de matemática. In: FERREIRA, Eduardo Sebastiani (Org.). **Cadernos CEDES 40.** Campinas: Papirus, 1996. p. 47-61.

OLIVEIRA, M. C. A.; SILVA, M.C. L.; VALENTE, W. R. **O Movimento da Matemática Moderna:** história de uma revolução curricular. Juiz de Fora: Editora da UFJF, 2011.

SILVA, J. C. **Os teoremas de Menelaus e Ceva.** 130 f. 2015. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

SILVEIRA, E., **Matemática:** compreensão e prática: 8º ano. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

SILVEIRA, E., **Matemática:** compreensão e prática: 8º ano. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**, v. 16, n. 30, p. 139-192, jul./dez. 2008.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930).** São Paulo: Annablume/FAPESP, 1999.

ZUIN, E. S. L. **Livros didáticos como fontes para a escrita da história da matemática escolar.** Guarapuava: SBHMat, 2007a.

ZUIN, E. S. L. **Por uma nova Arithmetica:** o sistema métrico decimal como um saber escolar no Portugal e no Brasil Oitocentistas. 318 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007b.

ZUIN, E. S. L. Privilegiando os livros didáticos como fontes para o entendimento da escolarização do sistema métrico decimal no século XIX. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DA PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2004, Londrina. **Anais...** (CD-ROM). Londrina: UEL, 2004.

ZUIN, E. S. L. **Da régua e do compasso:** as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. 2001. 206 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.