

CONSTRUÇÃO DE UM SISTEMA MECÂNICO NÃO LINEAR DE OSCILADORES HARMÔNICOS ACOPLADOS COM AQUISIÇÃO DE DADOS USANDO MICROCONTROLADORES E OS AMBIENTES PROCESSING E LABVIEW

Attila Martins Conceição¹; N. M. Sotomayor²

¹Aluno do Curso de Física; Campus de Araguaína “PIBIC/CNPq”.

²Orientador (a) do Curso de Física; Campus de Araguaína; e-mail: nmsch@uft.edu.br

RESUMO

Relata-se as atividades do plano de trabalho: Construção de um sistema mecânico não linear de osciladores harmônicos acoplados. Em princípio, o plano foi projetado para construir um equipamento do tipo experimento didático que permitisse o estudo da dinâmica não linear de um sistema de dois pêndulos acoplados por uma mola sensivelmente elástica e que pudesse ser introduzido e construído em laboratórios didáticos de física ao nível de ensino médio e graduação. O conjunto mecânico emprega um sistema de aquisição automática de dados que emprega dois microcontroladores da plataforma de prototipagem eletrônica Arduino e o ambiente de desenvolvimento e linguagem de programação gráfica NI-Labview versão 2010. O trabalho envolve o estudo de temas extracurriculares diversos, o desenvolvimento teórico da descrição formal da dinâmica do sistema experimental, simulação computacional das equações de movimento, o gráfico dos dados numéricos, a concepção, desenho e construção do protótipo experimental, a elaboração do aplicativo de aquisição de dados e os testes de funcionamento.

Palavras-chave: Oscilador harmônico; Instrumentação; Arduino; Aquisição de dados.

INTRODUÇÃO

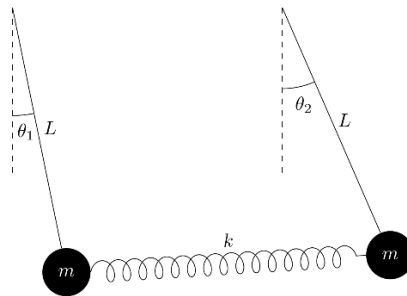
A maioria dos objetos materiais, principalmente os sólidos, podem ser considerados como compostos por um conjunto muito grande de osciladores harmônicos simples acoplados entre eles (átomos e moléculas em matérias sólidos). É de interesse

para os físicos, do ponto de vista teórico, experimental e didático, compreender como esse efeito de acoplamento pode afetar o comportamento de cada um dos osciladores individuais. Um sistema simples que pode ajudar a entender esse comportamento complexo pode ser construído a partir de dois pêndulos idênticos de comprimento L , cada um deles com um objeto de massa m preso em uma das extremidades e ambos os dois sistemas interconectados por uma mola com alguma constante elástica k . Pode-se estudar o movimento de cada uma das massas usando a formulação de Lagrange da mecânica clássica (MARION; THORNTON, 1995).

MATERIAL E MÉTODOS

Considere-se o sistema de dois pêndulos de massa m acoplados por uma mola de constante elástica k e seja o comprimento das hastes igual a L , como mostrado na figura 1.

Figura 1. Esquema da concepção do sistema de dois pêndulos acoplados de forma fraca por uma mola com constante elástica k .



A dinâmica do sistema de dois pêndulos acoplados pode ser obtida a partir das equações de movimento, entretanto, é necessário empregar o formalismo da mecânica de Lagrange para encontrar estas equações. Elas podem ser derivadas partindo-se do Lagrangiano do sistema que descreve basicamente a diferença entre a energia cinética e potencial em função do tempo. A energia cinética do sistema é:

$$E_k = \frac{1}{2} mL^2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2),$$

onde m é a massa dos pêndulos, L é o comprimento das hastes, e θ_1 e θ_2 são os deslocamentos angulares das duas hastes em equilíbrio. A energia potencial do sistema é,

$$E_p = mgL(2 - \cos \theta_1 - \cos \theta_2) - \frac{1}{2} kL^2(\theta_2 - \theta_1)^2,$$

onde g é a aceleração gravitacional, k é a constante da mola. O deslocamento $L(\theta_2 - \theta_1)$, da mola, a partir da sua posição de equilíbrio assume a aproximação de ângulos pequenos. O lagrangiano é então

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}mL^2(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2^2) - mgL(2 - \cos \theta_1 - \cos \theta_2) - \frac{1}{2}kL^2(\theta_2 - \theta_1)^2$$

O que leva ao seguinte conjunto de equações diferenciais acopladas:

$$\ddot{\theta}_1 + \frac{g}{L}\sin \theta_1 + \frac{k}{m}(\theta_1 - \theta_2) = 0$$

$$\ddot{\theta}_2 + \frac{g}{L}\sin \theta_2 - \frac{k}{m}(\theta_1 - \theta_2) = 0$$

Adicionando e subtraindo essas duas equações, por sua vez, e aplicando a aproximação para ângulos pequenos, resulta em duas equações de oscilador harmônico nas variáveis $\theta_1 + \theta_2$ e $\theta_1 - \theta_2$:

$$\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \frac{g}{L}(\theta_1 + \theta_2) = 0,$$

$$\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2 + \left(\frac{g}{L} + 2\frac{k}{m}\right)(\theta_1 - \theta_2) = 0,$$

com as soluções correspondentes,

$$\theta_1 + \theta_2 = A \cos(\omega_1 t + \alpha),$$

$$\theta_1 - \theta_2 = B \cos(\omega_2 t + \beta).$$

Onde

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{L}},$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{L} + 2\frac{k}{m}},$$

e A, B, α, β são constantes de integração.

As soluções podem ser expressas como,

$$\theta_1 = \frac{1}{2}A \cos(\omega_1 t + \alpha) + \frac{1}{2}B \cos(\omega_2 t + \beta),$$

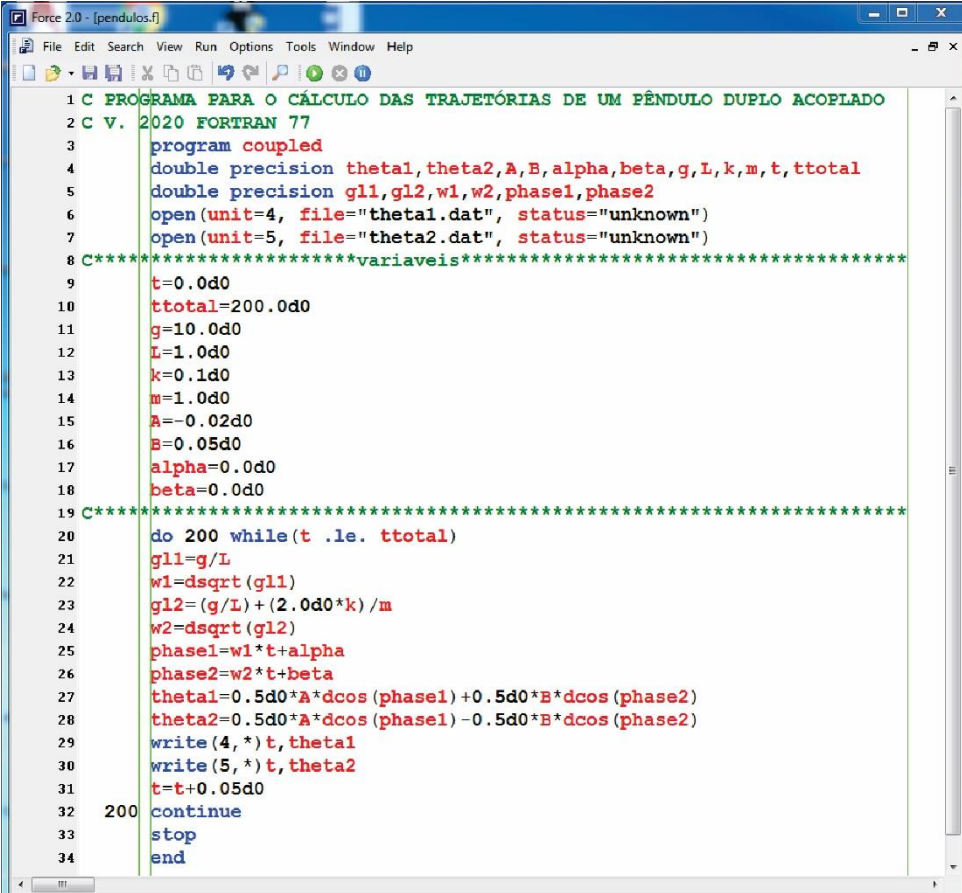
$$\theta_2 = \frac{1}{2}A \cos(\omega_1 t + \alpha) - \frac{1}{2}B \cos(\omega_2 t + \beta).$$

A avaliação numérica destas equações permite a obtenção das trajetórias individuais de cada haste do conjunto de dois pêndulos acoplados. O processo precisa ser realizado através de um código computacional o qual permite a variação sistemática de todos os parâmetros envolvidos. A linguagem Fortran 77 foi empregada para o propósito.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foi realizado um código computacional na linguagem Fortran 77 para avaliar as equações do sistema de pêndulos acoplados, obtendo-se as trajetórias numéricas de ambas as hastes dos pêndulos. O código é apresentado na figura 2.

Figura 2. Código computacional desenvolvido em Fortran 77 para avaliação numérica das trajetórias das hastes de cada um dos pêndulos do sistema acoplado sendo descrito.



```

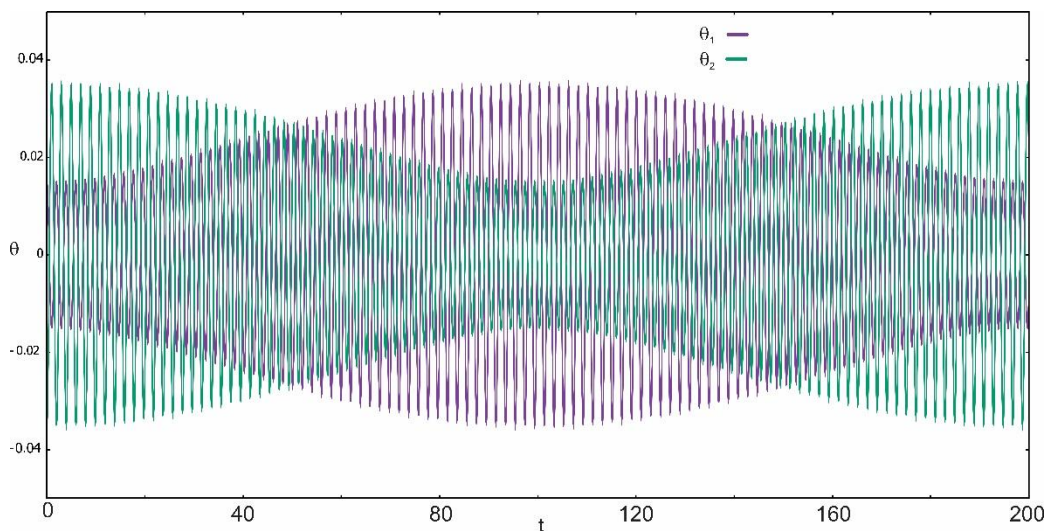
1 C PROGRAMA PARA O CÁLCULO DAS TRAJETÓRIAS DE UM PÊNDULO DUPLO ACOPLADO
2 C V. 2020 FORTRAN 77
3
4 program coupled
5 double precision theta1, theta2, A, B, alpha, beta, g, L, k, m, t, ttotal
6 double precision g11, g12, w1, w2, phase1, phase2
7 open(unit=4, file="theta1.dat", status="unknown")
8 open(unit=5, file="theta2.dat", status="unknown")
9 C*****variaveis*****
10 t=0.0d0
11 ttotal=200.0d0
12 g=10.0d0
13 L=1.0d0
14 k=0.1d0
15 m=1.0d0
16 A=-0.02d0
17 B=0.05d0
18 alpha=0.0d0
19 beta=0.0d0
20 C*****
21 do 200 while(t .le. ttotal)
22 g11=g/L
23 w1=dsqrt(g11)
24 g12=(g/L)+(2.0d0*k)/m
25 w2=dsqrt(g12)
26 phase1=w1*t+alpha
27 phase2=w2*t+beta
28 theta1=0.5d0*A*dcos(phase1)+0.5d0*B*dcos(phase2)
29 theta2=0.5d0*A*dcos(phase1)-0.5d0*B*dcos(phase2)
30 write(4,*) t, theta1
31 write(5,*) t, theta2
32 t=t+0.05d0
33 continue
34 stop
35 end

```

Esta versão simplificada do código permite a variação dos parâmetros do sistema físico e também das condições iniciais no mesmo código. Os dados numéricos das trajetórias são armazenados em dois arquivos de texto: “theta1.dat” e “theta2.dat”, para visualização gráfica posterior. A figura 3 mostra resultados obtidos com o código mostrado e para as condições iniciais mostradas. Há duas curvas, cada uma delas mostra a trajetória do extremo da haste do pêndulo correspondente. As trajetórias estão em função do parâmetro t que indica o número de passos de integração, neste caso 200.

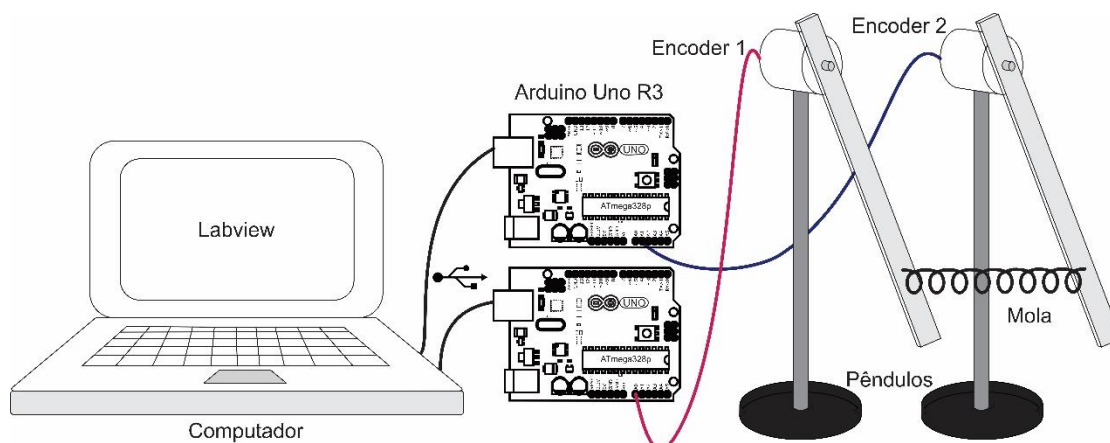
Após o estudo teórico e computacional da dinâmica do sistema de osciladores acoplados foi realizada a construção do sistema experimental. A figura 4 mostra um esquema da idealização do conjunto. Em princípio cada pêndulo é composto por um suporte de Nylon afixado sobre uma base de ferro, na parte superior da haste há um cilindro também de nylon que tem a função de servir de suporte a um encoder óptico incremental no eixo do qual é afixada uma haste de acrílico com uma série de furos regularmente espaçados. As hastes de acrílico foram desenhadas em Autocad.

Figura 3. Trajetórias numéricas dos extremos das hastes correspondentes a cada pêndulo em função do número de passos de integração. Os dados correspondem a aqueles indicados no código computacional da figura 2.



Uma mola é conectada entre as duas hastes de acrílico as quais foram usinadas a laser. Os encoders são conectados a duas placas Arduino Uno revisão 3. As placas fornecem a tensão elétrica para funcionamento dos encoders além de receber a informação digital da posição angular pelas portas digitais.

Figura 4. Esquema do equipamento didático de dois pêndulos acoplados, com aquisição automática de dados desenvolvido.



A informação digital de posição angular de cada pêndulo é enviada pelas placas Arduino Uno a um microcomputador empregando-se a interface serial USB (universal serial bus). No computador há um aplicativo de aquisição de dados desenvolvido na linguagem G do Labview. A figura 5 mostra o código computacional gráfico desenvolvido no Labview versão 2010, mostram-se duas entradas de comunicação serial que usam a interface VISA (Virtual Instrument Software Architecture).

Os dados digitais seriais são diretamente enviados para os instrumentos virtuais Build XY graph, para esta ferramenta é também enviada a informação do tempo do instrumento virtual Tick count, assim são realizados dois gráficos de posição angular em função do tempo um para cada pêndulo.

O aplicativo de aquisição apresenta um painel frontal de controle onde são selecionadas as portas de comunicação e os diretórios onde serão armazenados os dados numéricos, também os parâmetros e o tipo da comunicação serial podem ser selecionados. A figura 6 mostra a tela gráfica do painel de controle do aplicativo.

No painel frontal estão os dois sistemas de eixos coordenados mutuamente perpendiculares que servem para representar graficamente os dados de posição angular de cada haste em função do tempo. O início e finalização do processo de aquisição de dados é determinado também pelo painel de controle assim como podem ser observados em tempo real os valores dos dados digitais de posição angular sendo capturados.

Figura 5. Código de aquisição de dados desenvolvido na linguagem de programação gráfica G, para o sistema mecânico de dois pêndulos acoplados.

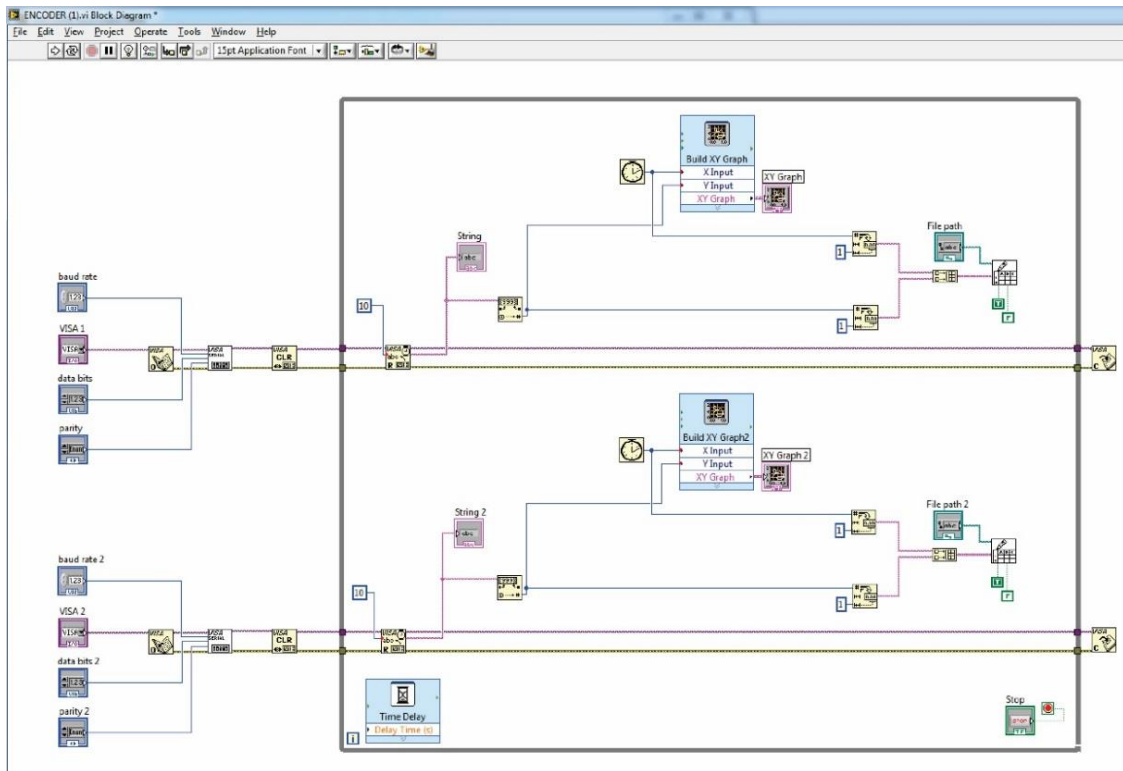
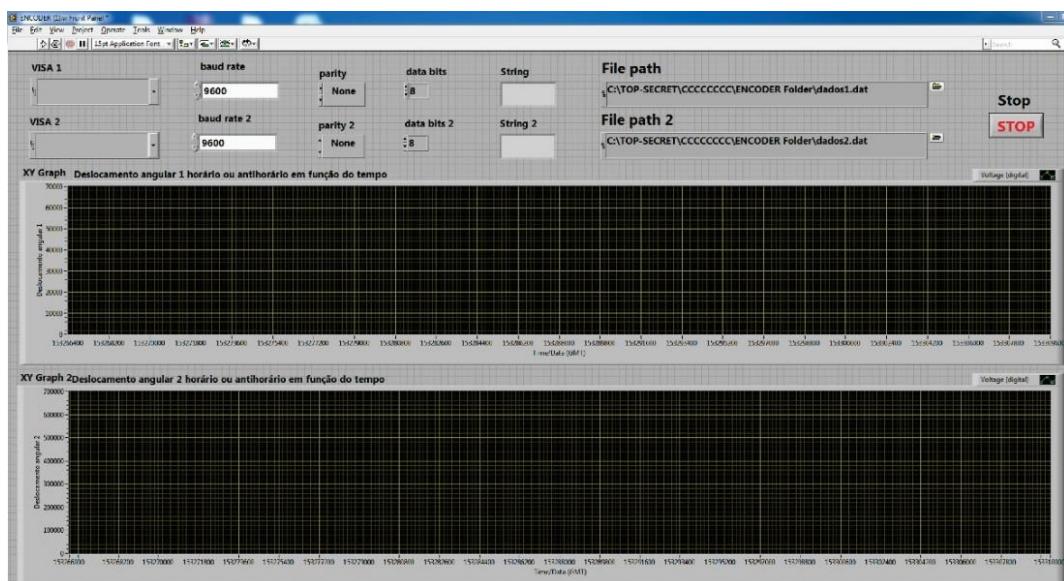


Figura 6. Painel frontal do aplicativo de software desenvolvido no ambiente NI-Labview para o sistema de aquisição automática de dados do equipamento didático composto de dois pêndulos acoplados.



CONCLUSÃO

No trabalho de iniciação científica desenvolvido foram estudados diversos temas como: Programação e linguagens de programação de computadores, integração de equações diferenciais (em especial o método de Runge-Kutta), Plataformas de prototipagem eletrônica, Aquisição de dados, sensores e transdutores, eletricidade e eletrônica básica, mecânica newtoniana, mecânica de Lagrange, automação, controle, microcontroladores, programação de microcontroladores entre outros.

Foram obtidas as equações de movimento do sistema de pêndulos acoplados empregando-se o formalismo Lagrangiano da mecânica clássica. Foi também realizado um código em Fortran 77 para a avaliação numérica das equações do Pêndulo duplo. Com os resultados numéricos foram realizados os gráficos das trajetórias das hastes dos pêndulos acoplados.

Foi construído o protótipo do sistema experimental composto basicamente de duas hastes afixadas a dois encoders ópticos incrementais, uma placa Arduino Uno e um microcomputador com o software Labview 2010. Foi realizado um estudo sobre a linguagem de programação gráfica G do NI-Labview, que permitiu a construção de um aplicativo de aquisição automática de dados para o equipamento experimental descrito.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq – Brasil. Agradecemos também ao Instituto Nacional de Eletrônica Orgânica INEO pelo suporte financeiro.

LITERATURA CITADA

1. JERRY B. MARION, STEPHEN T. THORNTON. **Classical dynamics of particles and systems**. 2nd edition. U.S.A. Saunders College Publishing, 1995 479 p.