



Modelagem Computacional no Sertão Mineiro



PPGMCS
Programa de Pós-Graduação em
Modelagem Computacional e Sistemas

AVALIAÇÃO DO IMPACTO DO USO DE RESTRIÇÕES NA OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO PARA CONSTRUÇÃO DE INDICADORES COMPOSTOS

Lauro Henrique Brant Aquino¹ - brantlauro@gmail.com

Jordana Gabriela Fernandes^{1,3} - jordana.funai@gmail.com

Heveraldo Rodrigues de Oliveira¹ - heveraldo.oliveira@unimontes.br

Matheus Pereira Libório¹ - m4th32s@gmail.com

Felipe Costa Amaral² - costinha.fca@gmail.com

Petr Ekel² - petr.ekel2709@gmail.com

Jhemerson Lincon Pereira da Silva¹ - jhemersonlincon00@gmail.com

Patrícia Takaki Neves¹ - patricia.takaki@unimontes.br

¹Universidade Estadual de Montes Claros, UNIMONTES - Montes Claros, MG, Brazil

²Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – Belo Horizonte - MG

³Fundação Nacional dos Povos Indígenas (FUNAI) – Brasília, DF, Brasil

Resumo. A definição dos pesos atribuídos aos subindicadores permanece uma etapa metodológica sensível na construção de Indicadores Compostos (ICs). Os métodos podem ser estatísticos ou subjetivos, favorecendo variáveis com maior dispersão nos dados ou desconsiderando o comportamento empírico das informações. Abordagens híbridas podem gerar composições ainda estatisticamente consistentes, que incorporam conhecimento especializado. Este trabalho propõe e avalia o uso de restrições a processos de otimização multiobjetivo na criação de ICs e sugere que pequenas perdas em métricas estatísticas específicas podem ser compensadas por ganhos de coerência teórica, estabilidade e aplicabilidade prática do indicador.

Palavras-chave: Indicadores Compostos, Otimização Multiobjetivo, Restrições na Otimização

1. INTRODUÇÃO

Apesar de sua ampla adoção, a construção de um IC envolve etapas metodológicas sensíveis, sendo a ponderação dos subindicadores frequentemente apontada como uma das etapas mais críticas e controversas do processo (Greco et al., 2019; El Gibari et al., 2019). Na literatura, os métodos de ponderação costumam ser classificados em abordagens objetivas e subjetivas. Os métodos objetivos definem os pesos de forma endógena, a partir da própria estrutura dos dados (El Gibari et al., 2019; Jiménez-Fernández et al., 2020): a Análise de Componentes Principais

(PCA) atribui pesos maiores aos subindicadores mais intercorrelacionados (Mazziotta et al., 2019); a Entropia de Shannon atribui pesos maiores aos subindicadores com maior diversidade informacional (Coimbra et al., 2026); e o Benefício da Dúvida (*Benefit of the Doubt* — BoD) define os pesos de modo a maximizar o escore do IC em cada unidade de tomada de decisão (Fusco et al., 2026). Como priorizam propriedades estatísticas, esses métodos podem atribuir pesos reduzidos a subindicadores conceitualmente relevantes que apresentem comportamento homogêneo na amostra, gerando pesos incompatíveis com sua importância conceitual (Santos et al., 2025; Silva et al., 2026). Por outro lado, abordagens estritamente subjetivas, dependentes do julgamento humano, estão suscetíveis a vieses e frequentemente ignoram a distribuição estatística real das informações (Greco et al., 2019).

Diversos métodos otimizam uma medida de qualidade de IC sem gerar pesos conceitualmente incompatíveis, contudo tratam a definição dos pesos como um problema monoobjetivo, no qual um bom desempenho em um critério costuma ser obtido à custa da deterioração de outro. Frente a essa limitação, algoritmos de otimização multiobjetivo têm sido explorados para a definição de pesos em ICs. Tais modelos exploram o espaço de soluções para identificar soluções de compromisso na Fronteira de Pareto, nas quais a melhoria de um critério tende a implicar perda em pelo menos outro critério, buscando equilibrar critérios como poder explicativo, poder informativo e poder discriminatório, além de minimizar a incerteza do modelo. Ainda assim, quando executados sem restrições conceituais, esses algoritmos podem produzir soluções com bom desempenho estatístico, mas com pesos incompatíveis com a importância conceitual do fenômeno analisado (Ekel et al., 2011; Deb, 2001; Zhou et al., 2010; Machado et al., 2023).

Neste trabalho vamos avaliar a necessidade de se impor limites de restrições na otimização multiobjetivo para a definição de pesos em ICs, uma otimização restrita, na qual os especialistas ou literatura definem limites mínimos, limites máximos e pesos de referência para os subindicadores. A proposta não busca substituir métodos objetivos nem métodos subjetivos, mas integrá-los de forma complementar: o algoritmo deve continuar a explorar o comportamento dos dados, enquanto as restrições baseadas em especialistas delimitam regiões do espaço de busca consideradas conceitualmente aceitáveis.

2. METODOLOGIA

A construção de um IC consiste na agregação matemática de um conjunto de subindicadores que representam um fenômeno multidimensional. De forma geral, o escore do IC para a alternativa j é dado por $IC_j = \sum_{i=1}^n w_i x_{ji}$, onde w_i representa o peso do subindicador i , e x_{ji} é o valor normalizado do subindicador i para a alternativa j . O vetor de pesos W deve respeitar as condições de não-negatividade ($w_i \geq 0$) e soma unitária ($\sum w_i = 1$) (Nardo et al., 2005; Greco et al., 2019; Zhou et al., 2010).

A Otimização Multiobjetivo, neste contexto, consiste na aplicação de algoritmos para explorar o espaço combinatório de pesos, buscando vetores W capazes de equilibrar propriedades estatísticas potencialmente conflitantes do indicador, gerando um conjunto de soluções de compromisso conhecido como Fronteira de Pareto (Ekel et al., 2011; Deb, 2001).

2.1 Modelagem Computacional

O modelo computacional sugerido para este estudo baseia-se em um algoritmo de busca não-local multiobjetivo, que opera gerando perturbações e explorações adaptativas no espaço

combinatório contínuo dos pesos, com o objetivo de evitar ótimos locais e mapear com precisão a Fronteira de Pareto. O problema, formalizado na Eq. (1), é encontrar um vetor de pesos W que otimize simultaneamente os quatro critérios de qualidade estatística do IC.

$$\max_W F(W) = [f_{\text{expl}}(W), f_{\text{inf}}(W), f_{\text{disc}}(W), -f_{\text{inc}}(W)] \quad (1)$$

Onde f_{expl} representa o Poder Explicativo, f_{inf} o Poder Informativo, f_{disc} o Poder Discriminatório e f_{inc} a Incerteza do modelo (a qual entra com sinal negativo por tratar-se de um critério de minimização).

Para cada subindicador i , definem-se um limite inferior (LI_i), um limite superior (LS_i) e um peso de referência (T_i). Considerando w_i como o peso efetivamente atribuído ao subindicador i , a restrição de fronteira é definida na Eq. (2).

$$LI_i \leq w_i \leq LS_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad (2)$$

Além dos limites de fronteira, o peso de referência T_i deve atuar como parâmetro de calibração da solução, penalizando combinações de pesos que se afastem excessivamente dos valores de referência definidos pelas restrições. Dessa forma, a otimização não apenas respeita o intervalo viável $[LI_i, LS_i]$, mas também favorece soluções próximas ao vetor de referência $T = (T_1, T_2, \dots, T_n)$.

As restrições objetivam a redução da exploração de combinações de pesos consideradas incoerentes do ponto de vista teórico ou prático. Assim, a solução final preserva a capacidade analítica da otimização matemática, mas passa a respeitar limites conceituais associados ao fenômeno estudado.

2.2 Desenho do Teste Empírico

O domínio empírico da infraestrutura energética associada ao ODS 7 (Energia Limpa e Acessível) foi selecionado para exemplificar o comportamento da otimização sem restrições. Foram utilizados dados referentes ao corte transversal do ano de 2021, oriundos das bases de dados do *Our World in Data* e *UN Global SDG Database* (Our World in Data team, 2023; United Nations, 2023). O escopo geográfico foi delimitado a 28 países da região da ALC. É esperado que o recorte ofereça a variabilidade suficiente para avaliar o poder discriminatório dos algoritmos. Foram selecionados quatro subindicadores principais para a composição do índice, descritos na Tabela 1.

Table 1: Subindicadores do ODS 7 e suas polaridades de otimização

Código	Descrição do Subindicador	Objetivo
ODS 7.1.1	Acesso à eletricidade (% da população)	Maximizar
ODS 7.1.2	Acesso a combustíveis e tecnologias limpas para cocção (%)	Maximizar
ODS 7.2.1	Participação de energias renováveis no consumo final (%)	Maximizar
ODS 7.3.1	Intensidade energética (energia primária consumida por unidade de PIB)	Minimizar

2.3 Especificação das Restrições

Para aplicar a otimização restrita, simulou-se uma matriz de intervalos de importância com base na literatura técnica do setor energético e estruturou-se a matriz de restrições de pesos (Tabela 2), reduzindo a possibilidade de subvalorização da infraestrutura básica pelo algoritmo.

Table 2: Limites e pesos de referência simulados

Subindicador	Mínimo (LI_i)	Referência (T_i)	Máximo (LS_i)	Justificativa Teórica
Eletricidade	0,25	0,30	0,40	Base para serviços essenciais e desenvolvimento socioeconômico.
Cocção Limpa	0,15	0,25	0,35	Saúde pública e redução da exposição à poluição doméstica.
Renováveis	0,15	0,25	0,35	Sustentabilidade climática de longo prazo.
Intensidade	0,10	0,20	0,30	Eficiência energética, considerando a expansão produtiva em países em desenvolvimento.

Conceitualmente, a amplitude da janela viável ($LS_i - LI_i$) deve refletir o grau de certeza, consenso de especialistas ou da literatura, sobre a importância relativa de cada dimensão. Intervalos mais estreitos indicam maior convicção teórica, limitando a atuação do algoritmo para evitar distorções estatísticas. Por outro lado, intervalos mais amplos (como os limites de 0,15 a 0,35 para Cocção Limpa e Renováveis, e de 0,10 a 0,30 para Intensidade Energética) expressam maior incerteza ou flexibilidade conceitual, conferindo ao algoritmo maior espaço de busca e otimização para calibrar os pesos a partir do comportamento empírico dos dados. É possível notar que, no caso da Eletricidade, o estabelecimento de um limite inferior elevado ($LI = 0,25$) garante um patamar mínimo de relevância conceitual, impedindo que sua baixa variabilidade regional resulte em subvalorização pelo modelo estatístico.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 1, podemos observar que o algoritmo atribuiu peso reduzido (18,5%) ao acesso à eletricidade, mas como grande parte dos países da região LAC apresenta níveis elevados de acesso, esse subindicador possui baixa variabilidade na amostra e, portanto, menor contribuição ao Poder Discriminatório. Entretanto, de acordo com a Tabela 2, o peso deveria obedecer ao limite inferior de 0,25, para se alinhar a importância deste subindicador.

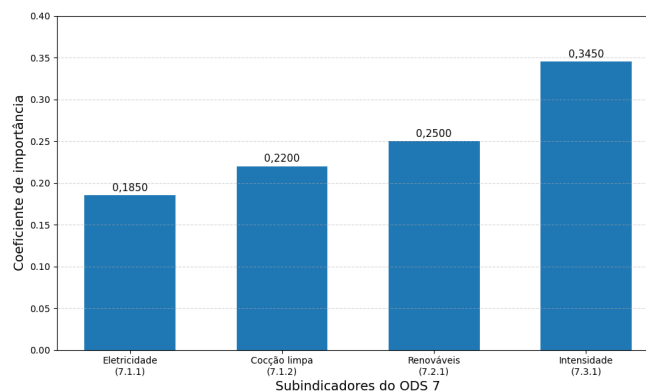


Figure 1: Coeficientes de importância obtidos pela otimização sem restrições, evidenciando a subvalorização do subindicador de eletricidade.

Do ponto de vista de políticas públicas, esse resultado é incompatível com a importância conceitual do acesso básico à eletricidade em países em desenvolvimento, uma vez que a eficiência energética não a substitui (IEA, 2023). Isto sugere que há uma necessidade de se impor limites de restrições a otimização multiobjetivo de forma a manter a compatibilidade com a realidade do fenômeno. A otimização restrita pode corrigir essa incompatibilidade, elevando o peso do acesso à eletricidade para um patamar compatível com sua importância conceitual, acima de 25%, e limitando o peso da intensidade energética ao intervalo admissível. Essa correção envolve, porém, a compensação estatística característica da otimização multiobjetivo.

4. CONCLUSÕES

Este trabalho propôs uma abordagem híbrida para a construção de Indicadores Compostos, integrando otimização multiobjetivo e restrições. Na aplicação ao ODS 7 na América Latina e Caribe, a otimização sem restrições favoreceu subindicadores de maior variabilidade estatística, enquanto o modelo restrito poderia corrigir a subvalorização da infraestrutura básica, como o acesso à eletricidade. Deve-se avaliar se o uso de restrições reduz o poder discriminatório, o poder informativo, o poder explicativo e qual o seu efeito na incerteza do IC. Os trabalhos futuros incluem a implementação das restrições, a demonstração da preservação da compatibilidade entre os pesos e a importância conceitual do fenômeno, a definição da coleta primária de restrições por métodos como o Delphi (Mahajan et al., 1975) ou o *Analytic Hierarchy Process* (AHP) (Saaty, 1980) e a avaliação da sensibilidade às amplitudes dos intervalos.

Declaração de uso de inteligência artificial generativa

Os autores utilizaram a ferramenta ChatGPT (OpenAI) para auxiliar na escrita e revisão do texto do manuscrito. Todo o conteúdo científico, a análise dos dados, a interpretação dos resultados e as conclusões permanecem sob responsabilidade integral dos autores.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG (grant n OET-00243-26).

REFERENCES

- Nardo, M., Saisana, M., Saltelli, A. & Tarantola, S. Tools for Composite Indicators Building. (European Commission, Joint Research Centre, 2005), <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/handle/JRC31473>
- Greco, S., Ishizaka, A., Tasiou, M. & Torrisi, G. On the Methodological Framework of Composite Indices: A Review of the Issues of Weighting, Aggregation, and Robustness. *Social Indicators Research*. **141**, 61-94 (2019)
- Machado, A. C., Ekel, P. & Libório, M. Goal-Based Participatory Weighting Scheme: Balancing Objectivity and Subjectivity in the Construction of Composite Indicators. *Quality & Quantity*. **57**, 4387-4407 (2023)
- Zhou, P., Ang, B. & Zhou, D. Weighting and Aggregation in Composite Indicator Construction: A Multiplicative Optimization Approach. *Social Indicators Research*. **96**, 169-181 (2010)
- Mahajan, V., Linstone, H. & Turoff, M. The Delphi Method: Techniques and Applications. *Journal Of Marketing Research*. **13** pp. 317 (1975,1)
- Saaty, T. The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation. (McGraw-Hill International Book Company, 1980), <https://books.google.com.br/books?id=Xxi7AAAAIAAJ>
- Our World in Data Ensure Access to Affordable, Reliable, Sustainable and Modern Energy for All. (2023), <https://ourworldindata.org/sdgs/affordable-clean-energy>, Accessed: 2026-05-29
- United Nations Statistics Division SDG Global Database. (2023), <https://unstats.un.org/sdgs/dataportal/database>, Accessed: 2026-05-10
- IEA. Tracking SDG7: The Energy Progress Report, 2023 – Analysis. In IEA. <https://www.iea.org/reports/tracking-sdg7-the-energy-progress-report-2023>
- Deb, K. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. (John Wiley & Sons, 2001)
- Mazziotta, M. & Pareto, A. Use and Misuse of PCA for Measuring Well-Being. *Social Indicators Research*. **142**, 451-476 (2019)
- El Gibari, S., Gómez, T. & Ruiz, F. Building Composite Indicators Using Multicriteria Methods: A Review. *Journal Of Business Economics*. **89**, 1-24 (2019)
- Jiménez-Fernández, E. & Ruiz-Martos, M. Review of Some Statistical Methods for Constructing Composite Indicators. *Studies Of Applied Economics*. **38**, 1-15 (2020)
- Santos, A., D'Angelo, M., Carvalho, P., Ekel, P. & Pedrycz, W. Subjective-Objective Method of Maximizing Extracted Variance (Sommev) from Governance Sub-indicators: Understanding the Governance of Countries from an Integrated and Impartial Perspective. *Science Talks*. **13** pp. 100431 (2025)
- Silva, I., Vidoli, F., Coimbra, A., D'Angelo, M., Mendes, J., Ekel, P. & Libório, M. Subjective Benefit-of-the-Doubt (S-BoD) for Constructing Composite Indicators. *IEEE Systems, Man, And Cybernetics Letters*. (2026)
- Coimbra, A., Libório, M., Vieira, T., Santos, O., Santos, A., Neto, J. & D'Angelo, M. Efficiency Analysis of Public Health Expenditures: Application of Data Envelopment Analysis and Shannon Entropy Weighting. *Quality & Quantity*. pp. 1-20 (2026)
- Fusco, E. & Magrini, A. Dynamic Benefit of the Doubt Decomposition for Panel Data: Evidence from Sustainable Energy in the EU. *Sustainability*. **18**, 5835 (2026)
- Ekel, P., Kokshenev, I., Palhares, R., Parreiras, R. & Schuffner Neto, F. Multicriteria analysis based on constructing payoff matrices and applying methods of decision making in fuzzy environment. *Optimization And Engineering*. **12**, 5-29 (2011,3), <https://doi.org/10.1007/s11081-010-9108-0>