

MODELAGEM TRIDIMENSIONAL DE UMA BARRAGEM NO ANSYS MECHANICAL: COMPARAÇÃO COM MODELO BIDIMENSIONAL EM ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÕES

Carla Lisbeth Laura Mamani¹, Anelize Borges Monteiro

¹UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, Brasil
(carla.clisbeth@gmail.com)

²UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, Brasil

Resumo: Este trabalho avalia a capacidade da modelagem 3D de uma barragem de concreto, desenvolvida no *Ansys Mechanical* pelo Método dos Elementos Finitos, em reproduzir a resposta estrutural em Estado Plano de Deformações. Analisaram-se quatro malhas com elementos hexaédricos e tetraédricos, e os resultados apresentaram boa concordância com a literatura, indicando pequena influência do refinamento da malha nos deslocamentos e adequada representação do comportamento estrutural.

Palavras-chave: barragem de concreto; Método dos Elementos Finitos; modelagem tridimensional; refinamento de malha; Ansys Mechanical.

INTRODUÇÃO

No contexto das Engenharias, a análise de estruturas das mais diversas naturezas é fundamental para o entendimento de seus comportamentos, sendo determinados os esforços internos e externos e as tensões correspondentes, assim como verificados os deslocamentos e deformações ao longo de tais estruturas submetidas a ações externas. De acordo com Martha (2010), esta é a etapa do projeto estrutural na qual é realizada uma previsão do comportamento da estrutura e, para isso, são utilizadas teorias físicas e matemáticas resultantes da formalização da Engenharia de Estruturas como ciência. O autor detalha quatro níveis de abstração no contexto da análise estrutural: 1) estrutura real, que tem seu comportamento idealizado para a análise no nível 2; 2) modelo estrutural, que incorpora teorias e hipóteses para descrever o comportamento da estrutura em função das diversas solicitações; 3) modelo discreto, em que o comportamento analítico é substituído por um comportamento discreto, cujas soluções analíticas contínuas são representadas pelos valores discretos dos parâmetros adotados; e 4) modelo computacional, em que há implementação do modelo discreto e são executadas simulações computacionais do comportamento de estruturas.

Em relação ao terceiro nível de abstração, dentre os métodos discretos desenvolvidos, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é o mais consolidado, pois, de acordo com Alves Filho (2007), seu conceito básico de discretização produz muitas equações algébricas simultâneas geradas e solucionadas com o auxílio de computadores digitais. No modelo de deslocamentos do MEF, o domínio do problema é dividido em

subdomínios de dimensões finitas, denominados *elementos finitos*, onde o campo de deslocamentos é arbitrado. O campo de deslocamentos de cada elemento é escrito em função dos deslocamentos nodais, e assim obtém-se um sistema de equações algébricas que possibilita a resolução do problema estrutural. Dentre os *softwares* comerciais de análise estrutural fundamentados em MEF, destaca-se o *Ansys Mechanical*, amplamente utilizado para análises estruturais, térmicas, fluidodinâmicas e multi-físicas.

Fundamentado no contexto apresentado, neste trabalho é utilizado o *software* Ansys Mechanical de forma introdutória para a análise e solução de um problema de uma barragem de concreto submetida a um carregamento hidrostático.

Em problemas envolvendo barragens, é comum adotar a hipótese de Estado Plano de Deformações (EPD), pois esse tipo de estrutura tem grande extensão longitudinal em relação à seção transversal. Tal consideração reduz o custo computacional e apresenta uma aproximação adequada do comportamento global da barragem. No entanto, os avanços computacionais e dos *softwares* de elementos finitos permitem a realização de análises tridimensionais, que conseguem representar variações de tensão e deformação ao longo da largura da estrutura, indicar localização de tensões e deformações e captar outros fenômenos indisponíveis nas análises bidimensionais. Assim, é relevante avaliar a capacidade da modelagem tridimensional em reproduzir resultados obtidos com a hipótese de EPD e de que maneira diferentes formas de discretização influenciam essa resposta.

Com base nesse contexto, o principal objetivo deste trabalho é verificar a capacidade de uma modelagem tridimensional do *Ansys Mechanical* em reproduzir o comportamento estrutural de uma barragem tipicamente analisada sob a hipótese de EPD, sendo analisada a influência do refinamento da malha e do tipo de elemento finito sobre os deslocamentos obtidos. Para tanto, os resultados obtidos com dois refinamentos de malha e dois tipos de elementos finitos (tetraédrico e hexaédrico) foram comparados com os apresentados por Almeida (2005), permitindo analisar a consistência da modelagem tridimensional em relação a uma solução bidimensional consolidada na literatura.

Observou-se que os resultados de deslocamentos foram muito próximos aos de Almeida (2005), apontando que as análises em EPD forneceram uma boa aproximação da resposta estrutural, mesmo diante da maior complexidade da modelagem tridimensional. Dessa forma, constatou-se que o comportamento tridimensional da barragem pode ser representado, de maneira aproximada, pela composição das respostas dos modelos bidimensionais tratados por Almeida (2005), e que o refinamento da malha contribuiu para a obtenção de resultados com maior concordância com os resultados do autor.

MATERIAL E MÉTODOS

A análise computacional deste estudo foi realizada no software *Ansys Mechanical*, versão estudantil (Ansys, 2024), fundamentada nos princípios do Método de Elementos Finitos. A licença gratuita dessa versão do Ansys permite modelos estruturais com até 256.000 elementos finitos e 512.000 nós. Assim, a discretização das malhas foi definida conforme essas restrições, sendo preservada a qualidade da representação numérica da barragem analisada. Adotaram-se as boas práticas de simulação de engenharia apresentadas no curso *A Hands-on Introduction to Engineering Simulations* (Cornell University, [s.d.]), que aborda fundamentos do MEF, verificação e validação de modelos e uso do *Ansys Mechanical*. Essa etapa contribuiu para a compreensão dos modelos matemáticos e dos princípios físicos empregados nas simulações.

Conforme Alves Filho (2007), o comportamento estrutural de alguns corpos sólidos, sob determinadas condições, pode ser simplificado e ser tratado como um problema plano. Esse é o caso, segundo o mesmo autor, de corpos prismáticos longos, como uma barragem submetida à pressão lateral, representada na Figura 1; é possível considerar que as deformações ocorrem apenas no plano xy , sendo caracterizado então o Estado Plano de Deformações (EPD). Alves Filho (2007) afirma que o carregamento na barragem e sua geometria não variam ao longo do comprimento do corpo. Assim, como as condições são exatamente

as mesmas em todas as seções transversais a uma razoável distância das bordas, permite-se estudar apenas uma fatia de largura unitária dele. O autor afirma que, se a fatia estivesse se comportando de forma isolada, como se fosse uma chapa, apresentaria expansão lateral decorrente do efeito do coeficiente de Poisson. Essas deformações ocorreriam na direção z , mas as fatias da barragem estão unidas umas às outras, limitando as deformações nessa direção. Essa restrição às deformações em z gera tensões normais nessa direção ($\sigma_z \neq 0$) perpendiculares ao plano da fatia, responsáveis por manter nulas as deformações na direção z ($\varepsilon_z = 0$), atendendo às condições de compatibilidade.

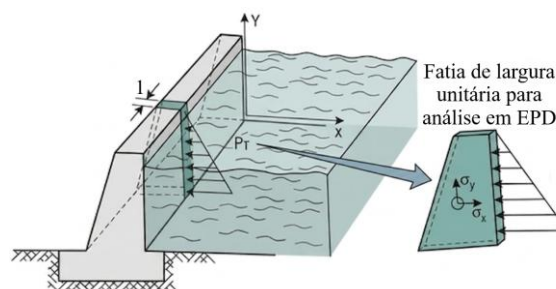


Figura 1. Seção transversal de uma barragem. Adaptado de (Alves Filho, 2007). Gerada pelo modelo Gemini (2026) pelas autoras.

Em Almeida (2005), o modelo foi configurado sob a hipótese de EPD, adequada para estruturas de grande extensão longitudinal (eixo z) em relação ao plano transversal (plano xy). Para representar esse modelo no *Ansys Mechanical*, em uma simulação tridimensional, a barragem foi modelada com um comprimento unitário de 1,0 m, no sentido do eixo z , e com a aplicação de condições de simetria nas faces laterais, o que restringiu deslocamentos perpendiculares ao plano da seção transversal.

A geometria da barragem foi baseada no estudo de Soriano e Lima (1999, *apud* Almeida, 2005): a seção transversal apresenta uma altura total de 18,0 m, largura de topo de 6,0 m e largura de base de 18,0 m, conforme indica a Figura 2.

O material utilizado como constituinte da barragem foi o concreto, cujas propriedades mecânicas são: módulo de elasticidade (E) de 20,8 GPa e coeficiente de Poisson (ν) de 0,2 (Almeida, 2005).

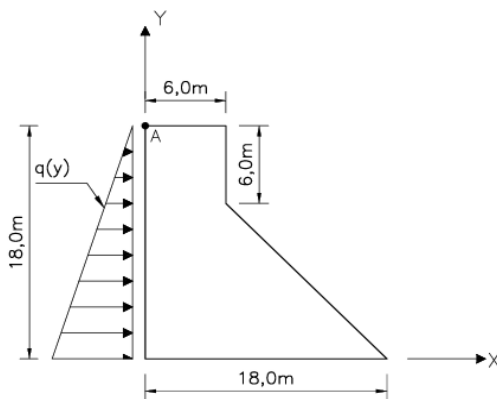


Figura 2. Seção transversal da barragem analisada (Almeida, 2005).

As condições de contorno adotadas consideram a base da barragem totalmente engastada na base, restringindo os deslocamentos em qualquer direção, o que representa uma conexão rígida com a fundação.

O carregamento principal consistiu na pressão hidrostática aplicada na face à montante, com uma lâmina d'água de 18,0 m, de acordo com a Figura 1. A distribuição de pressão foi representada por uma variação linear, conforme a equação $q(y) = 180 - 10y$ (em função da altura da barragem, y), crescente desde o topo da lâmina d'água até o fundo, o que fez a pressão assumir um valor máximo de 180 kPa na base da barragem e um valor mínimo de 0 kPa em seu topo.

Conforme Fish e Belytschko (2009), as duas categorias básicas de elementos finitos tridimensionais são os elementos sólidos hexaédricos e tetraédricos: os primeiros são generalizações de elementos quadriláteros e os segundos de elementos triangulares. No *Ansys*, a discretização da geometria, denominada *domínio*, foi realizada através da geração de malhas com elementos hexaédricos e tetraédricos utilizando os métodos *Multizone*, *Tetrahedrons* e *Hex Dominant*. O comando *Body Sizing* do programa foi usado para a configuração do tamanho dos elementos finitos das malhas geradas, e foram feitos testes com elementos de 1000 mm (menos refinada) e 200 mm (mais refinada), pois, de acordo com Fish e Belytschko (2009), geralmente a exatidão da solução melhora com o aumento do número de elementos e nós, mas o tempo computacional também se eleva. Na sequência foram realizados testes de convergência para verificar se a densidade da malha geraria grandes discrepância nos valores de algumas variáveis (como tensões e deslocamentos). Foram analisados os gradientes de tensão e os deslocamentos nas direções x e y , permitindo a comparação dos resultados com aqueles obtidos por Almeida (2005).

Estudou-se também a qualidade da malha pelo parâmetro *Skewness* (distorção) disponível no *Ansys Mechanical*, que avalia o quanto um elemento finito se desvia de sua geometria ideal. Quanto menor a

distorção, mais próximo o elemento está da forma ideal, o que tende a proporcionar resultados numéricos mais precisos e maior estabilidade na solução. Esta métrica caracteriza os elementos da malha entre 0 (equilateral, com geometria ideal) a 1 (degenerado, com elementos altamente distorcidos), e é um dos principais parâmetros de qualidade de malha, pois as funções que descrevem o comportamento interno de cada elemento no programa foram projetadas sobre elementos equiláteros. A ocorrência de malhas com alto índice de distorção pode levar a menor precisão nos resultados obtidos nas simulações.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para as quatro discretizações tridimensionais da barragem. Primeiramente são descritas as características de cada malha. Em seguida são discutidas a influência do refinamento da malha, do tipo de elemento finito, a qualidade da malha gerada e a concordância dos resultados com o modelo bidimensional em EPD desenvolvido por Almeida (2005).

A barragem foi discretizada com quatro malhas com diferentes parâmetros:

1. Método *Multizone* com elementos finitos hexaédricos de 1442 nós, tamanho de elemento de 1000 mm e total de 182 elementos;
2. Método *Multizone* com elementos finitos hexaédricos de 106190 nós, tamanho de elemento de 200 mm e total de 22480 elementos;
3. Método *Tetrahedrons* com elementos finitos tetraédricos de 3391 nós, tamanho de elemento de 1000 mm, totalizando 1838 elementos;
4. Método *Hex Dominant* com elementos finitos hexaédricos de 108544 nós, tamanho de elemento de 200 mm, totalizando 23923 elementos.

A seguir são apresentadas as discretizações geradas e os mapas de contorno de deslocamentos da barragem obtidos em cada uma das quatro simulações. Nos resultados apresentados, a barra de cores indica a magnitude dos deslocamentos: os tons de azul representam os menores valores e os tons de vermelho os maiores. Os mapas de contorno estão em escala ampliada, com fator de ampliação de $4,2 \times 10^3$, apenas para fins de visualização.

Simulação 1

A Figura 3 apresenta a discretização da barragem correspondente à Simulação 1. A baixa densidade de

elementos nas regiões de mudança geométrica pode afetar a representação dos gradientes de tensão e deslocamento nessas áreas, apesar de que um menor número de elementos tende a reduzir o custo computacional. Esse tipo de discretização é válido em análises preliminares, mas pode apresentar menor precisão quando comparado a malhas refinadas (Fish e Belytschko, 2009). Contudo, ao analisar o parâmetro de qualidade de distorção (*Skewness*) da malha, o valor médio é de 0,09159 e valor máximo de 0,5, indicando que a malha possui baixa distorção e boa qualidade geométrica.

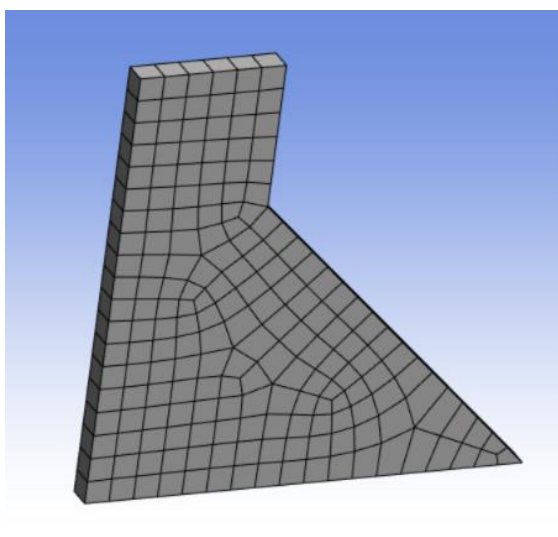


Figura 3. Malha da Simulação 1 (autoras).

As deformações nas direções x e y são representadas nas Figuras 4 e 5, respectivamente. As figuras também apresentam um modelo de arame da configuração indeformada para comparação da tendência ao deslocamento da barragem sob a ação da pressão. O máximo deslocamento em x é de 0,30529 mm e o máximo deslocamento em y igual a 0,10123 mm. No topo da face submetida à pressão hidrostática, ocorrem tais deslocamentos. Esse resultado é compatível com o comportamento físico esperado, visto que a base da barragem permanece rigidamente engastada enquanto o topo é livre para se deslocar.

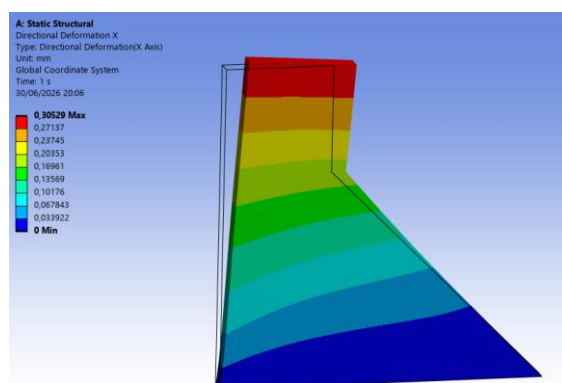


Figura 4. Deslocamento na direção x – Simulação 1 (autoras).

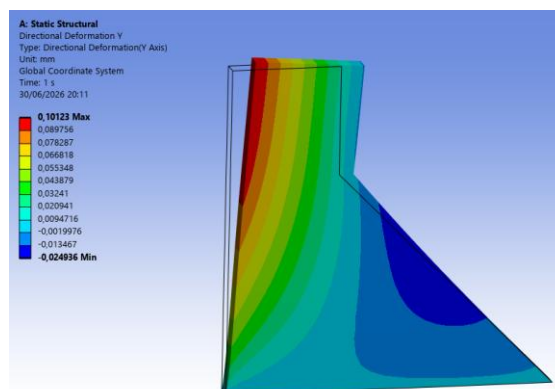


Figura 5. Deslocamento na direção y – Simulação 1 (autoras).

O histograma de *Skewness*, ilustrado na Figura 6, evidencia que a maioria dos elementos tem baixa distorção, concentrando-se em valores inferiores a 0,10. O valor médio de 0,09159 e o máximo de 0,50 indicam uma malha de boa qualidade, adequada para a obtenção de resultados numéricos confiáveis.

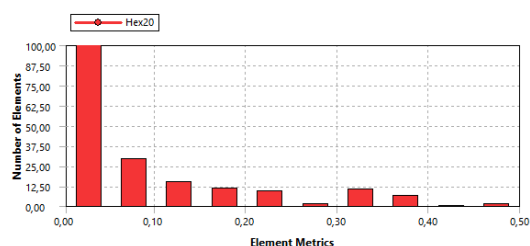


Figura 6. Histograma de *Skewness* – Simulação 1 (autoras).

Simulação 2

A Figura 7 ilustra a discretização da barragem gerada para a Simulação 2. Em comparação com a malha da Simulação 1, verifica-se um refinamento mais elevado, evidenciado pelo aumento da densidade de elementos ao longo de toda a estrutura, incluindo a região de transição geométrica entre o paramento vertical e o inclinado.

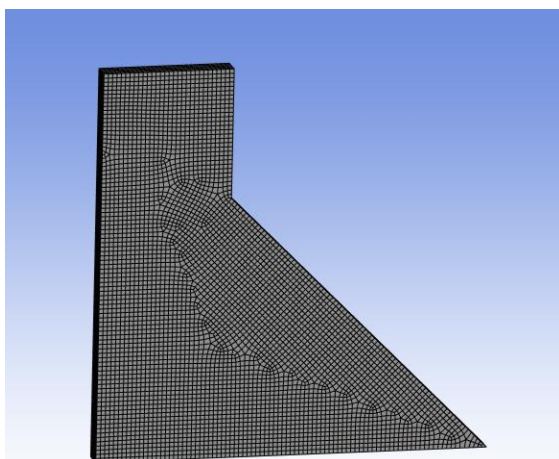


Figura 7. Malha da Simulação 2 (autoras).

As Figuras 8 e 9 mostram os deslocamentos nas direções x e y, respectivamente. Os valores máximos obtidos foram de 0,30571 mm na direção x e 0,10138 mm na direção y, concentrando-se na região superior da barragem, em concordância com o comportamento estrutural esperado sob a ação da pressão hidrostática.

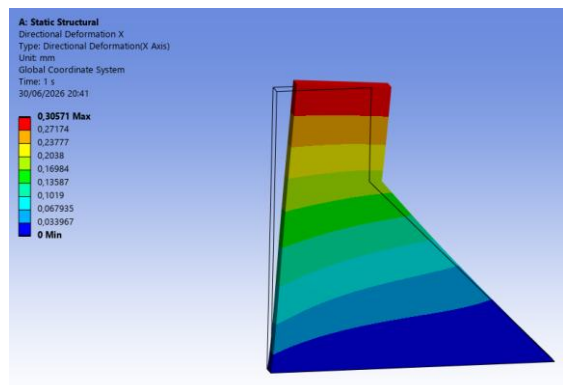


Figura 8. Deslocamento na direção x – Simulação 2 (autoras).

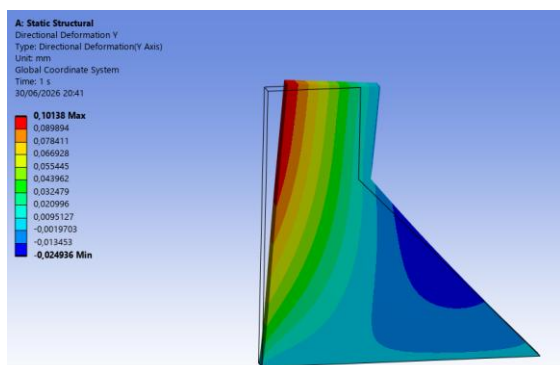


Figura 9. Deslocamento na direção y – Simulação 2 (autoras).

A análise do parâmetro *Skewness* da Figura 10 aponta que a malha tem elevada qualidade, com valor médio

de 0,02751 e máximo de 0,50. Em relação à malha da Simulação 1, observa-se redução da distorção média dos elementos, evidenciando a melhoria da discretização obtida com o refinamento da malha.

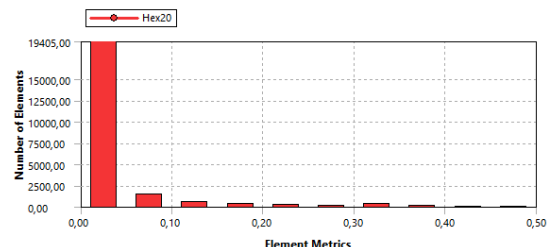


Figura 10. Histograma de *Skewness* – Simulação 2 (autoras).

Simulação 3

Na Figura 11 apresenta-se a discretização da barragem utilizada na Simulação 3. Essa malha é composta por elementos tetraédricos (*Tetrahedrons*) distribuídos ao longo de toda a estrutura. Em comparação com as malhas geradas pelo método *MultiZone*, verifica-se uma discretização não estruturada, com elementos de diferentes orientações e formatos, adaptados à geometria da barragem.

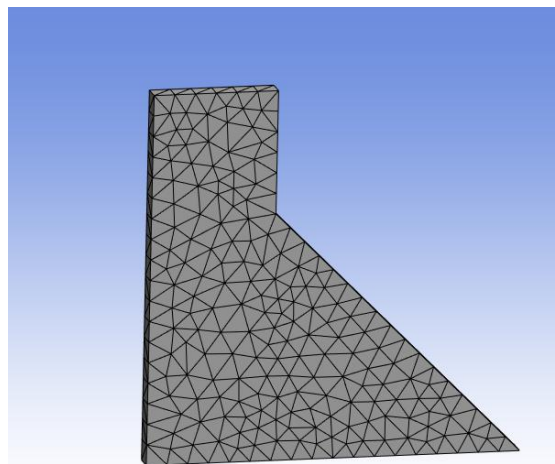


Figura 11. Malha da Simulação 3 (autoras).

As Figuras 12 e 13 mostram os deslocamentos nas direções x e y, respectivamente. Os valores máximos foram de 0,30530 mm, em x, e 0,10123 mm, em y, com diferenças pouco significativas em relação à Simulação 2, mesmo com a utilização de uma malha tetraédrica menos refinada.

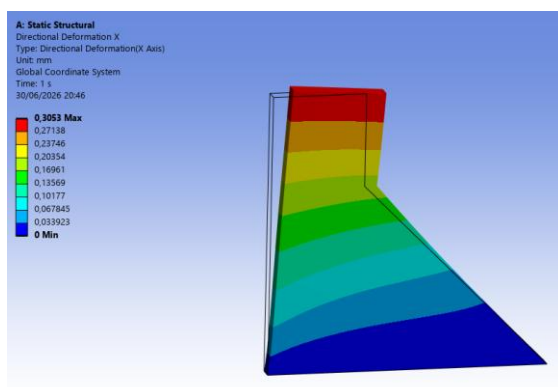


Figura 12. Deslocamento na direção x – Simulação 3 (autoras).

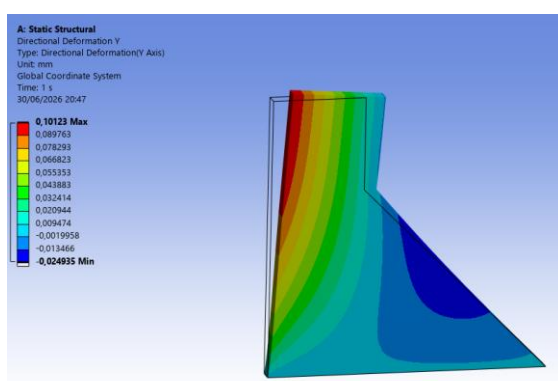


Figura 13. Deslocamento na direção y – Simulação 3 (autoras).

O histograma *Skewness* da Figura 14 mostra que houve o aumento da distorção dos elementos, com valor médio de 0,38734 e máximo de 0,85403. Em comparação às Simulações 1 e 2, com malha hexaédrica, a malha tetraédrica da Simulação 3 apresenta qualidade geométrica inferior, mesmo produzindo resultados consistentes para os deslocamentos globais da barragem.

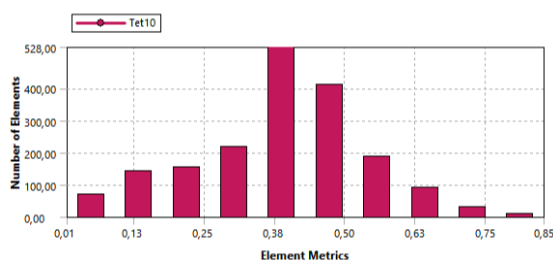


Figura 14. Histograma de *Skewness* – Simulação 3 (autoras).

Simulação 4

A Figura 15 mostra a discretização da barragem adotada na Simulação 4. Em relação às Simulações 1 e 2, geradas pelo método *MultiZone*, a malha do método *Hex Dominant* apresenta uma distribuição menos estruturada dos elementos, mesmo mantendo

um elevado nível de refinamento e alta densidade de elementos na estrutura.

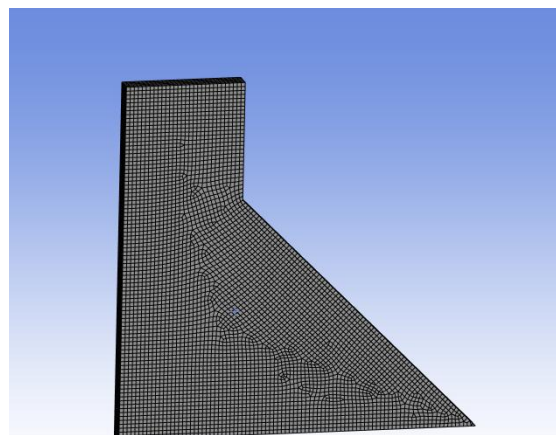


Figura 15. Malha da Simulação 4 (autoras).

As Figuras 16 e 17 apresentam os deslocamentos nas direções x e y, respectivamente. Os deslocamentos máximos obtidos foram de 0,31327 mm na direção x e 0,10230 mm na direção y. Ocorreu um pequeno aumento dos deslocamentos em relação às demais simulações, indicando a influência da discretização adotada na resposta numérica da estrutura.

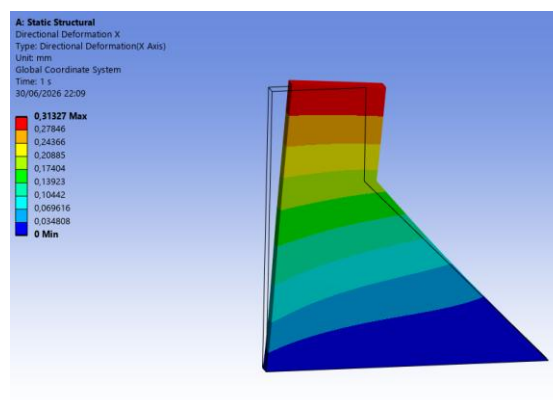


Figura 16. Deslocamento na direção x – Simulação 4 (autoras).

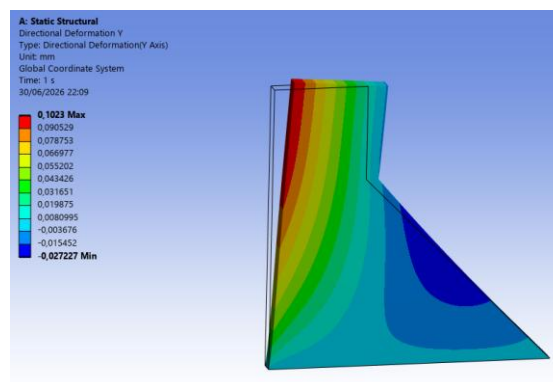


Figura 17. Deslocamento na direção y – Simulação 4 (autoras).

A Figura 18 apresenta o histograma de *Skewness*, em que seu valor médio é de 0,10509, indicando boa qualidade global da malha. Apesar de haver o valor máximo de 0,99974, ele corresponde a poucos elementos altamente distorcidos. De forma geral, a maior parte da malha apresenta baixa distorção.

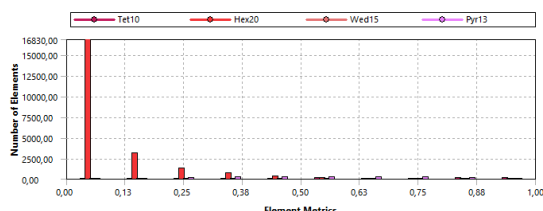


Figura 18. Histograma de *Skewness* – Simulação 4 (autoras).

Em relação aos histogramas de *Skewness*, dentre as quatro simulações, a Simulação 2 apresentou a melhor qualidade de malha (menor *Skewness* médio), seguida pelas Simulações 1 e 4. A Simulação 3 apresentou a maior distorção média dos elementos, evidenciando qualidade geométrica inferior em relação às demais, em decorrência da utilização de elementos tetraédricos.

As Simulações 1 e 2, geradas pelo método *MultiZone*, diferiram apenas quanto ao refinamento da malha. O refinamento promoveu um aumento de apenas 0,14% no deslocamento máximo em x e de 0,15% em y, apontando que a malha menos refinada já fornecia resultados muito próximos da solução convergida. Além disso, com base nas Figuras 6 e 10, a Simulação 2 apresentou melhor qualidade geométrica da malha, com redução do *Skewness* médio de 0,09159 (Simulação 1) para 0,02751.

A comparação entre as Simulações 1 e 3 mostrou que, embora utilizem o mesmo tamanho de elemento (1000 mm), a substituição da malha hexaédrica estruturada por uma malha tetraédrica resultou em deslocamentos muito próximos. No entanto, a malha tetraédrica da Simulação 3 apresentou qualidade geométrica inferior, com *Skewness* médio de 0,38734 (de acordo com a Figura 14), superior ao obtido pela malha da Simulação 1 (0,09159), evidenciando maior distorção dos elementos.

Nas Simulações 2 e 4 foram utilizadas malhas refinadas com tamanho de elemento de 200 mm. A malha *Hex Dominant* da Simulação 4 apresentou deslocamentos ligeiramente superiores (aproximadamente 2,5% na direção x) e maior *Skewness* médio (0,10509, Figura 18, contra 0,02751 da Simulação 2, Figura 10), apesar de ambas terem produzido respostas consistentes. Esses resultados indicam que, para a análise global de deslocamentos da barragem, o método de geração da malha exerceu

influência mais significativa do que o refinamento propriamente dito.

A Tabela 1 apresenta os valores de deslocamentos máximos nas direções x e y obtidos nas simulações juntamente com os obtidos por Almeida (2005) com a utilização de elementos finitos bidimensionais e análise em EPD. Na Tabela 1 as malhas de Almeida (2005) são 360 T6 - 360 elementos triangulares de seis nós; e 108 Q8 e 144 T6: 108 elementos quadriláteros de oito nós e 144 elementos triangulares de seis nós.

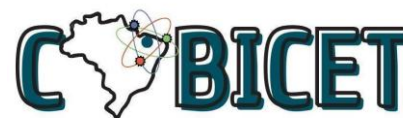
Tabela 1. Resultados obtidos nas simulações tridimensionais e resultados das simulações bidimensionais de Almeida (2005).

Simulação	d_x (mm)	d_y (mm)
1	0,30529	0,10123
2	0,30571	0,10138
3	0,30530	0,10123
4	0,31327	0,10230
360 T6	0,3050	0,1012
108 Q8 e 144 T6	0,3050	0,1012

Os deslocamentos obtidos nas quatro simulações mostraram boa concordância com aqueles apresentados por Almeida (2005). As diferenças permaneceram inferiores a 0,25% para os deslocamentos nas direções x e y quando comparadas à malha mais refinada (360 T6). Esses resultados indicam que, para estruturas prismáticas longas submetidas a carregamentos uniformes ao longo da largura, como é o caso da barragem, a hipótese de EPD gera aproximações consistentes.

CONCLUSÃO

A modelagem tridimensional da barragem no *Ansys Mechanical* apresentou boa concordância com os resultados obtidos por Almeida (2005) para o problema clássico em EPD, sendo capaz de reproduzir adequadamente o comportamento global da barragem. A comparação entre as quatro discretizações indicou que o refinamento da malha gerou pequenas variações



nos deslocamentos máximos nas direções x e y , indicando convergência da solução numérica para essas variáveis. Similarmente, a influência do tipo de elemento finito e do método de geração da malha foi pouco significativa sobre os deslocamentos, o que indica que diferentes estratégias de discretização podem fornecer resultados consistentes para esse tipo de problema.

A avaliação da qualidade das malhas por meio do parâmetro *Skewness* mostrou que todas as discretizações apresentaram elementos classificados como de boa qualidade, com predominância de baixos valores desse índice. Observou-se, entretanto, que as malhas geradas pelo método *MultiZone* apresentaram distribuição mais homogênea e menores valores médios de *Skewness*, enquanto as malhas obtidas pelo método *Tetrahedrons* exibiram maior dispersão e ocorrência de elementos com distorção mais elevada. Apesar dessas diferenças geométricas, não foram verificadas alterações expressivas nos deslocamentos analisados, indicando que, para o problema de deslocamentos estudado, a qualidade das malhas permaneceu dentro de níveis adequados para garantir a confiabilidade dos resultados numéricos. Embora neste estudo os resultados de deslocamentos tenham sofrido pouco com os diferentes parâmetros de malha, ao estudar as tensões principais ou de Von-Mises, a influência da qualidade de malha pode ser mais perceptível.

Embora a hipótese de EPD seja apropriada para representar o comportamento global de barragens submetidas a carregamentos uniformes ao longo de sua extensão, a modelagem tridimensional amplia as possibilidades de investigação ao permitir a análise de tensões na direção longitudinal, localização de tensões e deformações, entre outros fenômenos. Dessa forma, a abordagem tridimensional oferece uma representação estrutural compatível com situações reais.

Os resultados obtidos sugerem que o *Ansys Mechanical* é um recurso computacional adequado para estudos envolvendo o MEF, tanto em aplicações didáticas quanto em análises estruturais na Engenharia Civil. Como sugestões de trabalhos futuros, recomenda-se a investigação de outras variáveis, como tensões nas direções x , y e z , tensões principais e deformações, que tendem a apresentar maior sensibilidade ao refinamento da malha e ao tipo de elemento finito utilizados. Também podem ser explorados modelos constitutivos não lineares, diferentes condições de carregamento e geometrias mais complexas, ampliando o entendimento do comportamento estrutural de barragens de concreto.

AGRADECIMENTOS

As autoras agradecem ao CNPq e à Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) pelo apoio ao projeto por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC/CNPq), Edital nº 02/2025/Propesq.

REFERÊNCIAS

Almeida, M. L. de. Elementos Finitos Paramétricos Implementados em Java. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Universidade Federal de Minas Gerais, 2005.

Alves Filho, Avelino. Elementos finitos: a base da tecnologia CAE. 5. ed. Editora Érica, São Paulo, 2007.

Ansys, Inc. *Ansys Mechanical User's Guide*. Release 2024 R2. Canonsburg, PA: Ansys, Inc., 2024.

Cornell University. *Hands-on Introduction to Engineering Simulations*. Ithaca: Cornell University, [s.d.]. Disponível em: <https://www.edx.org/learn/engineering/cornell-university-a-hands-on-introduction-to-engineering-simulations>

Fish, Jacob; Belytschko, Ted. Um primeiro curso em elementos finitos. LTC, Rio de Janeiro, 2009.

Gemini. Mountain View: Google, 2026. Imagem gerada por inteligência artificial. Disponível em: <https://gemini.google.com/>.

Martha, Luiz Fernando. Análise de estruturas - conceitos e métodos básicos. Elsevier, Rio de Janeiro, 2010.