

APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS AO PIT LANE DA FÓRMULA 1: ANÁLISE DA TEMPORADA 2022 VIA MODELO M/M/S

Maria Clara Seix Scheffel¹, Christiane Wenck Nogueira Fernandes²

¹Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, Brasil (maria.clara.seixa@gmail.com)

²Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, Brasil (christiane.fernandes@ufsc.br)

Resumo: Este trabalho aplica a Teoria das Filas ao pit lane da Fórmula 1, cujo sistema é modelado como uma fila M/M/S com 20 canais de atendimento. É proposta uma análise em escala de temporada, com dados reais coletados via biblioteca FastF1 e tratamento específico para corridas interrompidas por bandeira vermelha, superando a limitação de estudos restritos a uma única prova. Aplicada às 22 corridas da temporada de 2022, a abordagem confirmou a folga estrutural de capacidade do sistema (ρ médio de 0,143, sem formação de filas em nenhum Grande Prêmio) e revelou que a carga é governada pela frequência de chegadas, e não pela velocidade de atendimento.

Palavras-chave: Teoria das filas; M/M/S; Fórmula 1; Pit-stop; FastF1.

INTRODUÇÃO

A Teoria das Filas é um dos tópicos centrais da Pesquisa Operacional e dos Processos Estocásticos, dedicando-se à análise matemática do fenômeno da espera em sistemas de atendimento. Segundo Taha (2008), o estudo de filas quantifica esse fenômeno por meio de medidas como o comprimento médio da fila, o tempo médio de espera e a taxa de utilização da instalação. O interesse em modelar tais sistemas está na possibilidade de avaliar e melhorar cenários de operação para atingir seu rendimento máximo (Marins, 2011).

Na Fórmula 1, o pit lane constitui um sistema de atendimento com características bem definidas: os carros chegam para troca de pneus e ajustes, são atendidos pela equipe técnica em seus respectivos boxes e retornam à pista. A regularidade desse processo e a disponibilidade de dados abertos por meio da biblioteca FastF1 tornam o pit lane um objeto de estudo adequado para a aplicação dos modelos clássicos de fila, em particular o M/M/S.

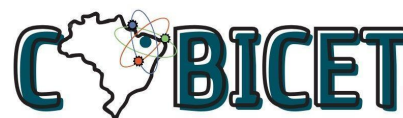
Estudos que aplicam esses modelos a eventos esportivos costumam se restringir a uma única prova, o que limita a generalização dos resultados: os parâmetros estimados podem refletir particularidades daquela corrida (traçado, clima, incidentes) em vez de um comportamento estrutural do sistema. Para superar essa limitação, o presente trabalho aplica o modelo M/M/S ao pit lane ao longo de uma temporada completa de Fórmula 1. Foram consideradas as 22 corridas de 2022, estimando os parâmetros do sistema a partir de dados reais de cada Grande Prêmio. O objetivo é verificar se a folga de capacidade observada em corridas isoladas se confirma em escala e analisar a variabilidade dos parâmetros de fila entre as diferentes provas do calendário.

REFERENCIAL TEÓRICO

Um sistema de filas é descrito pela notação de Kendall na forma A/B/C, onde A representa a distribuição dos tempos entre chegadas, B a distribuição dos tempos de serviço e C o número de servidores (Taha, 2008). A letra M (de markoviano) indica que o processo correspondente segue distribuição exponencial, associada a chegadas de Poisson. Assim, um sistema M/M/1 possui chegadas poissonianas, tempos de serviço exponenciais e um único servidor, enquanto o M/M/S generaliza o modelo para S servidores paralelos que compartilham uma fila única (Hillier e Lieberman, 2013).

No modelo M/M/1, a condição de estabilidade é $\lambda < \mu$, e a intensidade de tráfego $\rho = \lambda/\mu$ representa a fração de tempo em que o servidor está ocupado. Quando ρ se aproxima de 1, o número de clientes no sistema e o tempo de espera crescem sem limite, caracterizando a saturação (Andrade, 2009). No modelo M/M/S, a condição de estabilidade torna-se $\lambda < \mu \cdot S$, e a existência de múltiplos servidores permite absorver picos de demanda sem formação de fila, o que reduz drasticamente a probabilidade de espera em relação ao caso de servidor único.

A Teoria das Filas tem sido aplicada em domínios diversos, de sistemas de manufatura e logística a serviços de saúde e redes de comunicação (Marins, 2011), sempre com o objetivo de dimensionar recursos de atendimento de modo a equilibrar custo de operação e qualidade de serviço. A aplicação a sistemas esportivos, embora menos frequente, é atraente pela disponibilidade crescente de dados abertos e pela regularidade dos processos envolvidos, como é o caso do pit lane da Fórmula 1.



MATERIAL E MÉTODOS

Caracterização do sistema

Cada Grande Prêmio de Fórmula 1 é disputado por 20 pilotos, distribuídos em 10 equipes com 2 pilotos cada. Durante a corrida, cada piloto realiza ao menos uma parada obrigatória no pit lane, sendo exigido pelo regulamento o uso de ao menos dois compostos distintos de pneu. Como cada equipe ocupa um box fixo, o sistema é modelado com $S = 20$ canais de serviço paralelos. Os elementos do sistema de filas são identificados como: clientes, os carros que entram no pit lane; fila, o eventual período de espera antes do atendimento; canais de serviço, os boxes ativos; e atendimento, a execução do pit stop.

Além da parada obrigatória por regulamento, paradas adicionais podem ocorrer por degradação dos pneus ou por oportunidade estratégica. Um fator relevante nesse aspecto é o safety car, veículo que neutraliza a corrida em caso de incidente, reduzindo a velocidade de todos os competidores e suspendendo temporariamente as ultrapassagens. Durante esse período, o custo de tempo de uma parada no pit lane é significativamente menor do que em ritmo normal de corrida, o que leva múltiplas equipes a aproveitar a mesma janela para parar, gerando rajadas de chegadas correlacionadas, contrastando com a hipótese de chegadas independentes assumida pelo modelo M/M/S. Quanto aos pneus, o regulamento da categoria disponibiliza diferentes compostos (macio, médio e duro), com desempenho e degradação distintos; a exigência de uso de ao menos dois compostos distintos durante a corrida é o que torna a parada obrigatória. Por fim, o pit lane possui um limite de velocidade regulamentar (tipicamente 80 km/h, reduzido a 60 km/h em circuitos mais estreitos como Mônaco), que contribui para a relativa estabilidade do tempo de serviço observada entre as corridas.

O pit stop em si é uma operação altamente otimizada: uma equipe de cerca de vinte mecânicos atua simultaneamente sobre o carro para troca dos quatro pneus e eventuais ajustes aerodinâmicos, com o objetivo de minimizar o tempo em que o veículo permanece imóvel. A velocidade de execução é um fator competitivo crítico, pois cada segundo adicional parado pode representar a perda de várias posições em pista. Esse caráter de atendimento rápido, repetido de forma regular ao longo da corrida por múltiplos competidores, é o que aproxima o pit lane de um sistema clássico de filas e motiva sua modelagem pelos modelos M/M/1 e M/M/S.

Modelo M/M/S

O modelo M/M/S caracteriza um sistema com uma fila, S canais de atendimento paralelos e população infinita, com chegadas seguindo distribuição de

Poisson e tempos de serviço seguindo distribuição exponencial (Taha, 2008; Hillier e Lieberman, 2013). A condição de estabilidade é $\lambda < \mu \cdot S$, onde λ é a taxa de chegada e μ a taxa de serviço por canal. Sendo $\rho = \lambda/\mu$ a intensidade de tráfego, a probabilidade de o sistema estar vazio é dada pela Equação 1:

$$P_0 = \left[\sum_{j=0}^{S-1} \frac{\rho^j}{j!} + \frac{\rho^S}{(S-1)!(S-\rho)} \right]^{-1} \quad (1)$$

A probabilidade de todos os canais estarem ocupados é dada pela Equação 2:

$$P_{ocup} = \frac{\rho^S}{(S-1)!(S-\rho)} \cdot P_0 \quad (2)$$

As medidas de efetividade, que são o número médio de clientes na fila (NF) e no sistema (NS), tempo médio na fila (TF) e no sistema (TS), derivam dessas probabilidades (Andrade, 2009), conforme as Equações 3 e 4:

$$N_F = \frac{\rho}{S-\rho} \cdot P_{ocup} \quad N_S = N_F + \rho \quad (3)$$

$$T_F = \frac{N_F}{\lambda} \quad T_S = \frac{N_S}{\lambda} \quad (4)$$

Coleta e estimação dos parâmetros

Os dados foram obtidos por meio da biblioteca Python FastF1 (FastF1, 2024), que disponibiliza dados de voltas e telemetria das corridas a partir de fontes oficiais da categoria. Para cada uma das 22 corridas da temporada de 2022, foi carregada a sessão de corrida e extraídos os pit stops a partir dos campos PitInTime e PitOutTime, que registram os instantes de entrada e saída de cada carro no pit lane. O tempo de serviço de cada parada foi calculado como a diferença entre esses dois instantes.

A partir desses registros, λ foi estimada, para cada corrida, como o número de pit stops dividido pela janela operacional, sendo o intervalo entre a primeira e a última parada, obtido pelos timestamps da sessão, e μ como o inverso do tempo médio de serviço. As taxas foram expressas em atendimentos por hora, e S

= 20 seguem diretamente do regulamento, como descrito acima.

A opção por estimar a janela operacional a partir da primeira e da última parada observadas busca representar o período em que o pit lane esteve efetivamente em uso como sistema de atendimento, ao invés do tempo total de corrida. Essa escolha, contudo, torna a estimativa de λ sensível a corridas cujo perfil de paradas se concentra ou se dispersa de forma atípica, aspecto que se mostrou relevante no tratamento das corridas com interrupção, discutido a seguir. Ao todo, foram processados 750 pit stops válidos ao longo das 22 corridas, após a aplicação dos critérios de filtragem.

Tratamento de corridas com interrupção

Três corridas da temporada (Mônaco, Grã-Bretanha e Japão) sofreram interrupção por bandeira vermelha. Durante essas paralisações, os carros permanecem estacionados no pit lane por vários minutos, de modo que o intervalo entre entrada e saída deixa de representar um pit stop de rotina. Sem tratamento,

essas paradas geravam tempos de serviço de centenas a milhares de segundos (por exemplo, 3.272 s de média no Japão), inflando artificialmente ρ para valores acima da unidade que são fisicamente incompatíveis com a operação real. Adotou-se, portanto, um filtro que descarta paradas com duração superior a 60 s, por corresponderem a períodos de interrupção e não a pit stops de rotina. As corridas afetadas são identificadas nos resultados.

Para a modelagem, adotou-se a hipótese de chegadas segundo distribuição de Poisson e tempos de atendimento segundo distribuição exponencial, conforme usual na literatura (Taha, 2008). A validação estatística formal dessas distribuições constitui uma limitação do presente estudo, sendo sugerida como trabalho futuro.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Parâmetros da temporada

A Tabela 1 apresenta os parâmetros estimados para as 22 corridas da temporada de 2022. As três corridas com interrupção por bandeira vermelha (Mônaco, Grã-Bretanha e Japão) tiveram seus tempos de serviço filtrados conforme descrito na metodologia.

Tabela 1. Parâmetros do modelo M/M/20 para a temporada de Fórmula 1 de 2022.

GP	N. pits	λ (h ⁻¹)	μ (h ⁻¹)	TS (s)	ρ	P0
Bahrein	58	35,89	141,83	25,38	0,2530	0,7764
Arábia Saudita	19	13,53	165,04	21,81	0,0820	0,9213
Austrália	22	15,06	194,10	18,55	0,0776	0,9254
Emília-România	25	16,39	113,68	31,67	0,1442	0,8658
Miami	25	15,96	179,07	20,10	0,0891	0,9148
Espanha	53	32,70	156,74	22,97	0,2086	0,8117
Mônaco*	35	18,26	132,28	27,21	0,1381	0,8710
Azerbaijão	27	17,22	155,86	23,10	0,1105	0,8954
Canadá	31	19,35	140,55	25,61	0,1377	0,8714
Grã-Bretanha*	30	13,22	121,29	29,68	0,1090	0,8967
Áustria	42	29,88	157,45	22,86	0,1898	0,8271
França	25	16,73	93,92	38,33	0,1781	0,8368
Hungria	42	25,34	157,14	22,91	0,1613	0,8511
Bélgica	38	26,58	150,53	23,92	0,1766	0,8381
Holanda	71	44,33	187,93	19,16	0,2359	0,7899
Itália	28	21,23	145,65	24,72	0,1458	0,8644
Singapura	21	10,35	113,20	31,80	0,0914	0,9127
Japão*	24	7,90	140,55	25,61	0,0562	0,9453
Estados Unidos	36	21,15	138,89	25,92	0,1522	0,8588
Cidade do México	23	14,01	153,37	23,47	0,0913	0,9127
São Paulo	44	27,02	145,50	24,74	0,1857	0,8305
Abu Dhabi	31	21,20	160,55	22,42	0,1321	0,8763
Média	34,1	21,06	147,51	25,09	0,1430	0,8679

*Corridas com bandeira vermelha (tempo de serviço filtrado).

A condição de estabilidade $\lambda < \mu \cdot S$ foi satisfeita com ampla margem em todas as corridas. A intensidade de tráfego média da temporada foi $\rho = 0,143$, com desvio-padrão de 0,053, variando entre 0,056 (Japão) e 0,253 (Bahrein). A proximidade entre a média (0,143) e a mediana (0,141) indica ausência de assimetria relevante após o tratamento das corridas interrompidas.

Ausência de filas em escala de temporada

O resultado mais consistente é a ampla folga de capacidade do sistema em todas as 22 corridas. A probabilidade de sistema vazio P_0 manteve-se sempre superior a 77,6%, o que significa que, mesmo na corrida de maior carga (Bahrein), em mais de três quartos do tempo nenhum box está em atendimento. Como consequência direta, o número médio de clientes na fila NF e o tempo médio de espera TF foram praticamente nulos: os carros entram diretamente em atendimento ao chegar ao pit lane, e o tempo médio no sistema TS equivale integralmente ao tempo de serviço. Essa folga é estrutural, e não circunstancial: decorre do regulamento, que atribui um box fixo a cada equipe e assim fixa $S = 20$ canais independentemente do volume de paradas de cada prova.

Fatores que governam a carga do sistema

A análise de correlação entre os parâmetros esclarece o que determina a variação de ρ entre corridas. A Figura 1 apresenta as principais relações. Observou-se uma forte correlação positiva entre o número de pit stops e ρ ($r = 0,875$; $p < 0,001$; $n = 22$), e uma correlação ainda mais forte entre a taxa de chegada λ e ρ ($r = 0,915$; $p < 0,001$; $n = 22$). Em contraste, a correlação entre ρ e o tempo médio de serviço foi desprezível, assim como a correlação entre o número de pit stops e o tempo de serviço ($r = -0,292$; $p = 0,187$; não significativo). Isso indica que a carga do sistema é governada pela frequência de chegadas, e não pela velocidade de atendimento, que se mostra uma característica estável da operação, em torno de 25 s por parada, independentemente do volume.

A relação entre ρ e P_0 apresentou correlação praticamente perfeita ($r = -0,9996$; $p < 0,001$; $n = 22$), o que é esperado teoricamente: na faixa de baixa intensidade de tráfego em que a Fórmula 1 opera, a probabilidade de sistema vazio decresce de forma quase linear com ρ , reproduzindo com fidelidade o comportamento previsto pelo modelo M/M/S. Cabe ressaltar que essa correlação não constitui um achado empírico independente: como P_0 é calculado deterministicamente a partir de ρ pela Equação 1, para S fixo, a relação $r \approx -1$ é uma consequência matemática da própria formulação do modelo, e não uma regularidade observada nos dados.

Análise de Filas M/M/S – Pit Lane F1, Temporada 2022

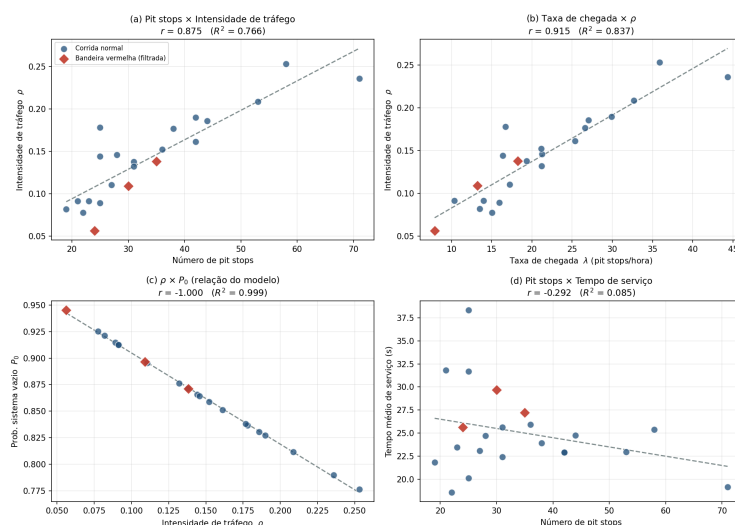


Figura 1. Relações entre os parâmetros de fila na temporada 2022: (a) pit stops $\times \rho$; (b) taxa de chegada $\times \rho$; (c) $\rho \times P_0$; (d) pit stops $\times$ tempo de serviço. Losangos indicam corridas com bandeira vermelha.

Estabilidade dos parâmetros ao longo da temporada

A comparação da dispersão relativa dos parâmetros entre as 22 corridas quantifica essa distinção. Medida pelo coeficiente de variação (razão entre desvio-padrão e média), a taxa de serviço μ apresentou variação de apenas 16,2% ao longo do calendário, enquanto a taxa de chegada λ variou 42,0%, o que equivale a quase o triplo. Em termos absolutos, o tempo médio de serviço permaneceu entre 18,6 s e 38,3 s, enquanto λ oscilou de 7,9 a 44,3 atendimentos por hora. O atendimento é, portanto, um processo estável e pouco dependente da prova, enquanto a demanda é altamente variável, reforçando quantitativamente que a chegada é responsável por governar a carga do sistema.

Essa variabilidade da demanda não se explica pela duração das corridas: a correlação entre o número de pit stops e a janela operacional foi praticamente nula ($r = -0,14$). O que distingue as corridas de alta e baixa demanda é a estratégia de paradas ditada pelas condições de cada prova. Nos extremos superiores figuram a Holanda (71 paradas), o Bahrein (58) e a Espanha (53), corridas marcadas por forte degradação de pneus ou por estratégias de múltiplas paradas; nos inferiores, a Arábia Saudita (19) e Singapura (21), em que predominaram estratégias de parada única. Assim, a variabilidade de λ reflete decisões estratégicas das equipes, e não características estruturais do sistema de atendimento, que permanece estável.

As três corridas com bandeira vermelha (Mônaco, Grã-Bretanha e Japão), mesmo após o filtro de tempo

de serviço, situam-se abaixo da tendência geral no gráfico de pit stops $\times \rho$ (Figura 1a). A razão é que a interrupção afeta os parâmetros em duas frentes: além de inflar o tempo de serviço (corrigido pelo filtro), ela alonga a janela operacional, pois o tempo total de corrida passa a incluir o período neutralizado. Com a janela artificialmente estendida, a taxa de chegada λ dessas corridas é subestimada. Para efeito de comparação, uma corrida de Fórmula 1 tem duração regulamentar de aproximadamente 90 a 100 minutos (podendo chegar a duas horas no limite máximo previsto pelo regulamento em caso de interrupções), o que situa a janela operacional média da temporada (cerca de 97 min) próxima à duração típica de uma prova sem paradas. O caso extremo é o Japão, cuja janela de 182 min (contra uma média de cerca de 97 min) resulta no menor λ da temporada ($7,90 \text{ h}^{-1}$) e, consequentemente, no menor ρ (0,056). Conclui-se que corridas com interrupção não são diretamente comparáveis às demais nesse aspecto e devem ser tratadas como um regime operacional distinto, corroborando a recomendação de modelar períodos de neutralização separadamente.

Análise por equipe via M/M/1

Enquanto o modelo M/M/S trata o pit lane como um sistema agregado, a operação de cada equipe pode ser analisada individualmente como uma fila M/M/1, em que o box da equipe é o único servidor. Essa abordagem permite comparar a eficiência operacional das dez equipes ao longo da temporada. Para preservar o anonimato das equipes, elas são identificadas de forma genérica como Equipe A a Equipe J, ordenadas do menor para o maior tempo médio de serviço. Para cada equipe, estimou-se a taxa de serviço μ a partir do tempo médio de pit stop de todos os seus 750 registros válidos da temporada, e a taxa de chegada λ como o número de paradas da equipe dividido pela janela operacional total do calendário. A Figura 2 apresenta o tempo médio de serviço por equipe, ordenado do mais rápido ao mais lento, com o desvio-padrão indicado.

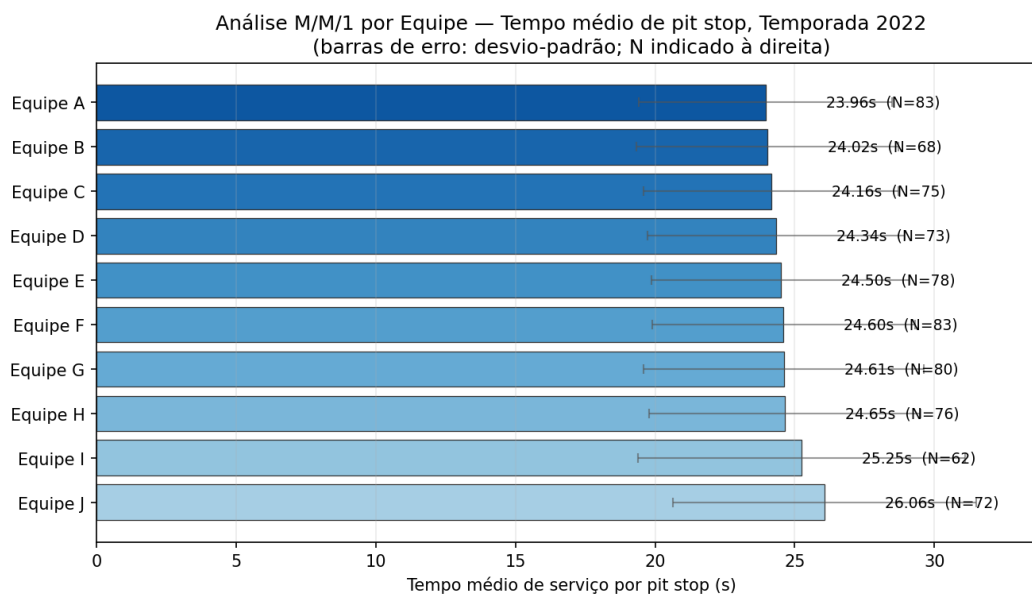


Figura 2. Tempo médio de pit stop por equipe (identificadas de forma anônima como Equipe A a Equipe J) na temporada 2022 (modelo M/M/1). Barras de erro indicam o desvio-padrão; N é o número de paradas válidas de cada equipe.

Os resultados revelam diferenças consistentes de eficiência entre as equipes. A Equipe A apresentou o menor tempo médio de serviço da temporada (23,96 s), seguida de perto pela Equipe B (24,02 s) e pela Equipe C (24,16 s), enquanto a Equipe J registrou o maior tempo médio (26,06 s). A diferença entre a equipe mais rápida e a mais lenta foi de cerca de 2,1 s por parada, uma margem expressiva no contexto competitivo, em que cada segundo pode representar a perda de várias posições em pista.

Ainda assim, todas as equipes operaram com intensidade de tráfego individual ρ muito baixa (entre 0,012 e 0,015), reforçando, agora em nível de servidor único, a conclusão de folga estrutural: mesmo o box mais utilizado permanece ocioso na quase totalidade do tempo de corrida. A diferença de eficiência entre equipes, portanto, não se traduz em risco de formação de fila, mas sim em ganho direto de tempo em cada parada. A Tabela 2 detalha os parâmetros M/M/1 estimados para cada equipe.

Tabela 2. Parâmetros do modelo M/M/1 por equipe (identificadas de forma anônima), temporada 2022, ordenados por tempo médio de serviço.

Equipe	N	TS (s)	μ (h ⁻¹)	ρ
Equipe A	83	23,96	150,23	0,0149
Equipe B	68	24,02	149,91	0,0123
Equipe C	75	24,16	149,00	0,0136
Equipe D	73	24,34	147,88	0,0134
Equipe E	78	24,50	146,95	0,0144
Equipe F	83	24,60	146,32	0,0153
Equipe G	80	24,61	146,30	0,0148
Equipe H	76	24,65	146,06	0,0141
Equipe I	62	25,25	142,55	0,0118
Equipe J	72	26,06	138,15	0,0141

Comparação com o estudo de corrida isolada

Os resultados da temporada permitem contextualizar estudos anteriores restritos a uma única corrida. Em análise prévia limitada ao Grande Prêmio do Bahrein de 2022, obteve-se $\rho \approx 0,09$ com tempo médio de serviço de 23,0 s. A análise ampliada mostra que o Bahrein, longe de ser representativo, figura na verdade entre as corridas de maior carga do calendário ($\rho = 0,253$ pela presente metodologia), o que ilustra o risco de generalizar parâmetros a partir de uma prova isolada. A conclusão qualitativa se mantém nos dois recortes, mas a magnitude dos parâmetros varia substancialmente entre corridas, justificando a análise em escala de temporada.

Implicações operacionais da folga de capacidade

Do ponto de vista estrito da Teoria das Filas, os $S = 20$ canais representam um forte superdimensionamento: como a intensidade de tráfego agregada máxima foi de apenas $\rho = 0,253$, pouquíssimos servidores já absorveriam a demanda sem gerar espera. A folga, contudo, não configura ineficiência. Ela reflete duas exigências que a métrica de utilização não captura isoladamente: a imposição regulamentar de um box por equipe e, sobretudo, a natureza correlacionada das chegadas (sob safety car ou em janelas estratégicas idênticas), em que várias equipes param no mesmo instante, exigindo que todos os boxes estejam simultaneamente disponíveis, ainda que por poucos segundos. O pit lane configura-se então um exemplo didático de sistema em que a capacidade ociosa média é a contrapartida necessária de uma robustez operacional deliberada para picos simultâneos.

CONCLUSÃO

A aplicação do modelo M/M/S ao pit lane ao longo da temporada completa de Fórmula 1 de 2022

demonstrou que a folga de capacidade observada em estudos de corrida isolada é, de fato, um padrão estrutural do sistema. Em todas as 22 corridas, a probabilidade de sistema vazio manteve-se acima de 77,6% e não houve formação de filas, com intensidade de tráfego média de $\rho = 0,143$ e máxima de apenas 0,253.

A análise revelou ainda que a carga do sistema é governada pela taxa de chegada, e não pela velocidade de atendimento, estável em torno de 25 s por parada ao longo de todo o calendário. A abordagem complementar por equipe, via modelo M/M/1, evidenciou diferenças consistentes de eficiência operacional entre as equipes (identificadas de forma anônima), com tempos médios de pit stop variando entre 23,96 s e 26,06 s. Por fim, identificou-se que corridas com bandeira vermelha exigem tratamento metodológico distinto, pois a interrupção distorce tanto o tempo de serviço quanto a janela operacional.

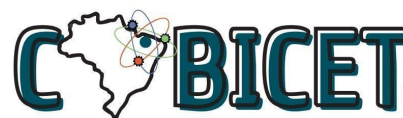
Como extensões deste trabalho, sugere-se a validação estatística formal das distribuições de chegada e serviço por meio de testes de aderência (Kolmogorov-Smirnov ou qui-quadrado), a modelagem explícita dos períodos de safety car e bandeira vermelha como regimes de chegada distintos, e a comparação entre temporadas para verificar a estabilidade dos parâmetros frente a mudanças de regulamento.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, E. L. Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisões. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

FASTF1. FastF1 Documentation. Disponível em: <https://docs.fastf1.dev>. Acesso em: junho 2026.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. Introdução à Pesquisa Operacional. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.



MARINS, F. A. S. Introdução à Pesquisa Operacional. São Paulo: Cultura Acadêmica / UNESP, 2011.

TAHA, H. A. Pesquisa Operacional: Uma Visão Geral. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008